MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- B $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{3 + 4t\}$.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 12.
- C 23.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{5}$.
- [B] -5.
- [C] 22.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.

Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = 0$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $64\mathrm{I}$.
- C 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

[B] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

[C] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

[D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

[E] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

[A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[B] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[C] todas as afirmações são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 10 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- [B] 0.
- [C] -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [E] -2.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-7,2,2)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- C $(-1,3,1)$.
- D $(2,8,-4)$.
- E $(-1,9,-9)$.

Teste 12 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C A é inversível.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são falsas.

D todas as afirmações são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A o operador T é simétrico.

B -1 é um autovalor de T.

■ 0 é um autovalor de T.

D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

E 1 é um autovalor de T.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

■ 16.
[B] -2.
[C] 0.
[D] 4.
[E] 8.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

■ $\{-5 + 9t\}$.
B $\{3 + 4t\}$.
C $\{1 - t\}$.
D $\{t - 5\}$.
E $\{t + 2\}$.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = 0$.
B $a = -1$.
C $a = \frac{1}{2}$.
■ $a = 1$.
E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 4 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- [B] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- [C] 1 é um autovalor de T.
- [D] -1 é um autovalor de T.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [E] A é inversível.

Teste 6 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

■ 16.
B 0.
C 4.
D 8.
E -2.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

A 23.
■ 34.
C 21.
D 40.
E 12.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-1, 9, -9)$.
- [B] $(2, 8, -4)$.
- [C] $(-1, 3, 1)$.
- [D] $(-7, 2, 2)$.
- [■] $(-1, 8, -10)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] 22.
- [B] $\frac{1}{10}$.
- [■] $\frac{22}{5}$.
- [D] -5.
- [E] $\frac{1}{5}$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $-16A$.
- [C] 0.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 15 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [C] 0.
- [D] -1.
- [E] -2.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B ■ D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____________________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t} \cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t} \operatorname{sen}(2t)$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{10}$.
- B 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -5.

Teste 3 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 4 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B -2.
- C 4.
- ■ 16.
- E 0.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [■] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [B] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{1 - t\}$.
- [B] $\{t - 5\}$.
- [C] $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{t + 2\}$.

Teste 8 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] -1 é um autovalor de T.
- [B] o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [D] 1 é um autovalor de T.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 3, 1)$.
- B $(2, 8, -4)$.
- C $(-7, 2, 2)$.
- D $(-1, 9, -9)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- ■ $-64\mathrm{I}$.
- B 0.
- C $16A$.
- D $64\mathrm{I}$.
- E $-16A$.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -2.
- [B] 1.
- [C] 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [E] -1.

Teste 13 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] A é inversível.
- [D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [E] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- ■ $a = 1$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- [C] $a = -1$.
- [D] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [E] $a = 0$.

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- C 23.
- D 21.
- ■ 34.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	■	C	D	E
Teste 2:	A	B	■	D	E
Teste 3:	A	B	C	D	■
Teste 4:	A	B	C	■	E
Teste 5:	A	B	C	D	■
Teste 6:	■	B	C	D	E
Teste 7:	A	B	C	■	E
Teste 8:	A	B	■	D	E
Teste 9:	A	B	C	D	■
Teste 10:	■	B	C	D	E
Teste 11:	A	B	■	D	E
Teste 12:	A	B	C	■	E
Teste 13:	■	B	C	D	E
Teste 14:	A	B	■	D	E
Teste 15:	■	B	C	D	E
Teste 16:	A	B	C	D	■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 40.
- B 23.
- C 12.
- D 21.
- ■ 34.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 4 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- D T é sobrejetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- C $(2,8,-4)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- E $(-7,2,2)$.

Teste 6 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- B -1 é um autovalor de T.
- C 1 é um autovalor de T.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $16A$.
- B $64\mathrm{I}$.
- C 0.
- D $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- D 22.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
D todas as afirmações são falsas.
E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A 4.
B 8.
■ 16.
D -2.
E 0.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 13 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B -1.
- C -2.
- D 0.
- E 1.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- ■ $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- B $a = -1$.
- C $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- E $a = 0$.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $64\mathrm{I}$.
- C $16A$.
- D 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] 8.
- [B] 4.
- [C] 0.
- ■ 16.
- [E] -2.

Teste 4 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- ■ T é injetora.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- [B] $(2, 8, -4)$.
- [■] $(-1, 8, -10)$.
- [D] $(-1, 3, 1)$.
- [E] $(-1, 9, -9)$.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.

B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

A $\frac{1}{10}$.

B 22.

■ $\frac{22}{5}$.

D $\frac{1}{5}$.

E -5.

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

[A] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
[B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
[D] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
[E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

[A] A é inversível.
[B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
[C] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
[E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 11 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
[B] 0.
[C] -2.
[D] 1.
[E] -1.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
[B] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
[D] todas as afirmações são verdadeiras.
[E] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
[B] todas as afirmações são falsas.
[C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
[D] todas as afirmações são verdadeiras.
[E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

A $\{t+2\}$.

B $\{3+4t\}$.

C $\{t-5\}$.

■ $\{-5+9t\}$.

E $\{1-t\}$.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A 1 é um autovalor de T.

B o operador T é simétrico.

C -1 é um autovalor de T.

■ 0 é um autovalor de T.

E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- C 23.
- ■ 34.
- E 21.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -2.
- C 0.
- D -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] -2.
- [B] 8.
- [C] 4.
- ■ 16.
- [E] 0.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] 0.
- [C] $-16A$.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] 22.
- [D] $\frac{1}{5}$.
- [E] -5.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

A $\{3 + 4t\}$.

■ $\{-5 + 9t\}$.

C $\{t - 5\}$.

D $\{t + 2\}$.

E $\{1 - t\}$.

Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

■ 34.
B 23.
C 21.
D 12.
E 40.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = -1$.
B $a \neq \frac{1}{2}$.
■ $a = 1$.
D $a = 0$.
E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por
$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$
para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por
$$T(f)(x) = f(-x),$$
para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- [B] o operador T é simétrico.
- [C] -1 é um autovalor de T.
- [D] 1 é um autovalor de T.
- [■] 0 é um autovalor de T.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- [A] $(-7,2,2)$.
- [■] $(-1,8,-10)$.
- [C] $(-1,9,-9)$.
- [D] $(2,8,-4)$.
- [E] $(-1,3,1)$.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [■] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [E] A é inversível.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

+6/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $16A$.
- D $64\mathrm{I}$.
- E $-16A$.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 12.
- C 23.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [C] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = \frac{1}{2}$.
- E $a = -1$.

Teste 6 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- C 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E -2.

Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 9, -9)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- C $(2, 8, -4)$.
- D $(-1, 3, 1)$.
- E $(-7, 2, 2)$.

Teste 9 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B -2.
- ■ 16.
- D 0.
- E 8.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.

[redacted] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C todas as afirmações são falsas.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

■ $\frac{22}{5}$.

B $\frac{1}{10}$.

C -5.

D 22.

E $\frac{1}{5}$.

Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [redacted] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A -1 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D o operador T é simétrico.
- [redacted] 0 é um autovalor de T.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t + 2\}$.
- B $\{1 - t\}$.
- C $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{t - 5\}$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- ■ 34.
- C 12.
- D 40.
- E 23.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- ■ $(-1,8,-10)$.
- B $(-7,2,2)$.
- C $(-1,3,1)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- E $(2,8,-4)$.

Teste 3 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B -2.
- C 0.
- D 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 6 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- C o operador T é simétrico.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $-16A$.
- [C] 0.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- ■ T é injetora.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [C] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [C] $a = -1$.
- [D] $a = 0$.
- [E] $a = \frac{1}{2}$.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 13 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] A é inversível.
- [B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B 8.
- C 4.
- D -2.
- ■ 16.

Teste 15 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B $\frac{1}{5}$.
- C -5.
- D $\frac{1}{10}$.
- E 22.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	■	C	D	E
Teste 2:	■	B	C	D	E
Teste 3:	A	B	C	D	■
Teste 4:	A	■	C	D	E
Teste 5:	A	B	C	■	E
Teste 6:	■	B	C	D	E
Teste 7:	A	B	C	D	■
Teste 8:	■	B	C	D	E
Teste 9:	A	B	C	D	■
Teste 10:	■	B	C	D	E
Teste 11:	A	■	C	D	E
Teste 12:	A	B	C	D	■
Teste 13:	A	B	■	D	E
Teste 14:	A	B	C	D	■
Teste 15:	A	B	C	D	■
Teste 16:	■	B	C	D	E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- B $a \neq \frac{1}{2}$.
- C $a = -1$.
- ■ $a = 1$.
- E $a = 0$.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- C 8.
- D 4.
- ■ 16.

Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [C] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [D] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [C] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [D] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] A é inversível.
- [C] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- [B] $(-1, 3, 1)$.
- [C] $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [E] $(-1, 9, -9)$.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $64\mathrm{I}$.
- [B] 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [D] $16A$.
- [E] $-16A$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t + 2\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 12.
- ■ 34.
- D 40.
- E 21.

Teste 10 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] 1 é um autovalor de T.
- [B] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- [C] -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [D] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a+bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a+b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C -1.
- E 1.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1,1,2,4) = v + w$ e se $w = (a,b,c,d)$, então $a+b+c+d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- D 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ____________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- ■ T é injetora.
- B T é sobrejetora.
- C a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B 4.
- C -2.
- ■ 16.
- E 0.

Teste 4 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- D 1.
- E -2.

Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 12.
- [B] 23.
- ■ 34.
- [D] 21.
- [E] 40.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [E] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E 22.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- B $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- E $(-1, 9, -9)$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- ■ $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = -1$.
- D $a \neq \frac{1}{2}$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $64\mathrm{I}$.
- [C] 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [E] $-16A$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- [A] $\{t+2\}$.
- [B] $\{t-5\}$.
- [C] $\{3+4t\}$.
- [D] $\{1-t\}$.
- ■ $\{-5+9t\}$.

Teste 14 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- C -1 é um autovalor de T.
- D o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 16 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A ■ C D E

+11/1/60+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

[B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

[C] T é sobrejetora.

[D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

[E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

[A] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[B] todas as afirmações são falsas.

[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- B $16A$.
- C $-16A$.
- D $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A -5.
- B $\frac{1}{10}$.
- C $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E 22.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A -2.
■ 16.
C 0.
D 8.
E 4.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [C] 0.
- [D] 1.
- [E] -2.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_{0}^{1} p(t)q(t) \,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- [A] $\{t + 2\}$.
- [B] $\{1 - t\}$.
- [C] $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{3 + 4t\}$.

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- B $(-1,9,-9)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- D $(-7,2,2)$.
- E $(2,8,-4)$.

Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [B] 21.
- [C] 23.
- [■] 34.
- [E] 12.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] 1 é um autovalor de T.
- [■] 0 é um autovalor de T.
- [C] -1 é um autovalor de T.
- [D] o operador T é simétrico.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = -1$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- D $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.

+11/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = 0$.
- [B] $a = -1$.
- [C] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [E] $a = \frac{1}{2}$.

Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 21.
- C 40.
- D 23.
- E 12.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- ■ $(-1,8,-10)$.
- B $(-1,9,-9)$.
- C $(2,8,-4)$.
- D $(-7,2,2)$.
- E $(-1,3,1)$.

Teste 5 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B -1 é um autovalor de T.
- C o operador T é simétrico.
- D 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- ■ 16.
- C 8.
- D 4.
- E 0.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [B] $-16A$.
- [C] $16A$.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- [E] 0.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

[redacted] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

B se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

C A é inversível.

D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

[redacted] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- C -5.
- D 22.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B 0.
- C 1.
- D -2.
- E -1.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t - 5\}$.
- [B] $\{3 + 4t\}$.
- [C] $\{1 - t\}$.
- [■] $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{t + 2\}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

D a dimensão da imagem de T é igual a 2.

E T é sobrejetora.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: ■ B C D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A -5.
- B 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- D $\frac{1}{10}$.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 8.
- ■ 16.
- D -2.
- E 0.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

B apenas a afirmação (III) é verdadeira.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

D o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [E] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 12.
- [B] 21.
- [C] 23.
- ■ 34.
- [E] 40.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- B $a = 0$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $16A$.
- D 0.
- E $-16A$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [C] $(-1, 3, 1)$.
- [D] $(-1, 9, -9)$.
- [E] $(2, 8, -4)$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] A é inversível.
- [B] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [C] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -1.
- [B] 0.
- [C] -2.
- [D] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B T é sobrejetora.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{t - 5\}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x) g(x) \, \mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
B 1 é um autovalor de T.
C o operador T é simétrico.
■ 0 é um autovalor de T.
E -1 é um autovalor de T.

Teste 16 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: ■ B C D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E A é inversível.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- B $a = -1$.
- C $a \neq \frac{1}{2}$.
- D $a = 0$.
- ■ $a = 1$.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E 22.

Teste 7 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 40.
- C 21.
- D 12.
- ■ 34.

Teste 8 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- C 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E -1.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [redacted] $-64\mathrm{I}$.
- B $16A$.
- C $64\mathrm{I}$.
- D 0.
- E $-16A$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(-1,9,-9)$.
B $(2,8,-4)$.
C $(-7,2,2)$.
■ $(-1,8,-10)$.
E $(-1,3,1)$.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- ■ $\{-5+9t\}$.
- B $\{3+4t\}$.
- C $\{t+2\}$.
- D $\{t-5\}$.
- E $\{1-t\}$.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- E T é sobrejetora.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B 1 é um autovalor de T.
- C o operador T é simétrico.
- D -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- ■ 16.
- C 4.
- D 0.
- E -2.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 12.
- ■ 34.
- [C] 23.
- [D] 21.
- [E] 40.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [D] todas as afirmações são falsas.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

A $\{3 + 4t\}$.

B $\{t - 5\}$.

C $\{1 - t\}$.

D $\{t + 2\}$.

■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = -1$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(2, 8, -4)$.
- B $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- D $(-7, 2, 2)$.
- E $(-1, 9, -9)$.

Teste 10 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
B -1.
C -2.
D 0.
E 1.

Teste 11 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A -2.
B 8.
■ 16.
D 4.
E 0.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- ■ $-64\mathrm{I}$.
- B 0.
- C $64\mathrm{I}$.
- D $-16A$.
- E $16A$.

Teste 14 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B 1 é um autovalor de T.
- C o operador T é simétrico.
- D -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1,1,2,4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C 22.
- D $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] T é sobrejetora.
- [B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

+15/11/2+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B ■ D E

+16/1/60+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ________________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.
- D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t} \operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = 2e^{3t} \cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 3 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A -1 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D o operador T é simétrico.
- E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}}\langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [D] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 6 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são falsas.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 7 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B 16.
- C 4.
- D -2.
- E 0.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = \frac{1}{2}$.
- C $a \neq \frac{1}{2}$.
- [redacted] $a = 1$.
- E $a = -1$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- [redacted] $\frac{22}{5}$.
- D 22.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $16A$.
- C $64\mathrm{I}$.
- D 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 12 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- ■ 34.
- D 21.
- E 23.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- B $(-7,2,2)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- E $(2,8,-4)$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 15 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [B] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 16 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -1.
- [B] 0.
- [C] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [E] -2.

+16/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

B a dimensão da imagem de T é igual a 2.

C T é sobrejetora.

D a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

■ T é injetora.

Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = 0$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- [C] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [D] $a = -1$.
- ■ $a = 1$.

Teste 4 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -1.
- [B] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [D] -2.
- [E] 0.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A 0.

■ $-64\mathrm{I}$.

C $64\mathrm{I}$.

D $-16A$.

E $16A$.

Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 9 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D 1 é um autovalor de T.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- B $(2, 8, -4)$.
- C $(-1, 9, -9)$.
- D $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 12 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 4.
- ■ 16.
- D 8.
- E 0.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 23.
- C 40.
- D 12.
- ■ 34.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

[A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[B] todas as afirmações são falsas.

[C] todas as afirmações são verdadeiras.

[D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

[A] -5.

[B] $\frac{1}{10}$.

■ $\frac{22}{5}$.

[D] $\frac{1}{5}$.

[E] 22.

Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.

+17/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A -5.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- C 22.
- D $\frac{1}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- ■ 34.
- C 40.
- D 12.
- E 21.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- C $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- C T é sobrejetora.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $-16A$.
- D $16A$.
- E $64\mathrm{I}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 3, 1)$.
- B $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- E $(-1, 9, -9)$.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = 0$.
- [B] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [C] $a = -1$.
- ■ $a = 1$.
- [E] $a = \frac{1}{2}$.

Teste 11 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são falsas.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

[A] $\{3 + 4t\}$.
■ $\{-5 + 9t\}$.
[C] $\{1 - t\}$.
[D] $\{t + 2\}$.
[E] $\{t - 5\}$.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

[A] 1 é um autovalor de T.
■ 0 é um autovalor de T.
[C] -1 é um autovalor de T.
[D] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
[E] o operador T é simétrico.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 15 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B -1.
- C 1.
- D 0.
- E -2.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B 4.
- ■ 16.
- D 0.
- E -2.

+18/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A B ■ D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ____________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [C] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- ■ T é injetora.
- [E] T é sobrejetora.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- B $-16A$.
- C $16A$.
- D $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B todas as afirmações são falsas.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A 8.

B -2.

C 0.

D 4.

■ 16.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a+b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- D -2.
- E 0.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- B $(2,8,-4)$.
- C $(-1,9,-9)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- E $(-7,2,2)$.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{t - 5\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- ■ $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq \frac{1}{2}$.
- D $a = \frac{1}{2}$.
- E $a = -1$.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B o operador T é simétrico.
- C -1 é um autovalor de T.
- D 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 40.
- C 23.
- ■ 34.
- E 12.

Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- C $\frac{1}{10}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -5.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E A é inversível.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são falsas.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- B $a = -1$.
- C $a = 0$.
- D $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- B $(-1, 9, -9)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- E $(-1, 3, 1)$.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B -2.
- ■ 16.
- D 0.
- E 4.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C 1.
- D -2.
- E -1.

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

C T é sobrejetora.

D a dimensão da imagem de T é igual a 2.

E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t} \operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C 22.
- D $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f,g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

■ 0 é um autovalor de T.

B o operador T é simétrico.

C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

D 1 é um autovalor de T.

E -1 é um autovalor de T.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A $64\mathrm{I}$.

B $-16A$.

■ $-64\mathrm{I}$.

D $16A$.

E 0.

Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- [B] 12.
- [C] 23.
- [D] 40.
- [E] 21.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t + 2\}$.
- B $\{3 + 4t\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{1 - t\}$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- B o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D -1 é um autovalor de T.
- E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B 8.
- C -2.
- D 4.
- ■ 16.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{3 + 4t\}$.
- D $\{t - 5\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $64\mathrm{I}$.
- B $-16A$.
- C 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

■ $a = 1$.

[B] $a = -1$.

[C] $a = 0$.

[D] $a \neq \frac{1}{2}$.

[E] $a = \frac{1}{2}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

■ $(-1, 8, -10)$.

[B] $(2, 8, -4)$.

[C] $(-1, 9, -9)$.

[D] $(-7, 2, 2)$.

[E] $(-1, 3, 1)$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 10 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- [C] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 12 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

A 23.

■ 34.

C 21.

D 12.

E 40.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [ ] A $\frac{1}{10}$.
- [ ] B 22.
- [ ] C $\frac{1}{5}$.
- [x] $\frac{22}{5}$.
- [ ] E -5.

Teste 14 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [ ] A -2.
- [ ] B 0.
- [ ] C -1.
- [x] $\frac{1}{2}$.
- [ ] E 1.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.
- [D] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t} \operatorname{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] A é inversível.
- [E] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

+21/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- C -2.
- D 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 3 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C todas as afirmações são falsas.

D todas as afirmações são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(-7, 2, 2)$.

B $(-1, 9, -9)$.

C $(2, 8, -4)$.

D $(-1, 3, 1)$.

■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B $\frac{1}{5}$.
- C 22.
- D $\frac{1}{10}$.
- E -5.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim(\operatorname{Ker}(T)) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- B 8.
- C 0.
- D -2.
- E 4.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B a dimensão da imagem de T é igual a 2.

C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

D T é sobrejetora.

E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A 0.

B $64\mathrm{I}$.

C $16A$.

D $-16A$.

■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 9 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- [B] -1 é um autovalor de T.
- [C] 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [B] 12.
- [C] 23.
- [D] 21.
- ■ 34.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t - 5\}$.
- [B] $\{1 - t\}$.
- [C] $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{3 + 4t\}$.

Teste 12 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [C] A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [C] $a = 0$.
- [D] $a = -1$.
- [E] $a = \frac{1}{2}$.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

+22/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	B	C	D	■
Teste 2:	A	■	C	D	E
Teste 3:	A	■	C	D	E
Teste 4:	A	B	C	D	■
Teste 5:	■	B	C	D	E
Teste 6:	■	B	C	D	E
Teste 7:	■	B	C	D	E
Teste 8:	A	B	C	D	■
Teste 9:	A	B	C	■	E
Teste 10:	A	B	C	D	■
Teste 11:	A	B	C	■	E
Teste 12:	A	B	C	■	E
Teste 13:	A	B	C	D	■
Teste 14:	A	■	C	D	E
Teste 15:	A	■	C	D	E
Teste 16:	A	B	C	D	■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

C A é inversível.

D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 2 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A o operador T é simétrico.

■ 0 é um autovalor de T.

C 1 é um autovalor de T.

D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

E -1 é um autovalor de T.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 12.
- C 40.
- D 21.
- E 23.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

■ $\{-5 + 9t\}$.
B $\{1 - t\}$.
C $\{t + 2\}$.
D $\{t - 5\}$.
E $\{3 + 4t\}$.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = \frac{1}{2}$.
■ $a = 1$.
C $a \neq \frac{1}{2}$.
D $a = -1$.
E $a = 0$.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

■ 16.
B 4.
C 0.
D -2.
E 8.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A $16A$.
B 0.
C $-16A$.
D $64\mathrm{I}$.
■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 11 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- C $(-1, 9, -9)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- E $(-1, 3, 1)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A -5.
- B 22.
- C $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 14 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- C 0.
- D -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [■] T é injetora.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ________________________________ **NUSP:** ______________ **Turma:** _________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Respostas

Teste 1:	■	B	C	D	E	**Teste 9:**	A	B	C	D	■
Teste 2:	A	■	C	D	E	**Teste 10:**	A	B	C	■	E
Teste 3:	■	B	C	D	E	**Teste 11:**	A	B	C	■	E
Teste 4:	■	B	C	D	E	**Teste 12:**	A	■	C	D	E
Teste 5:	A	B	C	■	E	**Teste 13:**	A	B	C	■	E
Teste 6:	■	B	C	D	E	**Teste 14:**	A	B	C	D	■
Teste 7:	A	■	C	D	E	**Teste 15:**	A	B	C	D	■
Teste 8:	■	B	C	D	E	**Teste 16:**	A	B	C	D	■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 21.
- ■ 34.
- D 12.
- E 40.

Teste 2 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D A é inversível.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(2,8,-4)$.
- B $(-7,2,2)$.
- C $(-1,3,1)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] $\frac{1}{5}$.
- [D] -5.
- [E] 22.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são falsas.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{1-t\}$.
- [B] $\{3+4t\}$.
- [■] $\{-5+9t\}$.
- [D] $\{t-5\}$.
- [E] $\{t+2\}$.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [B] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [■] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B T é sobrejetora.
- C a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 10 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] o operador T é simétrico.
- [B] -1 é um autovalor de T.
- [C] 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- B $16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- D $64\mathrm{I}$.
- E $-16A$.

Teste 15 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a+b$ será igual a:

- A -2.
- B 4.
- C 8.
- D 0.
- ■ 16.

Teste 16 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- C -2.
- D 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ________________________________ **NUSP:** _____________ **Turma:** _________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [E] T é sobrejetora.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = -1$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [E] $a = 0$.

Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] A é inversível.
- [B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- B 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D -1 é um autovalor de T.
- E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- ■ $\{-5+9t\}$.
- B $\{3+4t\}$.
- C $\{t+2\}$.
- D $\{1-t\}$.
- E $\{t-5\}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- B $(2,8,-4)$.
- C $(-7,2,2)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.

Teste 10 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C -2.
- D 0.
- E 1.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 13 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- ■ 16.
- D 8.
- E 4.

Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 40.
- C 23.
- ■ 34.
- E 12.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $16A$.
- B $64\mathrm{I}$.
- C $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E 0.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{5}$.
- [B] -5.
- [C] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [E] 22.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 2 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C A é inversível.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 12.
- C 40.
- D 21.
- ■ 34.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{3 + 4t\}$.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^1 \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B -2.
- C -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E 1.

Teste 6 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- [C] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] T é sobrejetora.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = \frac{1}{2}$.
- C $a = -1$.
- D $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [B] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $64\mathrm{I}$.
- [B] $16A$.
- [C] $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [E] 0.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- B $\frac{1}{5}$.
- C -5.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 13 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\operatorname{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- B 0.
- C 4.
- D -2.
- E 8.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(-1, 3, 1)$.
B $(-7, 2, 2)$.
C $(2, 8, -4)$.
D $(-1, 9, -9)$.
[redacted] $(-1, 8, -10)$.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
[redacted] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 16 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- B o operador T é simétrico.
- C -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = 0$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 2 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- C a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- D T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.

Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{10}$.
- B $\frac{1}{5}$.
- C 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E -5.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{1 - t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-1, 3, 1)$.
- [B] $(2, 8, -4)$.
- [C] $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [E] $(-1, 9, -9)$.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 40.
- ■ 34.
- C 23.
- D 21.
- E 12.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C A é inversível.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B 1.
- C -2.
- D 0.
- E -1.

Teste 12 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B 0.
- C 4.
- D -2.
- ■ 16.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $16A$.
- B 0.
- C $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $64\mathrm{I}$.

Teste 16 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A -1 é um autovalor de T.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D o operador T é simétrico.
- E 1 é um autovalor de T.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B ■ D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ________________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são falsas.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- [B] $(-1, 3, 1)$.
- [C] $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [E] $(-1, 9, -9)$.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] 4.
- [B] 8.
- ■ 16.
- [D] -2.
- [E] 0.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [C] $-16A$.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- [E] $16A$.

Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

D A é inversível.

E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A -1 é um autovalor de T.

B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

■ 0 é um autovalor de T.

D 1 é um autovalor de T.

E o operador T é simétrico.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [C] $a = 0$.
- [D] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [E] $a = -1$.

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [B] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 12.
- ■ 34.
- D 23.
- E 40.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{3 + 4t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [D] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] $\frac{1}{10}$.
- [D] -5.
- [E] 22.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.
[B] T é sobrejetora.
[C] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
[D] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
[E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 15 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

[A] 0.
[B] 1.
[C] -2.
■ $\frac{1}{2}$.
[E] -1.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

[A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[D] todas as afirmações são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

+28/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ________________________________ **NUSP:** _____________ **Turma:** _________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- ■ 16.
- C -2.
- D 0.
- E 8.

Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 4 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] 1 é um autovalor de T.
- [B] -1 é um autovalor de T.
- [C] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

[A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[B] todas as afirmações são verdadeiras.

[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[■] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[E] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

[A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

[■] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

[C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

[D] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

[E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 8 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- [B] -2.
- [C] -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [E] 0.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.

[B] $-16A$.

[C] 0.

[D] $64\mathrm{I}$.

[E] $16A$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

[A] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

[B] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

[C] A é inversível.

[D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

[A] 23.

■ 34.

[C] 21.

[D] 12.

[E] 40.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

■ $(-1, 8, -10)$.
B $(-1, 3, 1)$.
C $(-1, 9, -9)$.
D $(2, 8, -4)$.
E $(-7, 2, 2)$.

Teste 13 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
E todas as afirmações são falsas.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- ■ T é injetora.
- E T é sobrejetora.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- ■ $a = 1$.
- B $a = \frac{1}{2}$.
- C $a = -1$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- C $\frac{1}{10}$.
- D 22.
- E -5.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A ■ C D E

+29/12/13+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- B $(-1, 9, -9)$.
- C $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- E $(-1, 3, 1)$.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- B 0.
- C 4.
- D 8.
- E -2.

Teste 3 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C -2.
- D -1.
- E 1.

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- ■ 34.
- D 23.
- E 21.

Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $16A$.
- D $64\mathrm{I}$.
- E 0.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] -5.
- [B] $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- [E] 22.

Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [B] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = \frac{1}{2}$.
- [B] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a = 0$.
- [E] $a = -1$.

Teste 12 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] A é inversível.
- [E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t + 2\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- D $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D o operador T é simétrico.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [C] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Considere a base
$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$
de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$
Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- C 21.
- ■ 34.
- E 23.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C 0.
- D $64\mathrm{I}$.
- E $-16A$.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- D 1.
- E 0.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- [C] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [C] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] A é inversível.
- [E] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- [B] $(-1, 3, 1)$.
- [C] $(-1, 9, -9)$.
- [D] $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B $\frac{1}{10}$.
- C 22.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -5.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{1 - t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{3 + 4t\}$.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.
- [B] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] -1 é um autovalor de T.
- [B] 1 é um autovalor de T.
- [C] o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

■ $a = 1$.
B $a = \frac{1}{2}$.
C $a = -1$.
D $a \neq \frac{1}{2}$.
E $a = 0$.

Teste 15 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

■ 16.
B 0.
C -2.
D 4.
E 8.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

+31/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	■	C	D	E
Teste 2:	A	B	C	■	E
Teste 3:	A	B	C	■	E
Teste 4:	A	■	C	D	E
Teste 5:	A	B	■	D	E
Teste 6:	■	B	C	D	E
Teste 7:	A	■	C	D	E
Teste 8:	■	B	C	D	E
Teste 9:	A	B	C	D	■
Teste 10:	■	B	C	D	E
Teste 11:	A	B	■	D	E
Teste 12:	A	B	C	■	E
Teste 13:	A	B	C	■	E
Teste 14:	■	B	C	D	E
Teste 15:	■	B	C	D	E
Teste 16:	A	B	■	D	E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B 0.
- C $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 40.
- B 12.
- ■ 34.
- D 23.
- E 21.

Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- D o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- D $\frac{1}{10}$.
- E 22.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (I) é verdadeira.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x) g(x) \, \mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A -1 é um autovalor de T.

■ 0 é um autovalor de T.

C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

D 1 é um autovalor de T.

E o operador T é simétrico.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [C] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [D] $a = -1$.
- [E] $a = 0$.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [B] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [C] -1.
- [D] -2.
- [E] 0.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [C] $(-1, 9, -9)$.
- [D] $(2, 8, -4)$.
- [E] $(-1, 3, 1)$.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A 8.

B -2.

C 4.

■ 16.

E 0.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

A $\{t + 2\}$.

B $\{1 - t\}$.

C $\{t - 5\}$.

■ $\{-5 + 9t\}$.

E $\{3 + 4t\}$.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 23.
- C 21.
- D 40.
- E 12.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[B] todas as afirmações são verdadeiras.

[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[D] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[E] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

[A] 4.

[B] -2.

[C] 8.

[D] 0.

■ 16.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- [B] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [■] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 8 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [■] 0 é um autovalor de T.
- [B] 1 é um autovalor de T.
- [C] -1 é um autovalor de T.
- [D] o operador T é simétrico.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 9 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] A é inversível.
- [C] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [■] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.
B $-16A$.
C 0.
D $16A$.
E $64\mathrm{I}$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

A $\frac{1}{5}$.
B 22.
■ $\frac{22}{5}$.
D $\frac{1}{10}$.
E -5.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(-1,3,1)$.
B $(-7,2,2)$.
■ $(-1,8,-10)$.
D $(2,8,-4)$.
E $(-1,9,-9)$.

Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = \frac{1}{2}$.
B $a = 0$.
■ $a = 1$.
D $a \neq \frac{1}{2}$.
E $a = -1$.

Teste 14 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
B -2.
C 1.
D -1.
E 0.

Teste 15 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

A T é sobrejetora.
B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
C a dimensão da imagem de T é igual a 2.
■ T é injetora.
E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- B $a = 0$.
- C $a = -1$.
- [redacted] $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [redacted] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D A é inversível.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A o operador T é simétrico.

■ 0 é um autovalor de T.

C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

D -1 é um autovalor de T.

E 1 é um autovalor de T.

Teste 6 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- ■ T é injetora.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 7 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 21.
- [B] 23.
- ■ 34.
- [D] 40.
- [E] 12.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $-16A$.
- [B] $16A$.
- [■] $-64\mathrm{I}$.
- [D] 0.
- [E] $64\mathrm{I}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [■] $\frac{22}{5}$.
- [B] $\frac{1}{5}$.
- [C] -5.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- [E] 22.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a+b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
B -1.
C -2.
D 0.
E 1.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B 0.
- ■ 16.
- D 4.
- E -2.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- C $(2, 8, -4)$.
- D $(-1, 9, -9)$.
- E $(-7, 2, 2)$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{3 + 4t\}$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- [C] $a = -1$.
- [D] $a = 0$.
- [■] $a = 1$.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [■] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [E] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

[B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

[C] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

[D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

[E] T é sobrejetora.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

[A] 0.

[B] $64\mathrm{I}$.

[C] $16A$.

[D] $-16A$.

■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- [E] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] A é inversível.
- [B] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [E] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(2, 8, -4)$.
- [B] $(-7, 2, 2)$.
- [C] $(-1, 9, -9)$.
- [D] $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 8 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

■ 0 é um autovalor de T.

B o operador T é simétrico.

C 1 é um autovalor de T.

D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

E -1 é um autovalor de T.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

A 12.

B 23.

■ 34.

D 40.

E 21.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B 22.
- C -5.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 11 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- [A] $\{1 - t\}$.
- [B] $\{3 + 4t\}$.
- [■] $\{-5 + 9t\}$.
- [D] $\{t + 2\}$.
- [E] $\{t - 5\}$.

Teste 14 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a+b$ será igual a:

- A 1.
- B -1.
- [redacted] $\frac{1}{2}$.
- D 0.
- E -2.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B -2.
- C 4.
- D 0.
- ■ 16.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** _____________ **Turma:** _________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: ■ B C D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A B C D ■

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ________________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t + 2\}$.
- [B] $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [D] $\{t - 5\}$.
- [E] $\{1 - t\}$.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(2, 8, -4)$.
B $(-1, 9, -9)$.
■ $(-1, 8, -10)$.
D $(-1, 3, 1)$.
E $(-7, 2, 2)$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $64\mathrm{I}$.
- B $16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- D $-16A$.
- E 0.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E 22.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] -1 é um autovalor de T.
- [B] 1 é um autovalor de T.
- [C] o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [E] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- ■ T é injetora.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são falsas.

D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = 0$.

■ $a = 1$.

C $a = -1$.

D $a = \frac{1}{2}$.

E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 11 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- D -2.
- E -1.

Teste 12 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D A é inversível.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 23.
- C 12.
- D 21.
- E 40.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B -2.
- C 4.
- ■ 16.
- E 8.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- B 1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B -2.
- C 1.
- D -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- ■ $(-1, 8, -10)$.
- B $(-1, 3, 1)$.
- C $(-1, 9, -9)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- E $(-7, 2, 2)$.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- [B] 23.
- [C] 40.
- [D] 21.
- [E] 12.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] -2.
- [B] 8.
- ■ 16.
- [D] 0.
- [E] 4.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- B -5.
- C $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A T é sobrejetora.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- B $\{t + 2\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 13 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- ■ $a = 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = \frac{1}{2}$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.

B $16A$.

C 0.

D $64\mathrm{I}$.

E $-16A$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: ■ B C D E

+38/1/36+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] A é inversível.
- [E] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-1, 9, -9)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [C] $(-7, 2, 2)$.
- [D] $(2, 8, -4)$.
- [E] $(-1, 3, 1)$.

Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = \frac{1}{2}$.
- [B] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a = 0$.
- [E] $a = -1$.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

A 12.

B 23.

■ 34.

D 21.

E 40.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] 0.
- [B] $64\mathrm{I}$.
- [C] $16A$.
- [D] $-16A$.
- [■] $-64\mathrm{I}$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 9 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- [B] -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [D] -2.
- [E] 0.

Teste 10 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 8.
- ■ 16.
- D 0.
- E -2.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B $\frac{1}{5}$.
- C $\frac{1}{10}$.
- D -5.
- E 22.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [E] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [C] -1 é um autovalor de T.
- [D] 1 é um autovalor de T.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- B $\{3 + 4t\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 15 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B a dimensão da imagem de T é igual a 2.

C a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

D a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

E T é sobrejetora.

+38/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 23.
- C 40.
- D 21.
- E 12.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B 1.
- C -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E -2.

Teste 3 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A 1 é um autovalor de T.
B o operador T é simétrico.
C -1 é um autovalor de T.
■ 0 é um autovalor de T.
E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(-7,2,2)$.
B $(-1,3,1)$.
C $(2,8,-4)$.
■ $(-1,8,-10)$.
E $(-1,9,-9)$.

Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A A é inversível.
B se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- B $\{t + 2\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [D] 0.
- [E] $64\mathrm{I}$.

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [E] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

■ $\frac{22}{5}$.
B 22.
C -5.
D $\frac{1}{5}$.
E $\frac{1}{10}$.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- B $a = -1$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = \frac{1}{2}$.
- E $a = 0$.

Teste 15 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 8.
- C 0.
- ■ 16.
- E 4.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A T é sobrejetora.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- ■ T é injetora.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	■	B	C	D	E
Teste 2:	A	B	C	■	E
Teste 3:	A	B	C	■	E
Teste 4:	A	B	C	■	E
Teste 5:	A	B	■	D	E
Teste 6:	A	■	C	D	E
Teste 7:	A	B	C	D	■
Teste 8:	A	B	■	D	E
Teste 9:	■	B	C	D	E
Teste 10:	A	■	C	D	E
Teste 11:	■	B	C	D	E
Teste 12:	A	B	C	■	E
Teste 13:	A	B	■	D	E
Teste 14:	A	B	■	D	E
Teste 15:	A	B	C	■	E
Teste 16:	A	B	C	D	■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- C 1 é um autovalor de T.
- D o operador T é simétrico.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- C -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E 1.

Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[C] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[D] todas as afirmações são verdadeiras.

[E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

[A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

[C] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

[D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

[E] A é inversível.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] 0.
- [B] -2.
- ■ 16.
- [D] 8.
- [E] 4.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

■ $\frac{22}{5}$.
B 22.
C -5.
D $\frac{1}{5}$.
E $\frac{1}{10}$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [D] T é sobrejetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [C] $16A$.
- [D] 0.
- [E] $64\mathrm{I}$.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

A $\{t - 5\}$.

B $\{3 + 4t\}$.

■ $\{-5 + 9t\}$.

D $\{1 - t\}$.

E $\{t + 2\}$.

Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

■ $a = 1$.

B $a \neq \frac{1}{2}$.

C $a = 0$.

D $a = \frac{1}{2}$.

E $a = -1$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(-1, 9, -9)$.

B $(-1, 3, 1)$.

C $(-7, 2, 2)$.

D $(2, 8, -4)$.

■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 40.
- C 23.
- ■ 34.
- E 12.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: ■ B C D E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são falsas.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

A 22.
B $\frac{1}{10}$.
C -5.
■ $\frac{22}{5}$.
E $\frac{1}{5}$.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 8.
- C 0.
- D 4.
- ■ 16.

Teste 4 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C 0.
- D -1.
- E 1.

Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [D] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

■ $(-1, 8, -10)$.
B $(-1, 3, 1)$.
C $(2, 8, -4)$.
D $(-1, 9, -9)$.
E $(-7, 2, 2)$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A $64\mathrm{I}$.
B 0.
C $-16A$.
D $16A$.
■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- B $\{3 + 4t\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- E $\{t - 5\}$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- D T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

[B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

[C] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

[D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

[E] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

[A] -1 é um autovalor de T.

[B] o operador T é simétrico.

[C] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

[D] 1 é um autovalor de T.

■ 0 é um autovalor de T.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = 0$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a = -1$.
- [E] $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 40.
- C 23.
- ■ 34.
- E 12.

+41/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $64\mathrm{I}$.
- B 0.
- C $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 2 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D o operador T é simétrico.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t+2\}$.
- ■ $\{-5+9t\}$.
- C $\{1-t\}$.
- D $\{3+4t\}$.
- E $\{t-5\}$.

Teste 4 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^1 \big(|t| - (a+bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C -1.
- D 0.
- E 1.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] -2.
- [B] 4.
- [C] 0.
- ■ 16.
- [E] 8.

Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

■ $a = 1$.
[B] $a = -1$.
[C] $a \neq \frac{1}{2}$.
[D] $a = \frac{1}{2}$.
[E] $a = 0$.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

[A] todas as afirmações são falsas.
[B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
[C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
[E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-1, 9, -9)$.
- [B] $(-1, 3, 1)$.
- [C] $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- [E] $(2, 8, -4)$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] $\frac{1}{10}$.
- [D] -5.
- [E] $\frac{1}{5}$.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- B 40.
- C 23.
- D 12.
- E 21.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [C] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [■] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] A é inversível.
- [C] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [■] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

+42/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

■ $\{-5 + 9t\}$.
B $\{t + 2\}$.
C $\{3 + 4t\}$.
D $\{1 - t\}$.
E $\{t - 5\}$.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = -1$.
B $a = 0$.
■ $a = 1$.
D $a = \frac{1}{2}$.
E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 3 Considere a base
$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$
de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$
Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 21.
- ■ 34.
- D 12.
- E 40.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:
$$S = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$
Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1,1,2,4) = v + w$ e se $w = (a,b,c,d)$, então $a+b+c+d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B -5.
- C $\frac{1}{5}$.
- D $\frac{1}{10}$.
- E 22.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 1.
- B -2.
- C -1.
- D 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 6 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x) g(x) \, \mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- C -1 é um autovalor de T.
- D 1 é um autovalor de T.
- E o operador T é simétrico.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- C $(-1, 9, -9)$.
- D $(-1, 3, 1)$.
- E $(2, 8, -4)$.

Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A A é inversível.
B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
■ T é injetora.
E T é sobrejetora.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 0.
- C 8.
- D -2.
- ■ 16.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C 0.
- D $64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [E] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

+43/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	■	B	C	D	E
Teste 2:	A	B	■	D	E
Teste 3:	A	B	■	D	E
Teste 4:	■	B	C	D	E
Teste 5:	A	B	C	D	■
Teste 6:	■	B	C	D	E
Teste 7:	A	■	C	D	E
Teste 8:	■	B	C	D	E
Teste 9:	A	B	C	■	E
Teste 10:	A	B	C	D	■
Teste 11:	A	B	C	■	E
Teste 12:	A	B	C	D	■
Teste 13:	A	B	C	■	E
Teste 14:	A	B	C	D	■
Teste 15:	A	■	C	D	E
Teste 16:	A	B	■	D	E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(2,8,-4)$.
B $(-1,9,-9)$.
C $(-1,3,1)$.
■ $(-1,8,-10)$.
E $(-7,2,2)$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v,z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v,w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v,w\rangle = \langle v,v\rangle^{\frac{1}{2}}\langle w,w\rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v,e_1\rangle e_1 + \langle v,e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v,e_n\rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [D] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] 22.
- [D] $\frac{1}{5}$.
- [E] -5.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são falsas.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [■] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] 0.
- [B] $16A$.
- [C] $64\mathrm{I}$.
- [■] $-64\mathrm{I}$.
- [E] $-16A$.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A -1 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- C o operador T é simétrico.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- ■ 0 é um autovalor de T.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_{0}^{1} p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- A $\{t + 2\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 11 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
B -2.
C -1.
D 1.
E 0.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [B] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 13 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] -2.
- [B] 0.
- [C] 4.
- ■ 16.
- [E] 8.

Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 40.
- C 12.
- D 23.
- ■ 34.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- D $a = 0$.
- E $a = -1$.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- D T é sobrejetora.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

+44/11/14+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	B	C	■	E
Teste 2:	■	B	C	D	E
Teste 3:	A	■	C	D	E
Teste 4:	A	■	C	D	E
Teste 5:	A	B	C	■	E
Teste 6:	A	B	C	■	E
Teste 7:	A	B	C	D	■
Teste 8:	A	■	C	D	E
Teste 9:	A	B	C	D	■
Teste 10:	A	B	C	■	E
Teste 11:	■	B	C	D	E
Teste 12:	A	B	C	■	E
Teste 13:	A	B	C	■	E
Teste 14:	A	B	C	D	■
Teste 15:	A	■	C	D	E
Teste 16:	A	■	C	D	E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ____________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C -1.
- D -2.
- E 1.

Teste 3 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

■ 0 é um autovalor de T.

B 1 é um autovalor de T.

C o operador T é simétrico.

D -1 é um autovalor de T.

E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são falsas.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t+2\}$.
- B $\{t-5\}$.
- C $\{3+4t\}$.
- D $\{1-t\}$.
- ■ $\{-5+9t\}$.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 40.
- C 12.
- ■ 34.
- E 21.

Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

D A é inversível.

E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B apenas a afirmação (III) é verdadeira.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $64\mathrm{I}$.
- D $16A$.
- E 0.

Teste 11 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a+b$ será igual a:

- A 4.
- ■ 16.
- C 0.
- D 8.
- E -2.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(-1,3,1)$.
B $(2,8,-4)$.
■ $(-1,8,-10)$.
D $(-7,2,2)$.
E $(-1,9,-9)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1,1,2,4) = v + w$ e se $w = (a,b,c,d)$, então $a+b+c+d$ será igual a:

A $\frac{1}{10}$.
B -5.
■ $\frac{22}{5}$.
D 22.
E $\frac{1}{5}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$
satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [B] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [D] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = 0$.
- ■ $a = 1$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- D $a \neq \frac{1}{2}$.
- E $a = -1$.

+45/11/2+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: ■ B C D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] 8.
- [B] 0.
- [C] 4.
- [D] -2.
- ■ 16.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] 22.
- [B] $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [D] -5.
- [E] $\frac{1}{10}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{3 + 4t\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- B -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- E 1 é um autovalor de T.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.
[B] $16A$.
[C] $64\mathrm{I}$.
[D] 0.
[E] $-16A$.

Teste 9 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.
[B] -2.
[C] -1.
[D] 0.
[E] 1.

Teste 10 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- ■ T é injetora.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- D T é sobrejetora.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = -1$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- [C] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [E] $a = 0$.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- [A] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [B] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [C] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [E] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

[redacted] $(-1, 8, -10)$.
B $(-7, 2, 2)$.
C $(-1, 3, 1)$.
D $(-1, 9, -9)$.
E $(2, 8, -4)$.

Teste 15 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E todas as afirmações são falsas.

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [■] 34.
- [C] 23.
- [D] 21.
- [E] 12.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A ■ C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

■ $\frac{1}{2}$.

B 1.

C 0.

D -2.

E -1.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (III) é verdadeira.

B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(2,8,-4)$.
- B $(-1,3,1)$.
- C $(-7,2,2)$.
- D $(-1,9,-9)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p,q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p,q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{1-t\}$.
- B $\{t+2\}$.
- C $\{3+4t\}$.
- D $\{t-5\}$.
- ■ $\{-5+9t\}$.

Teste 5 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

■ 16.
B 4.
C -2.
D 8.
E 0.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- B $a = -1$.
- C $a = 0$.
- ■ $a = 1$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 8 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $64\mathrm{I}$.
- C $16A$.
- D 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A T é sobrejetora.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- ■ 34.
- C 12.
- D 23.
- E 40.

Teste 14 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

■ 0 é um autovalor de T.

B 1 é um autovalor de T.

C -1 é um autovalor de T.

D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

E o operador T é simétrico.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

C o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B 22.
- C $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E -5.

+47/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C D ■

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

+48/1/36+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [B] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] A é inversível.
- [E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t + 2\}$.
- [B] $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [D] $\{1 - t\}$.
- [E] $\{3 + 4t\}$.

Teste 3 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] todas as afirmações são falsas.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- $\boxed{\text{A}}$ $a = 0$.
- $\boxed{\text{B}}$ $a \neq \frac{1}{2}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $a = -1$.
- $\boxed{\text{D}}$ $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- $\boxed{\text{A}}$ o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- $\boxed{\text{B}}$ o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- $\boxed{\text{C}}$ o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- $\boxed{\text{D}}$ o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 6 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 0.
- [redacted] 16.
- D 8.
- E -2.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [redacted] T é injetora.
- C a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- E T é sobrejetora.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

■ $(-1, 8, -10)$.
B $(-7, 2, 2)$.
C $(-1, 9, -9)$.
D $(2, 8, -4)$.
E $(-1, 3, 1)$.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.
B $16A$.
C 0.
D $64\mathrm{I}$.
E $-16A$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -5.
- C 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 11 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D o operador T é simétrico.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C 0.
- D -1.
- E 1.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 40.
- B 23.
- C 21.
- D 12.
- ■ 34.

+48/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

[redacted] $-64\mathrm{I}$.
B $64\mathrm{I}$.
C $-16A$.
D $16A$.
E 0.

Teste 2 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

[redacted] 0 é um autovalor de T.
B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
C o operador T é simétrico.
D 1 é um autovalor de T.
E -1 é um autovalor de T.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(-1, 3, 1)$.
B $(2, 8, -4)$.
■ $(-1, 8, -10)$.
D $(-7, 2, 2)$.
E $(-1, 9, -9)$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = 0$.
B $a = -1$.
■ $a = 1$.
D $a = \frac{1}{2}$.
E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t - 5\}$.
- [B] $\{3 + 4t\}$.
- [C] $\{1 - t\}$.
- [D] $\{t + 2\}$.
- [■] $\{-5 + 9t\}$.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2), (1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [B] 21.
- [C] 23.
- [D] 12.
- [■] 34.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a+bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a+b$ será igual a:

- A -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C 1.
- D -2.
- E 0.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a+b$ será igual a:

- A -2.
- B 0.
- C 8.
- D 4.
- ■ 16.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- D -5.
- E 22.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\text{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \text{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\text{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \text{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\text{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \text{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\text{sen}\, t$.
- E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\text{sen}(2t)$.

Teste 14 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C A é inversível.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 15 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- C T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 9, -9)$.
- B $(-1, 3, 1)$.
- C $(-7, 2, 2)$.
- D $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 2 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E A é inversível.

Teste 3 Considere a base
$$\mathcal{B} = \{(1, 2), (1, 3)\}$$
de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$
Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 40.
- ■ 34.
- D 23.
- E 21.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

■ $\{-5+9t\}$.
B $\{t-5\}$.
C $\{3+4t\}$.
D $\{1-t\}$.
E $\{t+2\}$.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
C o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.

Teste 8 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [C] -2.
- [D] -1.
- [E] 0.

Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = -1$.
- [B] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a = \frac{1}{2}$.
- [E] $a = 0$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

■ $\frac{22}{5}$.
B -5.
C $\frac{1}{5}$.
D $\frac{1}{10}$.
E 22.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A $16A$.
B $-16A$.
C 0.
■ $-64\mathrm{I}$.
E $64\mathrm{I}$.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
B todas as afirmações são verdadeiras.
C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
■ 0 é um autovalor de T.
C -1 é um autovalor de T.
D o operador T é simétrico.
E 1 é um autovalor de T.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\operatorname{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- B 8.
- C -2.
- D 0.
- E 4.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [D] todas as afirmações são falsas.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = -1$.
- [B] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [C] $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [E] $a = 0$.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{t - 5\}$.
- [■] $\{-5 + 9t\}$.
- [C] $\{1 - t\}$.
- [D] $\{t + 2\}$.
- [E] $\{3 + 4t\}$.

Teste 4 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [■] T é injetora.
- [B] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [C] T é sobrejetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- [C] -1.
- [D] -2.
- [E] 0.

Teste 8 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- [B] 0.
- [C] 8.
- [D] -2.
- [E] 4.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- B $\frac{1}{5}$.
- C -5.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B 0.
- C $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A -1 é um autovalor de T.
- B 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- E o operador T é simétrico.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (I) é verdadeira.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

A $(-1,3,1)$.

B $(-7,2,2)$.

C $(2,8,-4)$.

■ $(-1,8,-10)$.

E $(-1,9,-9)$.

Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 21.
- [B] 12.
- [C] 40.
- [D] 23.
- ■ 34.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [C] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

+51/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t-5\}$.
- B $\{t+2\}$.
- ■ $\{-5+9t\}$.
- D $\{1-t\}$.
- E $\{3+4t\}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 4 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E A é inversível.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B 0.
- C -2.
- D 1.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 6 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A o operador T é simétrico.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- C 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-7,2,2)$.
- B $(-1,3,1)$.
- C $(2,8,-4)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- E $(-1,9,-9)$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = 0$.
- [B] $a = \frac{1}{2}$.
- [C] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- [E] $a = -1$.

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [B] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [D] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [E] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- $\boxed{A}$ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- $\boxed{B}$ todas as afirmações são verdadeiras.
- $\boxed{C}$ todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- $\boxed{E}$ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- $\boxed{A}$ 23.
- $\boxed{B}$ 12.
- ■ 34.
- $\boxed{D}$ 21.
- $\boxed{E}$ 40.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- [C] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- [E] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{5}$.
- [B] 22.
- [C] -5.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 0.
- ■ 16.
- D 8.
- E -2.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $16A$.
- B $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- D 0.
- E $64\mathrm{I}$.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C ■ E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C D ■

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A B ■ D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- B A é inversível.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B 0.
- C $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E $16A$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1+t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{3+4t\}$.
- [B] $\{t+2\}$.
- [C] $\{1-t\}$.
- [■] $\{-5+9t\}$.
- [E] $\{t-5\}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{5}$.
- [B] 22.
- [C] -5.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- [■] $\frac{22}{5}$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 8 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- B 12.
- C 21.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- [A] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- [B] T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- [D] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- [E] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a \neq \frac{1}{2}$.
- [B] $a = 0$.
- ■ $a = 1$.
- [D] $a = \frac{1}{2}$.
- [E] $a = -1$.

Teste 11 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D 1 é um autovalor de T.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(2,8,-4)$.
- B $(-1,9,-9)$.
- C $(-1,3,1)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- E $(-7,2,2)$.

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \,\mathrm{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- ■ 16.
- C 8.
- D 4.
- E -2.

Teste 16 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B 0.
- C -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E 1.

+53/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C D ■

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A B ■ D E

Teste 10: A B ■ D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 23.
- [B] 40.
- [C] 21.
- [D] 12.
- ■ 34.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [D] $-16A$.
- [E] 0.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 8.
- B -2.
- C 0.
- ■ 16.
- E 4.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{3 + 4t\}$.
- B $\{t - 5\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
D A é inversível.
E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 6 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a \neq \frac{1}{2}$.
B $a = -1$.
C $a = \frac{1}{2}$.
D $a = 0$.
■ $a = 1$.

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
B T é sobrejetora.
■ T é injetora.
D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
E a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A: o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C: o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- D: o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E: o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 9 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A: -1.
- B: 1.
- C: 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E: -2.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] -5.
- [D] $\frac{1}{10}$.
- [E] $\frac{1}{5}$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 3, 1)$.
- B $(2, 8, -4)$.
- C $(-1, 9, -9)$.
- D $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\,\mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- C $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \mathrm{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \mathrm{sen}\, t)$ e $y(t) = e^{3t}\,\mathrm{sen}\, t$.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são falsas.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- B $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- C o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- E -1 é um autovalor de T.

+54/11/14+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ____________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C D ■

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [redacted] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- B $\frac{1}{5}$.
- [redacted] $\frac{22}{5}$.
- D -5.
- E $\frac{1}{10}$.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- ■ 16.
- C -2.
- D 0.
- E 8.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- B $\{3 + 4t\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- D $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 12.
- B 21.
- C 23.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{2}$.
- [redacted] $a = 1$.
- C $a = -1$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [redacted] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.
- [D] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são falsas.
- [D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [E] todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] A é inversível.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [E] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 1.
- C -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E 0.

Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- D a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- E T é sobrejetora.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

■ $(-1,8,-10)$.
B $(-1,3,1)$.
C $(-7,2,2)$.
D $(2,8,-4)$.
E $(-1,9,-9)$.

Teste 15 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f,g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f,g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A o operador T é simétrico.
■ 0 é um autovalor de T.
C 1 é um autovalor de T.
D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
E -1 é um autovalor de T.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $16A$.
- C $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- E 0.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

Boa Prova!

Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- [redacted] o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 2 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [redacted] 0 é um autovalor de T.
- B o operador T é simétrico.
- C -1 é um autovalor de T.
- D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- E 1 é um autovalor de T.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t + 2\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- E $\{1 - t\}$.

Teste 4 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^1 \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B 0.
- C -1.
- D -2.
- E 1.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
C todas as afirmações são falsas.
D todas as afirmações são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

A 22.
B $\frac{1}{10}$.
■ $\frac{22}{5}$.
D -5.
E $\frac{1}{5}$.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

A $16A$.
B $64\mathrm{I}$.
C 0.
[redacted] $-64\mathrm{I}$.
E $-16A$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

A $a = 0$.
B $a = \frac{1}{2}$.
[redacted] $a = 1$.
D $a \neq \frac{1}{2}$.
E $a = -1$.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- ■ 34.
- C 40.
- D 12.
- E 23.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E A é inversível.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D apenas a afirmação (I) é verdadeira.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
[B] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
[C] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
[D] todas as afirmações são verdadeiras.
[E] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 14 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

[A] 0.
■ 16.
[C] 8.
[D] 4.
[E] -2.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,9,-9)$.
- B $(2,8,-4)$.
- C $(-7,2,2)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.
- E $(-1,3,1)$.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- ■ T é injetora.
- E T é sobrejetora.

+56/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D ■

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A ■ C D E

Teste 4: ■ B C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A ■ C D E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

+57/1/48+

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 3 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são falsas.
B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.
B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
D T é sobrejetora.
E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 5 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{t - 5\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{1 - t\}$.
- D $\{3 + 4t\}$.
- E $\{t + 2\}$.

Teste 6 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^1 \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B 1.
- C -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- E 0.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B o operador T é simétrico.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D 1 é um autovalor de T.
- E -1 é um autovalor de T.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $64\mathrm{I}$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- C $-16A$.
- D $16A$.
- E 0.

Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- ■ $a = 1$.
- C $a = \frac{1}{2}$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- B $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- E $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] 22.
- [B] $\frac{1}{10}$.
- [C] $\frac{1}{5}$.
- [■] $\frac{22}{5}$.
- [E] -5.

Teste 12 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [B] 12.
- [C] 21.
- [D] 23.
- [■] 34.

Teste 13 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

B se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

C A é inversível.

D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^\perp$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas a afirmação (I) é verdadeira.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 9, -9)$.
- B $(2, 8, -4)$.
- C $(-1, 3, 1)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- E $(-7, 2, 2)$.

Teste 16 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B 4.
- C 8.
- D 0.
- ■ 16.

+57/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1:	A	B	C	D	■
Teste 2:	A	B	■	D	E
Teste 3:	A	B	C	■	E
Teste 4:	■	B	C	D	E
Teste 5:	A	■	C	D	E
Teste 6:	A	B	C	■	E
Teste 7:	A	B	■	D	E
Teste 8:	A	■	C	D	E
Teste 9:	A	■	C	D	E
Teste 10:	A	B	■	D	E
Teste 11:	A	B	C	■	E
Teste 12:	A	B	C	D	■
Teste 13:	■	B	C	D	E
Teste 14:	A	B	C	D	■
Teste 15:	A	B	C	■	E
Teste 16:	A	B	C	D	■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

+58/2/35+

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ é igual a:

- A 23.
- B 12.
- C 21.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- D 1.
- E 0.

Teste 3 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B 8.
- C 4.
- ■ 16.
- E -2.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- A $(-1, 9, -9)$.
- B $(2, 8, -4)$.
- C $(-7, 2, 2)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.
- E $(-1, 3, 1)$.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
D todas as afirmações são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
B A é inversível.
C se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
D se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 7 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A -1 é um autovalor de T.
■ 0 é um autovalor de T.
C o operador T é simétrico.
D $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
E 1 é um autovalor de T.

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B T é sobrejetora.

C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

D a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

E a dimensão da imagem de T é igual a 2.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são falsas.

E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $-16A$.
- [B] $64\mathrm{I}$.
- [C] $16A$.
- [D] 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [C] -5.
- [D] $\frac{1}{5}$.
- [E] 22.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

■ $a = 1$.
B $a \neq \frac{1}{2}$.
C $a = -1$.
D $a = \frac{1}{2}$.
E $a = 0$.

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.
■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
C $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.
D $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \cos(2t)$.
E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.

Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

B o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

C o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

E o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{1 - t\}$.
- [B] $\{t - 5\}$.
- [C] $\{t + 2\}$.
- [■] $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{3 + 4t\}$.

+58/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: A ■ C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C ■ E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 23.
- C 12.
- ■ 34.
- E 40.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{1 - t\}$.
- [B] $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [D] $\{3 + 4t\}$.
- [E] $\{t - 5\}$.

Teste 4 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- [A] 4.
- ■ 16.
- [C] 0.
- [D] 8.
- [E] -2.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -2.
- B -1.
- C 1.
- D 0.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A $-16A$.
- B $16A$.
- C $64\mathrm{I}$.
- D 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.

Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,3,1)$.
- B $(-7,2,2)$.
- C $(-1,9,-9)$.
- D $(2,8,-4)$.
- ■ $(-1,8,-10)$.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- B 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- D -1 é um autovalor de T.
- E o operador T é simétrico.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B 22.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- D $\frac{1}{10}$.
- E -5.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 3.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- B $a = \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- D $a = -1$.
- E $a = 0$.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- C A é inversível.
- D se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

+59/11/14+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C ■ E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B C D ■

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: ■ B C D E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A B ■ D E

Teste 13: A B ■ D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B ■ D E

Teste 16: A B C D ■

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- [A] -1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- [C] 1 é um autovalor de T.
- [D] $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- [E] o operador T é simétrico.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] -5.
- [B] $\frac{1}{5}$.
- [C] $\frac{1}{10}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.
- [E] 22.

Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- A 0.
- B $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- D $16A$.
- E $64\mathrm{I}$.

Teste 4 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B A é inversível.
- C se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são falsas.
[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C todas as afirmações são verdadeiras.
D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 4.
- B 8.
- ■ 16.
- D -2.
- E 0.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- [redacted] 34.
- C 21.
- D 12.
- E 40.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

- A $(-1,9,-9)$.
- B $(-1,3,1)$.
- C $(2,8,-4)$.
- D $(-7,2,2)$.
- [redacted] $(-1,8,-10)$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- A $\{1 - t\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- C $\{t - 5\}$.
- D $\{t + 2\}$.
- E $\{3 + 4t\}$.

Teste 12 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^1 \big(|t| - (a + bt)\big)^2\,\mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- B 1.
- C 0.
- D -2.
- ■ $\frac{1}{2}$.

Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

[B] a dimensão da imagem de T é igual a 2.

[C] a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

[D] a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

[E] T é sobrejetora.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

[A] $a = -1$.

[B] $a \neq \frac{1}{2}$.

[C] $a = \frac{1}{2}$.

[D] $a = 0$.

■ $a = 1$.

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

C $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

D $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

E $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

A o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

D o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

E o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: A B C ■ E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: ■ B C D E

Teste 6: A ■ C D E

Teste 7: A B ■ D E

Teste 8: A B C ■ E

Teste 9: A ■ C D E

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B C D ■

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B C D ■

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: A B ■ D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.

B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

[redacted] $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- B T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- D a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [C] 0.
- [D] $64\mathrm{I}$.
- [E] $-16A$.

Teste 6 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [E] A é inversível.

Teste 7 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- ■ 34.
- [B] 21.
- [C] 40.
- [D] 12.
- [E] 23.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1,1,1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1,4,-2)$ é igual a:

■ $(-1,8,-10)$.
B $(-7,2,2)$.
C $(-1,3,1)$.
D $(-1,9,-9)$.
E $(2,8,-4)$.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
B todas as afirmações são verdadeiras.
C todas as afirmações são falsas.
■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

A 4.
B -2.
C 0.
■ 16.
E 8.

Teste 11 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

A -1 é um autovalor de T.
■ 0 é um autovalor de T.
C 1 é um autovalor de T.
D o operador T é simétrico.
E $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^{\perp}$ será:

A $\{t - 5\}$.

B $\{1 - t\}$.

C $\{t + 2\}$.

■ $\{-5 + 9t\}$.

E $\{3 + 4t\}$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\big\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

A 22.

B $\frac{1}{5}$.

C $\frac{1}{10}$.

■ $\frac{22}{5}$.

E -5.

Teste 14 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- ■ $\frac{1}{2}$.
- B -1.
- C -2.
- D 1.
- E 0.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a = \frac{1}{2}$.
- C $a = 0$.
- ■ $a = 1$.
- E $a \neq \frac{1}{2}$.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

+61/11/50+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ____________________ **NUSP:** __________ **Turma:** _______

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B ■ D E

Teste 3: A B ■ D E

Teste 4: A B ■ D E

Teste 5: A ■ C D E

Teste 6: A B ■ D E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: ■ B C D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A ■ C D E

Teste 12: A B C ■ E

Teste 13: A B C ■ E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ____

BOA PROVA!

Teste 1 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- A -1.
- ■ $\frac{1}{2}$.
- C 1.
- D 0.
- E -2.

Teste 3 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{3 + 4t\}$.
- [B] $\{t - 5\}$.
- [C] $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.
- [E] $\{1 - t\}$.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $16A$.
- [B] $64\mathrm{I}$.
- [C] $-16A$.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [E] 0.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z\rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w\rangle = \langle v, v\rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w\rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1\rangle e_1 + \langle v, e_2\rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n\rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

- [A] todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [E] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [A] $(-1, 3, 1)$.
- [B] $(-7, 2, 2)$.
- [C] $(-1, 9, -9)$.
- [D] $(2, 8, -4)$.
- ■ $(-1, 8, -10)$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 8 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 23.
- ■ 34.
- C 12.
- D 40.
- E 21.

Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

■ T é injetora.

B a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

C a dimensão do núcleo de T é igual a 1.

D a dimensão da imagem de T é igual a 2.

E T é sobrejetora.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

A $x(t) = e^t\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^t \operatorname{sen}(2t)$.

B $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.

C $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.

■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen}(2t)$.

Teste 11 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- ■ 16.
- B -2.
- C 0.
- D 4.
- E 8.

Teste 12 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B -1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D 1 é um autovalor de T.
- E o operador T é simétrico.

Teste 13 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- ■ $\frac{22}{5}$.
- B $\frac{1}{10}$.
- C 22.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -5.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- A $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = -1$.
- E $a = \frac{1}{2}$.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [C] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [D] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [E] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- [B] o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- [C] o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- [D] o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- [E] o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

+62/11/38+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: ■ B C D E

Teste 2: A ■ C D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C ■ E

Teste 5: A B ■ D E

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A ■ C D E

Teste 9: ■ B C D E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: ■ B C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A ■ C D E

Teste 15: A ■ C D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- B T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- D a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- [A] $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [B] $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- [C] $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- [E] $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen} t$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

- [A] $a = -1$.
- [B] $a = 0$.
- [C] $a = \frac{1}{2}$.
- [D] $a \neq \frac{1}{2}$.
- ■ $a = 1$.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- [A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [C] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [D] todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

- [A] $\{1 - t\}$.
- [B] $\{3 + 4t\}$.
- [C] $\{t - 5\}$.
- [D] $\{t + 2\}$.
- ■ $\{-5 + 9t\}$.

Teste 7 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \left(|t| - (a + bt)\right)^2 \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] 1.
- [B] -2.
- [C] -1.
- [■] $\frac{1}{2}$.
- [E] 0.

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- [A] se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- [B] A é inversível.
- [■] se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [D] se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- [E] se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\right\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- [A] $\frac{1}{10}$.
- [B] -5.
- [C] $\frac{1}{5}$.
- [D] 22.
- [■] $\frac{22}{5}$.

Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- A 21.
- B 23.
- C 40.
- D 12.
- ■ 34.

Teste 11 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

- A 0.
- B 4.
- C -2.
- ■ 16.
- E 8.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

B o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.

C o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

D o conjunto solução dessa equação é uma elipse.

E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que
$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$
então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se
$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$$
for uma base de V, então
$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$
para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C todas as afirmações são verdadeiras.

D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

A $(-1, 9, -9)$.
B $(-7, 2, 2)$.
■ $(-1, 8, -10)$.
D $(-1, 3, 1)$.
E $(2, 8, -4)$.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1 + i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

■ $-64\mathrm{I}$.
B $64\mathrm{I}$.
C $-16A$.
D $16A$.
E 0.

Teste 16 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1,1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- ■ 0 é um autovalor de T.
- B -1 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D 1 é um autovalor de T.
- E o operador T é simétrico.

+63/11/26+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B ■ D E

Teste 2: A B C D ■

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A B C D ■

Teste 5: A B C D ■

Teste 6: A B C D ■

Teste 7: A B C ■ E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B C D ■

Teste 10: A B C D ■

Teste 11: A B C ■ E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: A B ■ D E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: ■ B C D E

MAT–3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP–USP — Prova Rec. — 12/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$, W for um subespaço de V e $v \in V$ for tal que $\langle v, z \rangle = 0$ para todo $z \in W^{\perp}$, então $v \in W$;

(II) se V for um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se $v, w \in V$ forem vetores não nulos tais que

$$\langle v, w \rangle = \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}},$$

então existirá um número real $\lambda > 0$ tal que $w = \lambda v$;

(III) se n for um inteiro positivo, V for um espaço vetorial real de dimensão n munido de um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e se

$$\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

for uma base de V, então

$$v = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \cdots + \langle v, e_n \rangle e_n,$$

para qualquer $v \in V$.

Assinale a alternativa correta:

A todas as afirmações são verdadeiras.
[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Sejam V e W espaços vetoriais reais e a e b números reais. Suponha que $\dim(V) = 3$ e $\dim(W) = 2$ e considere a transformação linear $T : V \to W$ tal que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & a & b \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B}$ é uma base de V e $\mathcal{C}$ é uma base de W. Se $\dim\big(\mathrm{Ker}(T)\big) = 2$, então $a + b$ será igual a:

[redacted] 16.
B 8.
C -2.
D 4.
E 0.

Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com $\mathcal{B}$ uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}\,x + 6\sqrt{2}\,y - 8 = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é uma elipse.
- C o conjunto solução dessa equação possui um único ponto.
- ■ o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é uma hipérbole.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial real, $T : V \to V$ um operador linear, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ autovalores de T, $v \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor λ e $w \neq 0$ um autovetor de T associado ao autovalor μ. Suponha que $\lambda \neq \mu$ e considere as seguintes afirmações:

(I) v e w são linearmente independentes;

(II) se V estiver munido de um produto interno e T for simétrico, então v e w serão ortogonais;

(III) $v + w$ é um autovetor de T associado ao autovalor $\lambda + \mu$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 5 Se $a, b \in \mathbb{R}$ forem tais que a integral

$$\int_{-1}^{1} \big(|t| - (a + bt)\big)^2 \, \mathrm{d}t$$

assuma o seu valor mínimo, então $a + b$ será igual a:

- [A] -1.
- [B] 1.
- [C] 0.
- [■] $\frac{1}{2}$.
- [E] -2.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Suponha que T não seja injetor, que -1 seja um autovalor de T associado ao autovetor $(1, 1, 1)$ e que 3 seja um autovalor de T associado a um autovetor $v \neq 0$ cuja primeira coordenada seja nula. Temos que $T(1, 4, -2)$ é igual a:

- [■] $(-1, 8, -10)$.
- [B] $(-1, 3, 1)$.
- [C] $(2, 8, -4)$.
- [D] $(-7, 2, 2)$.
- [E] $(-1, 9, -9)$.

Teste 7 Considere o espaço vetorial $P_1(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)\,\mathrm{d}t,$$

para quaisquer $p, q \in P_1(\mathbb{R})$. Se S for o subespaço de $P_1(\mathbb{R})$ gerado pelo polinômio $1 + t$, então um conjunto de geradores para $S^\perp$ será:

■ $\{-5 + 9t\}$.
[B] $\{t - 5\}$.
[C] $\{3 + 4t\}$.
[D] $\{t + 2\}$.
[E] $\{1 - t\}$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$ se, e somente se:

[A] $a = 0$.
[B] $a \neq \frac{1}{2}$.
■ $a = 1$.
[D] $a = \frac{1}{2}$.
[E] $a = -1$.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,2),(1,3)\}$$

de $\mathbb{R}^2$ e denote por $\mathcal{C}$ a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ as transformações lineares tais que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Temos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[S \circ T]_{\mathcal{BC}}$ é igual a:

- [A] 40.
- [B] 21.
- [C] 12.
- ■ 34.
- [E] 23.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ um operador linear e denote por A a matriz que representa T com respeito à base canônica de $\mathbb{C}^4$. Suponha que A seja real, que $1+i$ seja um autovalor de T e que a dimensão do autoespaço associado a esse autovalor seja igual a 2. Denote por $\mathrm{I} \in M_4(\mathbb{R})$ a matriz identidade. Pode-se afirmar que A^{12} é igual a:

- [A] $64\mathrm{I}$.
- [B] $16A$.
- [C] 0.
- ■ $-64\mathrm{I}$.
- [E] $-16A$.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 5y(t), \\ y'(t) = x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 2$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, teremos que:

- A $x(t) = e^{3t}(2\cos t + \operatorname{sen} t)$ e $y(t) = e^{3t} \operatorname{sen} t$.
- B $x(t) = e^{3t}\big(\cos(2t) - 2\operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\cos(2t)$.
- ■ $x(t) = e^{3t}\big(2\cos(2t) - \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.
- D $x(t) = e^{t}\big(2\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)\big)$ e $y(t) = 2e^{t}\operatorname{sen}(2t)$.
- E $x(t) = 2e^{3t}\cos(2t)$ e $y(t) = e^{3t}\operatorname{sen}(2t)$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita e $T : V \to V$ for uma transformação linear injetora, então T será sobrejetora;

(II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \to V$ for uma transformação linear e $\lambda \in \mathbb{R}$ for um autovalor de T, então para todo $w \in V$ existirá $v \in V$ tal que $T(v) - \lambda v = w$;

(III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ forem bases de V, $T : V \to V$ for uma transformação linear e zero for um autovalor de T, então a matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ não será inversível.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Seja V o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ munido do produto interno definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x,$$

para quaisquer $f, g \in V$. Seja $T : V \to V$ o operador linear definido por

$$T(f)(x) = f(-x),$$

para qualquer $x \in [-1, 1]$ e qualquer $f \in V$. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **FALSA**:

- A 1 é um autovalor de T.
- ■ 0 é um autovalor de T.
- C $\|T(f)\| = \|f\|$, para qualquer $f \in V$.
- D -1 é um autovalor de T.
- E o operador T é simétrico.

Teste 14 Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $A \in M_6(\mathbb{R})$ uma matriz real cujo polinômio característico seja dado por $p_A(t) = (t^4 + a)(t^2 - a)$. Pode-se afirmar que:

- A se $a = 1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- B se $a = 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{R}$.
- C A é inversível.
- ■ se $a > 0$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.
- E se $a = -1$, então A será diagonalizável sobre $\mathbb{C}$.

Teste 15 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^5$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \big(p(0), p'(0), p(1), p'(1), p(0)\big),$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A a dimensão do núcleo de T é igual a 1.
- B a dimensão da imagem de T é igual a 2.
- C T é sobrejetora.
- ■ T é injetora.
- E a dimensão do núcleo de T é igual a 3.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x - y + z + 2t = 0\}.$$

Se $v \in S$ e $w \in S^{\perp}$ forem tais que $(1, 1, 2, 4) = v + w$ e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ será igual a:

- A 22.
- B -5.
- C $\frac{1}{10}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- ■ $\frac{22}{5}$.

+64/11/14+

2019 – MAT-3458 – Prova de Recuperação– Folha de Respostas

Identificação

Nome: ______________________________ **NUSP:** _____________ **Turma:** _________

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A ■ C D E

Teste 2: ■ B C D E

Teste 3: A B C ■ E

Teste 4: A ■ C D E

Teste 5: A B C ■ E

Teste 6: ■ B C D E

Teste 7: ■ B C D E

Teste 8: A B ■ D E

Teste 9: A B C ■ E

Teste 10: A B C ■ E

Teste 11: A B ■ D E

Teste 12: A ■ C D E

Teste 13: A ■ C D E

Teste 14: A B C ■ E

Teste 15: A B C ■ E

Teste 16: A B C D ■