



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+1/2/59+



Teste 1 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T não é injetor.
- B T não é simétrico.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- E T é diagonalizável.

Teste 3 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\text{sen } t, \cos t - \text{sen } t)$.
- B $(\text{sen } t, \cos t + 2 \text{sen } t)$.
- C $(2 \text{sen } t, \cos t + \text{sen } t)$.
- D $(e^t \text{sen } t, e^t \cos t - e^t \text{sen } t)$.
- E $(e^t \text{sen } t, e^t \cos t + \text{sen } t)$.



Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.

Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A** 5.
- B** $-\frac{1}{3}$.
- C** -3 .
- D** $\frac{1}{5}$.
- E** $\frac{1}{3}$.

Teste 6 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A** $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B** $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C** $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D** $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E** $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma reta.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) $\frac{1}{3}$.
- B) 3.
- C) 0.
- D) 1.
- E) 6.



Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a > 0$.
- C $a > 3$ ou $a < -3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a \neq b$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $b \neq 2a$.
- D $a + b \neq 0$.
- E $b = 2a$.

Teste 12 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 2)$.
- C $(1, 4)$.
- D $(0, 9)$.
- E $(6, 3)$.



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 2, 3 - i)$.
- B $(1, -i, 1)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(i, 1, i)$.
- E $(-i, 1, -i)$.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio característico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.



+1/10/51+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E





IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+2/2/47+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $-2e^t + 3e^{2t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

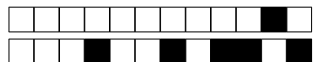
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 3 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T não é injetor.
- C T é diagonalizável.
- D T não é simétrico.
- E $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 3.
- C 1.
- D 0.
- E $\frac{1}{3}$.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a + b \neq 0$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $b \neq 2a$.
- D $a \neq b$.
- E $b = 2a$.



Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

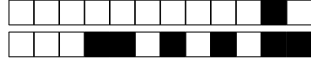
- A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 7 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A) $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B) $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C) $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D) $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E) $e^{-2\pi}(0, -5)$.



Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(i, 1, i)$.
- B $(-i, 1, -i)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(-i, -1, -i)$.
- E $(1, -i, 1)$.

Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- C $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- D $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- E $(\sen t, \cos t - \sen t)$.



Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 11 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio característico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A** $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- B** $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- C** $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- D** $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- E** $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.



Teste 12 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 13 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(1, 2)$.
- B $(-4, 1)$.
- C $(6, 3)$.
- D $(1, 4)$.
- E $(0, 9)$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B 5.
- C $-\frac{1}{3}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -3 .



Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$.
- B $a > 0$.
- C $a > 3$ ou $a < -3$.
- D $a > 3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

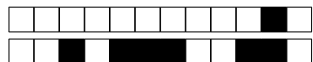
$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é vazio.



+2/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

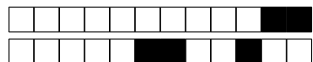
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+2/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+3/2/35+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 3.
- D) 6.
- E) 0.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.



Teste 5 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

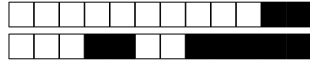
- A $(-4, 1)$.
- B $(0, 9)$.
- C $(1, 4)$.
- D $(1, 2)$.
- E $(6, 3)$.

Teste 6 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $-e^t + 2e^{2t}$.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $b = 2a$.
- C $a \neq b$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $a + b \neq 0$.



Teste 9 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1+i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1+i$ e $3-i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $-\frac{1}{3}.$
- B $\frac{1}{3}.$
- C $-3.$
- D $5.$
- E $\frac{1}{5}.$



Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- E) o conjunto solução dessa equação é vazio.

Teste 13 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) T é diagonalizável.
- B) T não é injetor.
- C) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D) T não é simétrico.
- E) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A) $(-i, -1, -i)$.
- B) $(-i, 2, 3 - i)$.
- C) $(i, 1, i)$.
- D) $(-i, 1, -i)$.
- E) $(1, -i, 1)$.



Teste 15 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

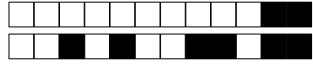
- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- D $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- E $(\sin t, \cos t - \sin t)$.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

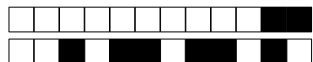
$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 3$.
- C $a > 3$ ou $a < -3$.
- D $a > 0$.
- E $a \geq 3$.



+3/10/27+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

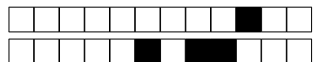
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+3/12/25+



+4/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

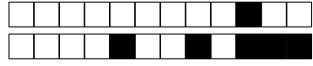
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

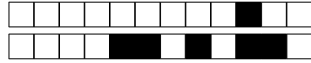
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+4/2/23+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T é diagonalizável.
- B T não é injetor.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D T não é simétrico.
- E $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.

Teste 2 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- E $e^{-2\pi}(1, 1)$.

Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A 5.
- B -3 .
- C $-\frac{1}{3}$.
- D $\frac{1}{3}$.
- E $\frac{1}{5}$.



Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 0.
- D) 3.
- E) 1.

Teste 5 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0,1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B) $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- C) $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- D) $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- E) $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.



Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

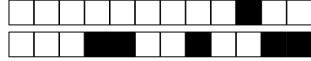
- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- B o conjunto solução dessa equação é vazio.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- E o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a > 0$.



Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio característico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

- A) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- B) $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- C) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- D) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- E) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$



Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $3e^t - 2e^{2t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 12 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (6, 3).
- B) (0, 9).
- C) (-4, 1).
- D) (1, 4).
- E) (1, 2).

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

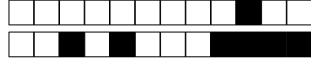
- A $b = 2a$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $b \neq 2a$.
- D $a \neq b$.
- E $a + b \neq 0$.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, -1, -i)$.
- B $(-i, 2, 3 - i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(i, 1, i)$.



Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- C** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+4/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+5/2/11+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 3 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $a \neq b$.
- D $b = 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

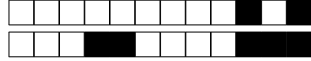
(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A) $-\frac{1}{3}$.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 5.
- D) $\frac{1}{5}$.
- E) -3 .



Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, -1, -i)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.



Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- B $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- C $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\operatorname{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 0.
- D 6.
- E 1.



Teste 11 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 0$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 13 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t-5)^3q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T-5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T não é simétrico.
- B T não é injetor.
- C T é diagonalizável.
- D $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E $\text{Ker}(T-5I) = \text{Ker}((T-5I)^2)$.



Teste 14 Assinale a alternativa correta:

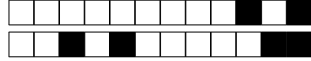
- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 15 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A** $(1, 2)$.
- B** $(0, 9)$.
- C** $(1, 4)$.
- D** $(6, 3)$.
- E** $(-4, 1)$.



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+5/12/1+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+6/2/59+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B $\frac{1}{5}$.
- C $\frac{1}{3}$.
- D $-\frac{1}{3}$.
- E 5 .

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1,i,1) = i(1,i,1) \quad \text{e} \quad (0,1,1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1,3-i,4)$ é igual a:

- A $(-i, -1, -i)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3-i)$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B) para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C) para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- E) para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $-2e^t + 3e^{2t}$.
- D $3e^t - 2e^{2t}$.
- E $-e^t + 2e^{2t}$.

Teste 6 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T é diagonalizável.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é injetor.
- E T não é simétrico.

Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 6.
- D 1.
- E 0.



Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a \neq b$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $b \neq 2a$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $b = 2a$.

Teste 9 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.



Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$ ou $a < -3$.
- B $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- C $a > 0$.
- D $a \geq 3$.
- E $a > 3$.

Teste 11 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- E o conjunto solução dessa equação é uma reta.

Teste 13 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.



Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 4)$.
- C $(0, 9)$.
- D $(1, 2)$.
- E $(6, 3)$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 16 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- D $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- E $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+6/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+7/2/47+



Teste 1 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 4)$.
- C $(1, 2)$.
- D $(0, 9)$.
- E $(6, 3)$.



Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $a \neq b$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a + b \neq 0$.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T não é simétrico.
- C T é diagonalizável.
- D T não é injetor.
- E $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.

Teste 5 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.



Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

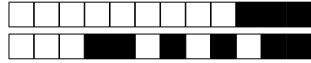
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a > 3$ ou $a < -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 0$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 9 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.



Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $3e^t - 2e^{2t}$.
- B $-e^t + 2e^{2t}$.
- C $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $2e^t - e^{6t}$.

Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E o conjunto solução dessa equação é uma parábola.



Teste 12 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- C $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- D $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- E $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\operatorname{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 6.
- D 0.
- E 3.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A 5.
- B $\frac{1}{3}$.
- C -3 .
- D $\frac{1}{5}$.
- E $-\frac{1}{3}$.



Teste 15 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A** $(1, -i, 1)$.
- B** $(-i, 2, 3 - i)$.
- C** $(-i, -1, -i)$.
- D** $(-i, 1, -i)$.
- E** $(i, 1, i)$.



+7/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

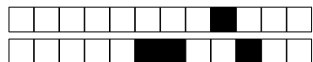
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+7/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+8/2/35+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $3e^t - 2e^{2t}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (1, 4).
- B) (-4, 1).
- C) (0, 9).
- D) (1, 2).
- E) (6, 3).



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B 3.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 6.
- E 0.

Teste 6 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

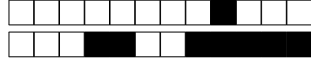
- A T não é injetor.
- B $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T é diagonalizável.
- E T não é simétrico.

Teste 7 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.



Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

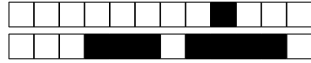
- A** $b \neq 2a$.
- B** $a + b \neq 0$.
- C** $a \neq b$.
- D** $b = 2a$.
- E** $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C** $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- D** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A) $(1, -i, 1)$.
- B) $(i, 1, i)$.
- C) $(-i, 2, 3 - i)$.
- D) $(-i, -1, -i)$.
- E) $(-i, 1, -i)$.



Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 3$ ou $a < -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 3$.
- E $a > 0$.

Teste 14 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- C $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- D $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- E $(\sin t, \cos t - \sin t)$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B $-\frac{1}{3}$.
- C $\frac{1}{5}$.
- D -3 .
- E 5 .



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

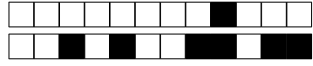
$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

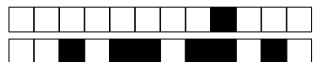
$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$



+8/10/27+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

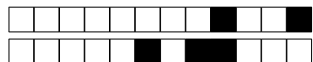
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+8/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

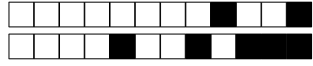
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+9/2/23+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a > 0$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a \geq 3$.



Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

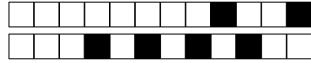
- A $a \neq b$.
- B $b \neq 2a$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $a + b \neq 0$.
- E $b = 2a$.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $3e^t - 2e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 5 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

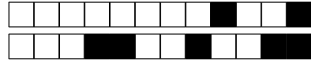
- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 1.
- C 0.
- D 3.
- E $\frac{1}{3}$.

Teste 7 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T não é injetor.
- C T é diagonalizável.
- D T não é simétrico.
- E $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.



Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A) $(-i, 1, -i)$.
- B) $(-i, -1, -i)$.
- C) $(i, 1, i)$.
- D) $(-i, 2, 3 - i)$.
- E) $(1, -i, 1)$.



Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- C $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.

Teste 11 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 12 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E o conjunto solução dessa equação é uma parábola.



Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A) 5.
- B) $\frac{1}{5}$.
- C) $\frac{1}{3}$.
- D) -3 .
- E) $-\frac{1}{3}$.

Teste 15 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A) $(1,2)$.
- B) $(1,4)$.
- C) $(-4,1)$.
- D) $(0,9)$.
- E) $(6,3)$.

Teste 16 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A) $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- B) $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C) $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- D) $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E) $e^{-2\pi}(0, 1)$.



+9/10/15+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

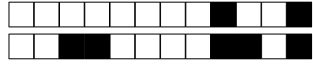
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+9/12/13+



+10/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+10/2/11+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B $\frac{1}{5}$.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 5 .
- E $-\frac{1}{3}$.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(-i, 1, -i)$.
- D $(-i, 2, 3 - i)$.
- E $(-i, -1, -i)$.

Teste 3 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- D $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- E $(\sin t, \cos t - \sin t)$.



Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B) $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

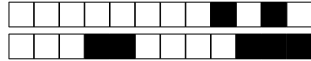
- A $a > 3$ ou $a < -3$.
- B $a > 3$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a > 0$.
- E $a \geq 3$.

Teste 7 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(1, 4)$.
- B $(6, 3)$.
- C $(0, 9)$.
- D $(1, 2)$.
- E $(-4, 1)$.



Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $3e^t - 2e^{2t}$.
- B $2e^t - e^{6t}$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 9 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

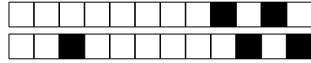
- A $a + b \neq 0$.
- B $b \neq 2a$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $b = 2a$.
- E $a \neq b$.

Teste 11 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- B $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(5, 0)$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

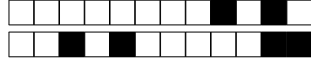


Teste 14 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T é diagonalizável.
- C T não é injetor.
- D $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E T não é simétrico.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 1.
- D 0.
- E 6.



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+10/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+11/2/59+



Teste 1 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(5, 0)$.

Teste 2 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.



Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 2)$.
- C $(1, 4)$.
- D $(6, 3)$.
- E $(0, 9)$.

Teste 4 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- D $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- E $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.

Teste 5 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T não é injetor.
- B $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T é diagonalizável.
- E T não é simétrico.



Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $b \neq 2a$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $a + b \neq 0$.
- E $a \neq b$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

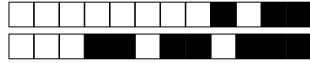
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(-i, 2, 3 - i)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(i, 1, i)$.

Teste 9 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .



Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $3e^t - 2e^{2t}$.
- B $-e^t + 2e^{2t}$.
- C $-2e^t + 3e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 11 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma reta.



Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 3$.
- C $a > 3$ ou $a < -3$.
- D $a > 0$.
- E $a \geq 3$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B $-\frac{1}{3}$.
- C 5.
- D $\frac{1}{5}$.
- E -3 .

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 0.
- D 3.
- E 6.



+11/10/51+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+11/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+12/2/47+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $-2e^t + 3e^{2t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- E $2e^t - e^{6t}$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 6.
- D 0.
- E 3.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C) $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A) 5.
- B) $\frac{1}{5}$.
- C) $\frac{1}{3}$.
- D) $-\frac{1}{3}$.
- E) -3 .

Teste 6 Assinale a alternativa correta:

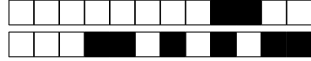
- A) para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B) para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D) para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 7 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A) $(1,2)$.
- B) $(-4,1)$.
- C) $(6,3)$.
- D) $(1,4)$.
- E) $(0,9)$.



Teste 8 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- E $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$

Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a + b \neq 0.$
- B $a \neq b.$
- C $b = 2a.$
- D $b \neq 2a.$
- E $a = 1$ e $b = 6.$



Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- C $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- D $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- E $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 1, -i)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(1, -i, 1)$.
- E $(i, 1, i)$.



Teste 12 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E o conjunto solução dessa equação é uma reta.

Teste 15 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T é diagonalizável.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D T não é simétrico.
- E T não é injetor.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$ ou $a < -3$.
- B $a > 0$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.



+12/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

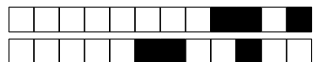
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+12/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+13/2/35+



Teste 1 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3.$
- B $a > 0.$
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3.$
- D $a > 3.$
- E $a > 3$ ou $a < -3.$



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B $\frac{1}{5}$.
- C 5 .
- D $\frac{1}{3}$.
- E $-\frac{1}{3}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

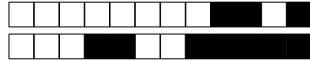
- A 1 .
- B 3 .
- C 6 .
- D $\frac{1}{3}$.
- E 0 .

Teste 7 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0,1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- C $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- D $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- E $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.



Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- (A) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- (B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- (C) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- (D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- (E) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

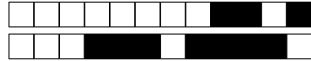
$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(6, 3)$.
- B $(-4, 1)$.
- C $(0, 9)$.
- D $(1, 4)$.
- E $(1, 2)$.

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T é diagonalizável.
- B $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- C T não é simétrico.
- D $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- E T não é injetor.



Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

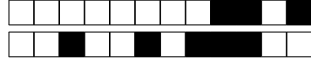
- A $3e^t - 2e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.

Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $a \neq b$.
- C $a + b \neq 0$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $b = 2a$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

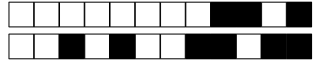
- A $(i, 1, i)$.
- B $(-i, 1, -i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, -1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.

Teste 16 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

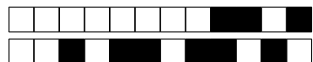
$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- D $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E $e^{-2\pi}(5, 0)$.



+13/10/27+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+13/12/25+



+14/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

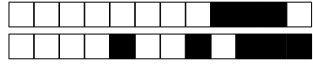
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+14/2/23+



Teste 1 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 4)$.
- C $(1, 2)$.
- D $(6, 3)$.
- E $(0, 9)$.

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$.
- C $a > 0$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 0.
- D) $\frac{1}{3}$.
- E) 3.

Teste 4 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0,1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B) $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- C) $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- D) $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- E) $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

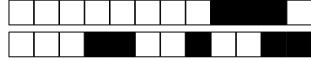
- A $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- B $-2e^t + 3e^{2t}$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $3e^t - 2e^{2t}$.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a + b \neq 0$.
- B $b = 2a$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $a \neq b$.
- E $b \neq 2a$.



Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é vazio.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.

Teste 8 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio característico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- E $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.



Teste 9 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2+3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 11 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T não é injetor.
- C T não é simétrico.
- D T é diagonalizável.
- E $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(i, 1, i)$.
- E $(-i, 1, -i)$.



Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

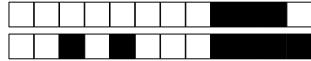
- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 14 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A $-\frac{1}{3}$.
- B 5.
- C -3 .
- D $\frac{1}{3}$.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1+i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- E para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1+i$ e $3-i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+14/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+15/2/11+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) 3.
- C) $\frac{1}{3}$.
- D) 1.
- E) 0.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 1, -i)$.
- B $(1, -i, 1)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(-i, 2, 3 - i)$.
- E $(i, 1, i)$.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é vazio.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

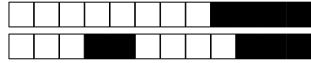
- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- E $-e^t + 2e^{2t}$.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 0$.
- C $a > 3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 8 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T não é injetor.
- C T não é simétrico.
- D T é diagonalizável.
- E $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.



Teste 9 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (6, 3).
- B) (-4, 1).
- C) (1, 2).
- D) (0, 9).
- E) (1, 4).

Teste 10 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

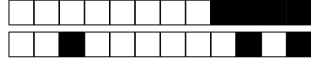
$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

- A) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- B) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- C) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- D) $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- E) $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.



Teste 11 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.

Teste 12 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.



Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

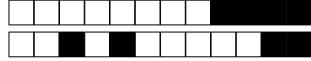
- A $a + b \neq 0$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $a \neq b$.
- D $b \neq 2a$.
- E $b = 2a$.

Teste 14 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- C $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- D $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.



Teste 15 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A 5.
- B -3 .
- C $\frac{1}{5}$.
- D $\frac{1}{3}$.
- E $-\frac{1}{3}$.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

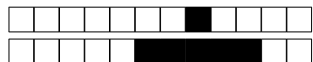
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+15/12/1+



+16/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

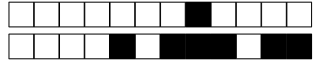
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+16/2/59+



Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

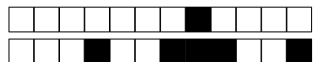
- A $b \neq 2a$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $b = 2a$.
- D $a \neq b$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B $\frac{1}{5}$.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 5 .
- E $-\frac{1}{3}$.

Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 1.
- C) 6.
- D) 0.
- E) $\frac{1}{3}$.

Teste 5 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B) T não é simétrico.
- C) T é diagonalizável.
- D) T não é injetor.
- E) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 7 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- C $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- D $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a > 0$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.



Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E o conjunto solução dessa equação é uma reta.



Teste 11 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E $e^{-2\pi}(5, 0)$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3-i, 4)$ é igual a:

- A $(i, 1, i)$.
- B $(-i, 1, -i)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(1, -i, 1)$.
- E $(-i, 2, 3-i)$.



Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- B $-2e^t + 3e^{2t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $2e^t - e^{6t}$.

Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(-4, 1)$.
- B $(1, 4)$.
- C $(0, 9)$.
- D $(6, 3)$.
- E $(1, 2)$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

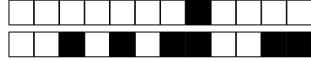
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

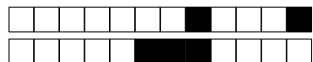
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+16/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

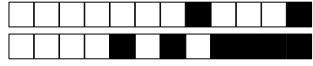
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+17/2/47+



Teste 1 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$

Teste 2 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3.$
- B $a \geq 3$ ou $a \leq -3.$
- C $a > 3$ ou $a < -3.$
- D $a > 0.$
- E $a > 3.$



Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- C** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A** $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B** $-e^t + 2e^{2t}$.
- C** $3e^t - 2e^{2t}$.
- D** $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- E** $2e^t - e^{6t}$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

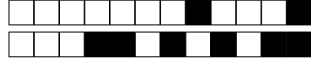
- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 6 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A) $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B) $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C) $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- D) $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E) $e^{-2\pi}(1, 1)$.



Teste 7 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B) $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- C) $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- D) $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- E) $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\operatorname{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 3.
- C) 6.
- D) $\frac{1}{3}$.
- E) 0.



Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- B o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.

Teste 10 Considere a matriz:

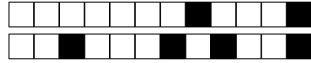
$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 11 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T é diagonalizável.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é simétrico.
- E T não é injetor.



Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $a \neq b$.
- C $a + b \neq 0$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 1, -i)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(i, 1, i)$.
- E $(1, -i, 1)$.

Teste 15 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

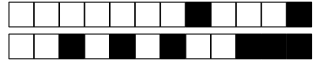
$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

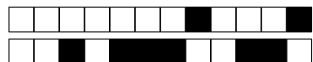
- A $(0, 9)$.
- B $(-4, 1)$.
- C $(1, 4)$.
- D $(6, 3)$.
- E $(1, 2)$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -3 .
- C $-\frac{1}{3}$.
- D 5 .
- E $\frac{1}{3}$.



+17/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

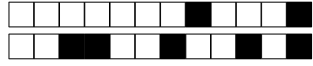
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

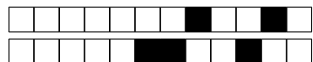
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+17/12/37+



+18/1/36+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

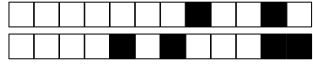
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+18/2/35+



Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $a \neq b$.
- C $b \neq 2a$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $a + b \neq 0$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

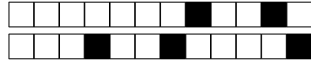
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A) $(-i, 1, -i)$.
- B) $(1, -i, 1)$.
- C) $(-i, -1, -i)$.
- D) $(i, 1, i)$.
- E) $(-i, 2, 3 - i)$.



Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

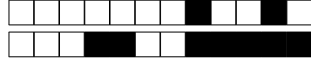
$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$.
- B $a > 0$.
- C $a > 3$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B $\frac{1}{3}$.
- C 6.
- D 0.
- E 3.



Teste 7 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

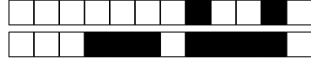
- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- B o conjunto solução dessa equação é vazio.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- E o conjunto solução dessa equação é uma parábola.



Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- D $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- E $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- B $2e^t - e^{6t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

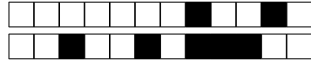
- A) (0, 9).
- B) (-4, 1).
- C) (6, 3).
- D) (1, 2).
- E) (1, 4).

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) T não é injetor.
- B) T não é simétrico.
- C) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E) T é diagonalizável.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A) $\frac{1}{5}$.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 5.
- D) $-\frac{1}{3}$.
- E) -3.



Teste 14 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

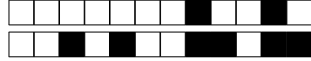
$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$

Teste 15 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1+i$ e $3-i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1+i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .



Teste 16 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

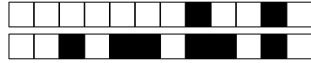
A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

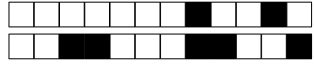
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+18/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

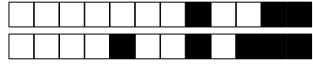
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

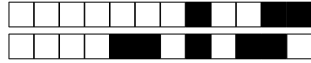
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+19/2/23+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(i, 1, i)$.
- B $(1, -i, 1)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, -1, -i)$.

Teste 2 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.



Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

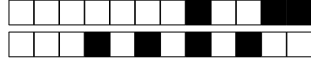
- A) (1, 2).
- B) (1, 4).
- C) (6, 3).
- D) (0, 9).
- E) (-4, 1).

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.



Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

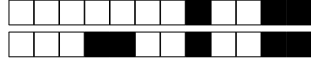
- A $a > 3$.
- B $a > 3$ ou $a < -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- E $a > 0$.

Teste 6 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B) para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C) para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D) para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E) para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B $\frac{1}{3}$.
- C -3 .
- D $-\frac{1}{3}$.
- E 5 .

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 3.
- D) 0.
- E) 1.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

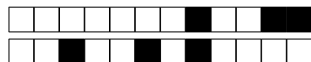
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 14 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- C $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- D $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- E $(\sen t, \cos t - \sen t)$.

Teste 15 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

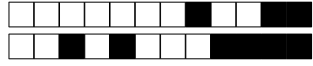
- A $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B T não é simétrico.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D T não é injetor.
- E T é diagonalizável.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

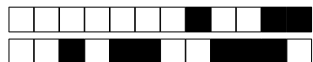
$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a \neq b$.
- B $b = 2a$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a + b \neq 0$.



+19/10/15+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

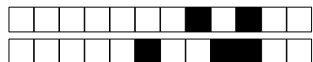
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+19/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

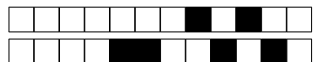
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+20/2/11+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T não é simétrico.
- B T não é injetor.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- E T é diagonalizável.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 3.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 1.
- E 0.

Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $b = 2a$.
- D $a \neq b$.
- E $a + b \neq 0$.



Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- E** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A** $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B** $a > 3$.
- C** $a > 0$.
- D** $a \geq 3$.
- E** $a > 3$ ou $a < -3$.



Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

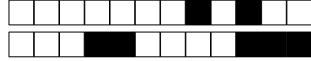
- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $-e^t + 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $3e^t - 2e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 7 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(6, 3)$.
- B $(1, 4)$.
- C $(1, 2)$.
- D $(-4, 1)$.
- E $(0, 9)$.



Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- (A) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- (B) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- (C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- (D) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- (E) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são verdadeiras.
- (D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- C $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \operatorname{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(-i, 1, -i)$.
- D $(-i, 2, 3 - i)$.
- E $(-i, -1, -i)$.



Teste 12 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A 5.
- B -3 .
- C $-\frac{1}{3}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- E $\frac{1}{3}$.

Teste 14 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(1, 1)$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

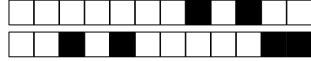
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

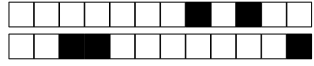
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+20/12/1+



+21/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

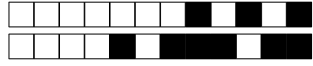
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+21/2/59+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T não é injetor.
- B $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é simétrico.
- E T é diagonalizável.



Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(-i, 2, 3 - i)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(i, 1, i)$.

Teste 4 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $a = 1$ e $b = 6$.
- C $a + b \neq 0$.
- D $a \neq b$.
- E $b = 2a$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

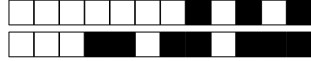
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 6 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- E $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.

Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B 3.
- C 0.
- D 1.
- E 6.

Teste 10 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.
- B $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- C $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- D $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- E $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B -3 .
- C $\frac{1}{3}$.
- D $-\frac{1}{3}$.
- E 5 .

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 3$ ou $a < -3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a > 3$.
- E $a > 0$.

Teste 13 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A $(1,4)$.
- B $(6,3)$.
- C $(0,9)$.
- D $(-4,1)$.
- E $(1,2)$.



Teste 14 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

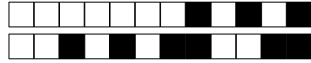
- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- C $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.

Teste 15 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.



Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- E o conjunto solução dessa equação é vazio.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

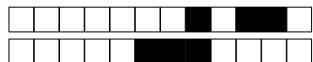
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+21/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

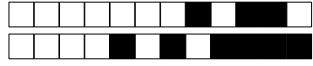
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+22/2/47+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

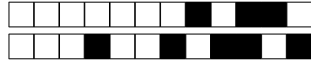
- A $(1, -i, 1)$.
- B $(-i, 2, 3 - i)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(i, 1, i)$.
- E $(-i, 1, -i)$.

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- D $-e^t + 2e^{2t}$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.



Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.



Teste 5 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- B) $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- C) $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- D) $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- E) $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

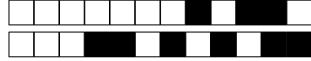
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 7 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A 5.
- B $\frac{1}{3}$.
- C -3 .
- D $-\frac{1}{3}$.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a = 1$ e $b = 6$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $a \neq b$.
- D $b \neq 2a$.
- E $b = 2a$.

Teste 11 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 12 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

C $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

E $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

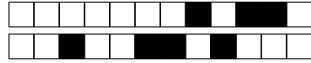
A $\frac{1}{3}$.

B 6.

C 1.

D 0.

E 3.



Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (1, 4).
- B) (-4, 1).
- C) (1, 2).
- D) (6, 3).
- E) (0, 9).

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

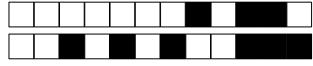
$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

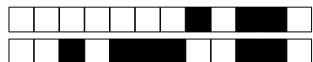
- A) $a > 3$ ou $a < -3$.
- B) $a \geq 3$.
- C) $a > 0$.
- D) $a > 3$.
- E) $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 16 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- B) T não é injetor.
- C) T é diagonalizável.
- D) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E) T não é simétrico.



+22/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

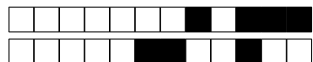
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+22/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+23/2/35+



Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 2 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- C para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 0$.
- B $a > 3$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $-e^t + 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $3e^t - 2e^{2t}$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 1.
- D) 0.
- E) $\frac{1}{3}$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

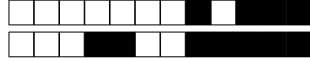
$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

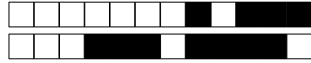
- A $(-i, 2, 3 - i)$.
- B $(-i, 1, -i)$.
- C $(i, 1, i)$.
- D $(-i, -1, -i)$.
- E $(1, -i, 1)$.

Teste 8 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(0, 9)$.
- B $(1, 2)$.
- C $(-4, 1)$.
- D $(6, 3)$.
- E $(1, 4)$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, 1)$.



Teste 11 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- C $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- D $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- E $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

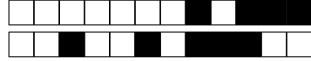
- A $-\frac{1}{3}$.
- B -3 .
- C $\frac{1}{5}$.
- D 5 .
- E $\frac{1}{3}$.

Teste 13 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1 - i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 14 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

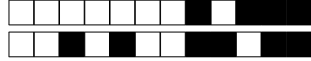
- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- C T não é simétrico.
- D T é diagonalizável.
- E T não é injetor.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $a \neq b$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $b \neq 2a$.



Teste 16 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

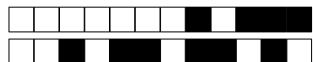
$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

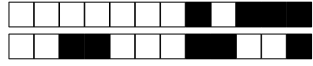
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

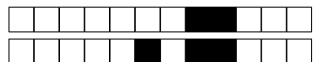
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+23/12/25+



+24/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

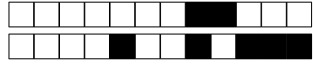
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

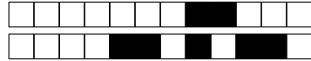
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+24/2/23+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{5}$.
- B $-\frac{1}{3}$.
- C 5.
- D $\frac{1}{3}$.
- E -3 .

Teste 2 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0,1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- B $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- C $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- E $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.

Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A $(-4,1)$.
- B $(1,4)$.
- C $(1,2)$.
- D $(0,9)$.
- E $(6,3)$.



Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 5 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

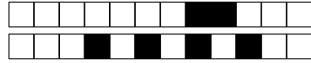
$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

- A $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.



Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

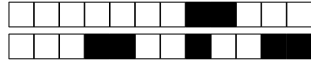
- A $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- B $a > 0$.
- C $a > 3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 7 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T é diagonalizável.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é simétrico.
- E T não é injetor.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 0.
- C 3.
- D 1.
- E $\frac{1}{3}$.



Teste 9 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

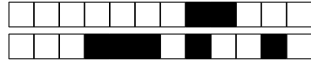
$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(5, 0)$.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- C para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1+i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1+i$ e $3-i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma reta.



Teste 13 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

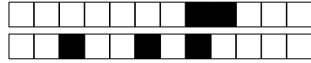
- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

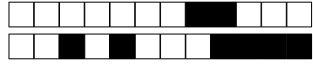
- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

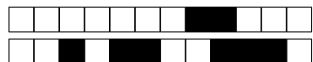
$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A) $b = 2a$.
- B) $b \neq 2a$.
- C) $a + b \neq 0$.
- D) $a = 1$ e $b = 6$.
- E) $a \neq b$.



+24/10/15+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

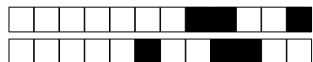
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+24/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

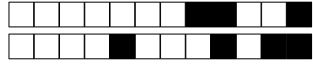
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+25/2/11+



Teste 1 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- C o conjunto solução dessa equação é vazio.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 2 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

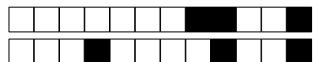
$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.



Teste 3 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) T não é injetor.
- B) T é diagonalizável.
- C) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E) T não é simétrico.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

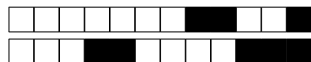
- A $a \neq b$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $b = 2a$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 6 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(1, 4)$.
- B $(-4, 1)$.
- C $(1, 2)$.
- D $(0, 9)$.
- E $(6, 3)$.



Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- C $a > 0$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a \geq 3$.

Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.
- C $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- E $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.



Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $2e^t - e^{6t}$.

Teste 11 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- C $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B 5.
- C $\frac{1}{5}$.
- D -3 .
- E $-\frac{1}{3}$.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(i, 1, i)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(-i, 1, -i)$.
- D $(1, -i, 1)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.

Teste 14 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1 - i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 1.
- D) $\frac{1}{3}$.
- E) 0.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

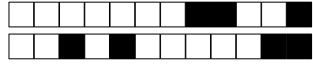
$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

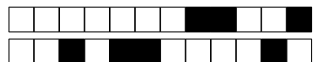
(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



+25/10/3+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

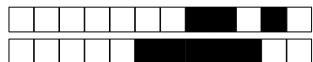
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+25/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

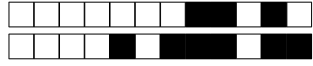
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+26/2/59+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 0.
- B) 1.
- C) $\frac{1}{3}$.
- D) 6.
- E) 3.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1,i,1) = i(1,i,1) \quad \text{e} \quad (0,1,1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1,3-i,4)$ é igual a:

- A) $(-i, 2, 3-i)$.
- B) $(i, 1, i)$.
- C) $(-i, -1, -i)$.
- D) $(-i, 1, -i)$.
- E) $(1, -i, 1)$.



Teste 3 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- B) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- E) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A) T não é simétrico.
- B) $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- C) T é diagonalizável.
- D) $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E) T não é injetor.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

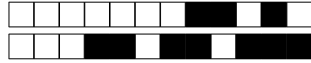
- A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 6 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A) $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- B) $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- C) $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D) $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E) $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 7 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (0, 9).
- B) (6, 3).
- C) (1, 4).
- D) (-4, 1).
- E) (1, 2).

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A $-\frac{1}{3}$.
- B 5.
- C $\frac{1}{3}$.
- D -3 .
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

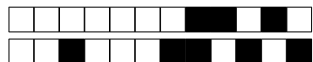
- A $2e^t - e^{6t}$.
- B $-e^t + 2e^{2t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 11 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a + b \neq 0$.
- B $a \neq b$.
- C $b = 2a$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.



Teste 12 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 13 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$.
- B $a > 3$ ou $a < -3$.
- C $a > 3$.
- D $a > 0$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 14 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1+i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1+i$ e $3-i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .



Teste 15 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

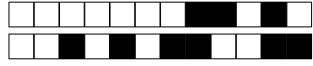
- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$

Teste 16 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t).$
- B $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t).$
- C $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t).$
- D $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t).$
- E $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t).$



+26/10/51+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

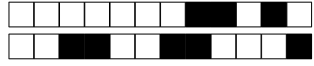
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

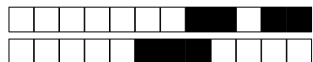
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+26/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+27/2/47+



Teste 1 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

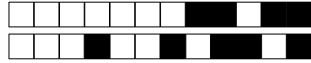
- A 5.
- B $\frac{1}{3}$.
- C $-\frac{1}{3}$.
- D -3.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 1, -i)$.
- B $(-i, -1, -i)$.
- C $(i, 1, i)$.
- D $(1, -i, 1)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.



Teste 4 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b \neq 2a$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $a \neq b$.
- D $b = 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

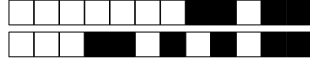
$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a > 0$.
- C $a \geq 3$.
- D $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 8 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T é diagonalizável.
- B $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- C $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- D T não é injetor.
- E T não é simétrico.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 10 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A** $(-4, 1)$.
- B** $(0, 9)$.
- C** $(1, 4)$.
- D** $(1, 2)$.
- E** $(6, 3)$.



Teste 11 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

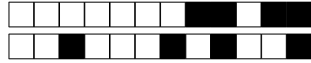
- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$

Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- E o conjunto solução dessa equação é vazio.



Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $2e^t - e^{6t}$.
- E $-e^t + 2e^{2t}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) $\frac{1}{3}$.
- C) 3.
- D) 0.
- E) 6.

Teste 16 Considere a matriz:

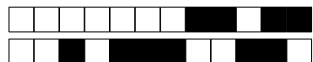
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(e^t \sen t, e^t \cos t - e^t \sen t)$.
- B) $(\sen t, \cos t - \sen t)$.
- C) $(\sen t, \cos t + 2 \sen t)$.
- D) $(2 \sen t, \cos t + \sen t)$.
- E) $(e^t \sen t, e^t \cos t + \sen t)$.



+27/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

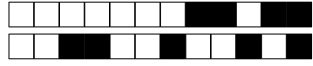
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

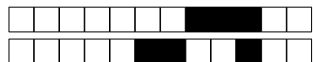
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+27/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

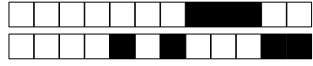
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+28/2/35+



Teste 1 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

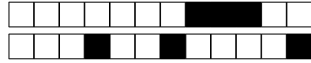
- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- C $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-2e^t + 3e^{2t}$.
- B $-e^t + 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $3e^t - 2e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.



Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- E** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B 5 .
- C $-\frac{1}{3}$.
- D $\frac{1}{3}$.
- E $\frac{1}{5}$.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

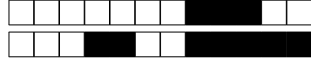
- A $a > 0$.
- B $a > 3$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, -1, -i)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.



Teste 8 Considere a matriz:

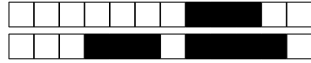
$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 0.
- C 3.
- D $\frac{1}{3}$.
- E 1.



Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B) $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- C) $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- D) $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- E) $(\sin t, \cos t - \sin t)$.



Teste 12 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

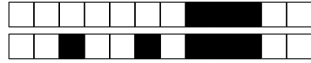
- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- D $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$

Teste 13 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A $(0, 9).$
- B $(6, 3).$
- C $(1, 2).$
- D $(-4, 1).$
- E $(1, 4).$



Teste 14 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- D o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é vazio.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

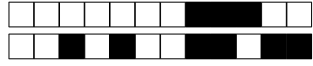
$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

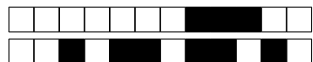
- A $b \neq 2a$.
- B $a \neq b$.
- C $a = 1$ e $b = 6$.
- D $b = 2a$.
- E $a + b \neq 0$.

Teste 16 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T não é simétrico.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T é diagonalizável.
- E T não é injetor.



+28/10/27+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

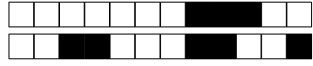
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

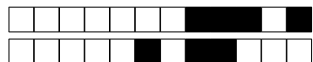
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+28/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

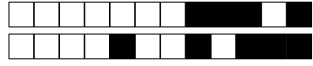
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

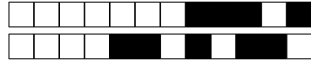
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+29/2/23+



Teste 1 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B** todas as afirmações são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

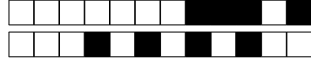
- A $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0,3)$ é igual a:

- A $(0,9)$.
- B $(1,4)$.
- C $(-4,1)$.
- D $(1,2)$.
- E $(6,3)$.



Teste 5 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X\left(\frac{\pi}{2}\right)$ será igual a:

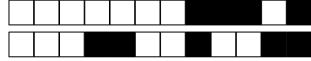
- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.

Teste 6 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a = 1$ e $b = 6$.
- B $b \neq 2a$.
- C $b = 2a$.
- D $a + b \neq 0$.
- E $a \neq b$.



Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

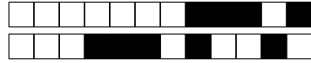
- A $a > 0$.
- B $a > 3$.
- C $a \geq 3$.
- D $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- E $a > 3$ ou $a < -3$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(-i, 2, 3 - i)$.
- B $(-i, 1, -i)$.
- C $(1, -i, 1)$.
- D $(-i, -1, -i)$.
- E $(i, 1, i)$.



Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- D o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T não é simétrico.
- C T é diagonalizável.
- D T não é injetor.
- E $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.

Teste 11 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- C $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- D $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- E $(\sin t, \cos t - \sin t)$.



Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $3e^t - 2e^{2t}$.
- C $2e^t - e^{6t}$.
- D $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

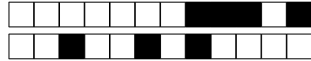
$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 14 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

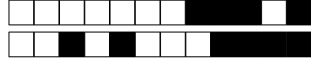
$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- B $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- C $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 0.
- B 3.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 1.
- E 6.



Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1,3) = (1,3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1,k) = 5(1,k)$, então k será igual a:

- A -3 .
- B $\frac{1}{3}$.
- C $\frac{1}{5}$.
- D $-\frac{1}{3}$.
- E 5 .



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

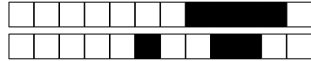
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+29/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

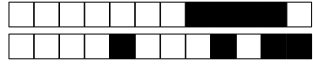
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+30/2/11+



Teste 1 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A (0, 9).
- B (1, 4).
- C (-4, 1).
- D (1, 2).
- E (6, 3).

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A T é diagonalizável.
- B $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- C T não é simétrico.
- D $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- E T não é injetor.

Teste 3 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.

Teste 5 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

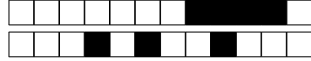
$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- C o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- D o conjunto solução dessa equação é uma reta.
- E o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $-\frac{1}{3}$.
- B $\frac{1}{5}$.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 5 .
- E -3 .



Teste 7 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

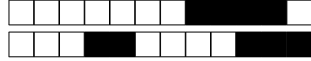
- A $b = 2a$.
- B $a + b \neq 0$.
- C $a \neq b$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $b \neq 2a$.

Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 3$.
- B $a \geq 3$.
- C $a > 0$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.



Teste 9 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- C $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.
- D $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- E $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.

Teste 10 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 12 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1.$
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}.$
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3.$
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9.$
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0.$

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t}).$
- B $2e^t - e^{6t}.$
- C $3e^t - 2e^{2t}.$
- D $-e^t + 2e^{2t}.$
- E $-2e^t + 3e^{2t}.$



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

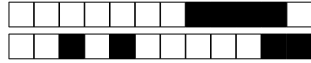
- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

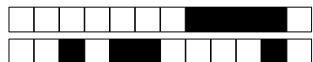
Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A) $(1, -i, 1)$.
- B) $(-i, -1, -i)$.
- C) $(i, 1, i)$.
- D) $(-i, 2, 3 - i)$.
- E) $(-i, 1, -i)$.



Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B 3.
- C $\frac{1}{3}$.
- D 0.
- E 6.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+30/12/1+



+31/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Terceira Prova — 21/11/2019

IDENTIFICAÇÃO

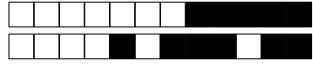
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+31/2/59+



Teste 1 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix} = (i-4) \begin{pmatrix} 1-i \\ 2+3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- B $e^{-2\pi}(2, -1)$.
- C $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(0, -5)$.



Teste 3 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A $(\sin t, \cos t - \sin t)$.
- B $(e^t \sin t, e^t \cos t - e^t \sin t)$.
- C $(\sin t, \cos t + 2 \sin t)$.
- D $(e^t \sin t, e^t \cos t + \sin t)$.
- E $(2 \sin t, \cos t + \sin t)$.

Teste 4 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t - 4)(t - 2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x - z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.



Teste 5 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A (1, 4).
- B (1, 2).
- C (-4, 1).
- D (0, 9).
- E (6, 3).

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1,1,1) = (2,2,2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3,2,-2) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 0.
- B) 1.
- C) 3.
- D) 6.
- E) $\frac{1}{3}$.

Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^t - e^{6t}$.
- B) $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- C) $-e^t + 2e^{2t}$.
- D) $-2e^t + 3e^{2t}$.
- E) $3e^t - 2e^{2t}$.



Teste 9 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a \geq 3$.
- B $a > 0$.
- C $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.
- D $a > 3$ ou $a < -3$.
- E $a > 3$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A $\frac{1}{3}$.
- B $-\frac{1}{3}$.
- C $\frac{1}{5}$.
- D 5.
- E -3 .

Teste 11 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.
- B T é diagonalizável.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é injetor.
- E T não é simétrico.



Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- B** para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C** para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- D** para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E** para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A** $(-i, 1, -i)$.
- B** $(1, -i, 1)$.
- C** $(-i, 2, 3 - i)$.
- D** $(i, 1, i)$.
- E** $(-i, -1, -i)$.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

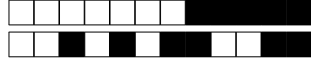
- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) o conjunto solução dessa equação é vazio.
- B) o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- C) o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D) o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E) o conjunto solução dessa equação é uma reta.



Teste 16 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $b = 2a$.
- B $a \neq b$.
- C $a + b \neq 0$.
- D $a = 1$ e $b = 6$.
- E $b \neq 2a$.



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+31/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+32/2/47+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t), \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $-e^t + 2e^{2t}$.
- B $2e^t - e^{6t}$.
- C $3e^t - 2e^{2t}$.
- D $\frac{1}{2}(e^t + e^{2t})$.
- E $-2e^t + 3e^{2t}$.

Teste 2 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que A^{100} é igual a:

- A $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- B $\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
- C $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- D $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

(I) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(II) se

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

então existirá uma matriz inversível complexa $P \in M_2(\mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1}AP$;

(III) se $A \in M_3(\mathbb{C})$ for uma matriz complexa cujo polinômio característico tenha coeficientes reais e se $2 + 3i$ e -7 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (0, 1)$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $X(t)$ será igual a:

- A) $(2 \operatorname{sen} t, \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- B) $(\operatorname{sen} t, \cos t - \operatorname{sen} t)$.
- C) $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t + \operatorname{sen} t)$.
- D) $(e^t \operatorname{sen} t, e^t \cos t - e^t \operatorname{sen} t)$.
- E) $(\operatorname{sen} t, \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$.



Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A para qualquer matriz complexa $A \in M_2(\mathbb{C})$, se A for simétrica então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- B para qualquer matriz real $A \in M_4(\mathbb{R})$, se $1 + i$ e $3 - i$ forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- C para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A não for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então o polinômio característico de A terá raízes complexas não reais.
- D para qualquer matriz complexa $A \in M_3(\mathbb{C})$, se $1 + i$ e 3 forem autovalores de A , então A será diagonalizável sobre \mathbb{C} .
- E para qualquer matriz real $A \in M_2(\mathbb{R})$, se A^2 for diagonalizável sobre \mathbb{R} , então A será diagonalizável sobre \mathbb{R} .

Teste 6 Seja V um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno e seja $T : V \rightarrow V$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico de T seja da forma $p_T(t) = (t - 5)^3 q(t)$, para algum polinômio q . Suponha também que a dimensão de $\text{Ker}(T - 5I)$ seja igual a 2, em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade. Pode-se afirmar que:

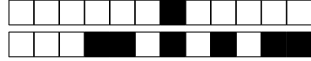
- A T é diagonalizável.
- B T não é simétrico.
- C $\text{Ker}(T - 5I) = \text{Ker}((T - 5I)^2)$.
- D T não é injetor.
- E $\text{Ker}(T) = (\text{Im}(T))^\perp$.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ uma transformação linear e suponha que a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{C}^3 seja real. Suponha também que:

$$T(1, i, 1) = i(1, i, 1) \quad \text{e} \quad (0, 1, 1) \in \text{Ker}(T).$$

Temos que $T(1, 3 - i, 4)$ é igual a:

- A $(1, -i, 1)$.
- B $(i, 1, i)$.
- C $(-i, -1, -i)$.
- D $(-i, 1, -i)$.
- E $(-i, 2, 3 - i)$.



Teste 8 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e seja dado $a \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$ax^2 + ay^2 + 6xy = 10$$

representará uma elipse se, e somente se:

- A $a > 0$.
- B $a > 3$.
- C $a > 3$ ou $a < -3$.
- D $a \geq 3$.
- E $a \geq 3$ ou $a \leq -3$.

Teste 9 Sabe-se que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

possui polinômio catacterístico

$$p_A(t) = -(t-4)(t-2)^2$$

e que $(1, 0, 1)$ é um autovetor de A . Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no espaço, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a quádrlica de equação:

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz + 2\sqrt{2}(x-z) + 8y + 9 = 0.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa quádrlica:

- A $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 1$.
- B $2u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{2}$.
- C $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 3$.
- D $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 9$.
- E $4u^2 + 2v^2 + 2w^2 = 0$.



Teste 10 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal, e sejam dados $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que a equação

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + ax + by = 6$$

representará uma parábola se, e somente se:

- A $a \neq b$.
- B $b = 2a$.
- C $a + b \neq 0$.
- D $b \neq 2a$.
- E $a = 1$ e $b = 6$.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 4 munido de um produto interno e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V tais que

$$[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix},$$

em que $I : V \rightarrow V$ denota a transformação identidade, então a soma dos elementos na diagonal principal de $[I]_{\mathcal{C}\mathcal{B}}$ será igual a 2;

- (II) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico e \mathcal{B} e \mathcal{C} forem bases ortonormais de V , então a matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será diagonalizável sobre \mathbb{R} ;
- (III) se V for um espaço vetorial real de dimensão finita, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear, \mathcal{B} for uma base de V e se a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ for simétrica, então o operador T será diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira.



Teste 12 Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a equação:

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2\sqrt{10}(x + 3y) = 0.$$

Assinale a alternativa correta:

- A o conjunto solução dessa equação é uma parábola.
- B o conjunto solução dessa equação é vazio.
- C o conjunto solução dessa equação é um par de retas paralelas distintas.
- D o conjunto solução dessa equação é um par de retas concorrentes.
- E o conjunto solução dessa equação é uma reta.

Teste 13 Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$ uma matriz real tal que:

$$A \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix} = (i - 4) \begin{pmatrix} 1 - i \\ 2 + 3i \end{pmatrix}.$$

Se X for a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ satisfazendo a condição $X(0) = (2, -1)$, então $X(\frac{\pi}{2})$ será igual a:

- A $e^{-2\pi}(5, 0)$.
- B $e^{-2\pi}(0, -5)$.
- C $e^{-2\pi}(1, 1)$.
- D $e^{-2\pi}(0, 1)$.
- E $e^{-2\pi}(2, -1)$.



Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear e $A \in M_2(\mathbb{R})$ a matriz que representa T com respeito à base canônica de \mathbb{R}^2 . Suponha que

$$X_1(t) = (e^t, 2e^t) \quad \text{e} \quad X_2(t) = (2e^{3t}, e^{3t})$$

sejam soluções do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$. Temos que $T(0, 3)$ é igual a:

- A) (1, 2).
- B) (1, 4).
- C) (0, 9).
- D) (-4, 1).
- E) (6, 3).

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 3) = (1, 3)$. Se $k \in \mathbb{R}$ for tal que $T(1, k) = 5(1, k)$, então k será igual a:

- A) $-\frac{1}{3}$.
- B) -3.
- C) $\frac{1}{5}$.
- D) 5.
- E) $\frac{1}{3}$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico tal que $T(1, 1, 1) = (2, 2, 2)$ e $\dim(\text{Ker}(T)) = 2$. Se $T(3, 2, -2) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 0.
- C) $\frac{1}{3}$.
- D) 6.
- E) 3.



+32/10/39+



2019 – MAT-3458 – Terceira Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+32/12/37+