



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+1/2/59+



Teste 1 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A** T é injetor.
- se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- C** se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D** se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E** $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** T é injetora.
- B** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- C** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



Teste 3 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

-52.

$\frac{65}{8}$.

$\frac{63}{8}$.

6.

52.

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

10.

-30.

-10.

30.

-3.



Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A não é diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

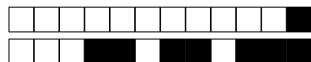
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T e S são ambos simétricos.
- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- T é simétrico e S não é simétrico.
- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- S é simétrico e T não é simétrico.



Teste 7 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- D** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 8 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A** -2^{333} .
- B** $1 - 2^{333}$.
- C** 2^{334} .
- D** $2 - 2^{333}$.
- E** $1 + 2^{334}$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E** todas as afirmações são falsas.



Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 12 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B** todas as afirmações são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (B) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (E) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- (A) $(5, 11, 13)$.
- (B) $(8, 5, 9)$.
- (C) $(10, 6, 8)$.
- (D) $(9, 8, 5)$.
- (E) $(7, 7, 6)$.



Teste 16 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+1/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+2/2/47+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- C) T e S são ambos simétricos.
- D) T é simétrico e S não é simétrico.
- E) S é simétrico e T não é simétrico.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- C) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E) T é injetora.



Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30.
- B 30.
- C -10.
- D 10.
- E -3.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E A não é diagonalizável.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

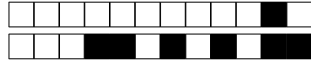
- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) -52.
- B) 52.
- C) 6.
- D) $\frac{63}{8}$.
- E) $\frac{65}{8}$.



Teste 9 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.

Teste 10 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- D** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 12 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- B $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- C $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- D $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- E $(14x - 20y, 10x - 18y)$.



Teste 13 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

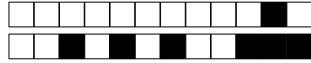
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A) $(8, 5, 9)$.
- B) $(7, 7, 6)$.
- C) $(10, 6, 8)$.
- D) $(9, 8, 5)$.
- E) $(5, 11, 13)$.



Teste 15 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A -2^{333} .
- B 2^{334} .
- C $1 + 2^{334}$.
- D $1 - 2^{333}$.
- $2 - 2^{333}$.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- B T é injetor.
- C se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+2/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+3/2/35+



Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- 10.
- B -10.
- C -30.
- D -3.
- E 30.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 3 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a < 0$, então T não será diagonalizável.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A S é simétrico e T não é simétrico.
- B nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C T é simétrico e S não é simétrico.
- D nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E T e S são ambos simétricos.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

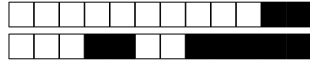
- A (10, 6, 8).
- B (7, 7, 6).
- C (5, 11, 13).
- (9, 8, 5).
- E (8, 5, 9).

Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{65}{8}$.
- B $\frac{63}{8}$.
- C 6.
- 52.
- E 52.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A não é diagonalizável.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (D) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (E) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 12 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- (A) $1 - 2^{333}$.
- (B) $2 - 2^{333}$.
- (C) -2^{333} .
- (D) 2^{334} .
- (E) $1 + 2^{334}$.



Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

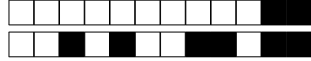
- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- B) T é injetora.
- C) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.



Teste 15 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- B as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- C as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- D as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- E para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

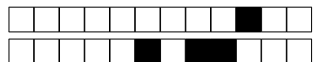
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+3/12/25+



+4/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

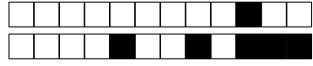
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

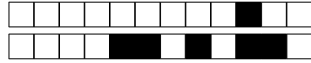
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+4/2/23+



Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- B** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .

Teste 2 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- D** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- E** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .



Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -3.
- B 30.
- C 10.
- D -30.
- E -10.

Teste 4 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

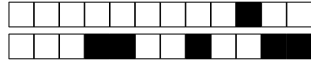
- (A) $(8, 5, 9)$.
- (B) $(10, 6, 8)$.
- (C) $(5, 11, 13)$.
- (D) $(7, 7, 6)$.
- (E) $(9, 8, 5)$.

Teste 6 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (C) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (D) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.



Teste 7 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- B** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- C** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- D** A não é diagonalizável.
- E** se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

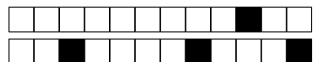
- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- B) T é injetora.
- C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- E) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.



Teste 11 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

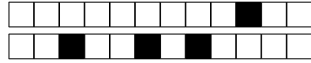
- A $1 + 2^{334}$.
- B -2^{333} .
- C $2 - 2^{333}$.
- D 2^{334} .
- E $1 - 2^{333}$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

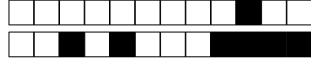
- A S é simétrico e T não é simétrico.
 B T é simétrico e S não é simétrico.
 C nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
 D T e S são ambos simétricos.
 E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.

Teste 14 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{63}{8}$.
 B -52 .
 C 52 .
 D $\frac{65}{8}$.
 E 6 .



Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- T é injetor.
- $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

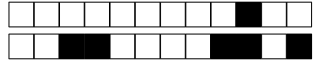
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+4/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+5/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

A) (10, 6, 8).

B) (8, 5, 9).

C) (9, 8, 5).

D) (5, 11, 13).

E) (7, 7, 6).

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t+1, t^2+t+1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t+1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2+t+1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

A) 10.

B) -10.

C) -3.

D) -30.

E) 30.



Teste 3 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- B as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- C para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- E as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.

Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- B $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- D $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 5 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{63}{8}$.
- B $\frac{65}{8}$.
- C 52.
- 52.
- E 6.



Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

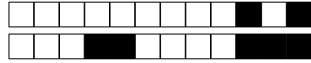
- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- B) T e S são ambos simétricos.
- C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- D) T é simétrico e S não é simétrico.
- E) S é simétrico e T não é simétrico.

Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A) se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- B) se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- C) $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D) T é injetor.
- E) se $a = 4$, então T será diagonalizável.



Teste 8 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 9 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D T é injetora.
- E $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.



Teste 10 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

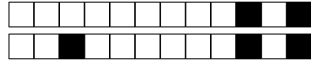
- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- C A não é diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

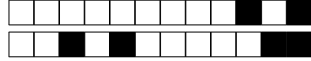
- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 16 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A -2^{333} .
- B 2^{334} .
- C $1 + 2^{334}$.
- D $1 - 2^{333}$.
- $2 - 2^{333}$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+5/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+6/2/59+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) T e S são ambos simétricos.
 B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
 C) T é simétrico e S não é simétrico.
 D) S é simétrico e T não é simétrico.
 E) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
(II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
(III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
 B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
 C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
 D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
 E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A não é diagonalizável.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.

Teste 4 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- $1 - 2^{333}$.
- 2^{334} .
- -2^{333} .
- $1 + 2^{334}$.
- $2 - 2^{333}$.



Teste 5 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A** -52 .
- B** 52 .
- C** $\frac{65}{8}$.
- D** 6 .
- E** $\frac{63}{8}$.



Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- B se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- C $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E T é injetor.

Teste 8 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- B $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- D $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- E $(28x - 16y, 20x - 36y)$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- (A) (10, 6, 8).
- (B) (9, 8, 5).
- (C) (5, 11, 13).
- (D) (7, 7, 6).
- (E) (8, 5, 9).

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são falsas.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são falsas.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30 .
- B -10 .
- C 30 .
- D -3 .
- E 10 .



Teste 15 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- B** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- D** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- C** T é injetora.
- D** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+6/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+7/2/47+



Teste 1 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{65}{8}$.
- B 6.
- C -52.
- D $\frac{63}{8}$.
- E 52.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- B nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- C T é simétrico e S não é simétrico.
- D T e S são ambos simétricos.
- E S é simétrico e T não é simétrico.



Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A 30.
- B -30.
- C 10.
- D -10.
- E -3.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

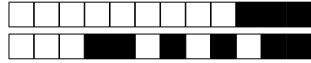
- A) (10, 6, 8).
- B) (5, 11, 13).
- C) (8, 5, 9).
- D) (7, 7, 6).
- (9, 8, 5).

Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D) T é injetora.
- T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a < 0$, então T não será diagonalizável.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A não é diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- D se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.

Teste 9 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 10 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.

Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1,2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x,y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x,y)$ é igual a:

- A** $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- B** $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- C** $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- D** $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- E** $(28x - 16y, 20x - 36y)$.



Teste 12 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- B para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- D as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- E as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.

Teste 13 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A -2^{333} .
- B $1 + 2^{334}$.
- C 2^{334} .
- D $1 - 2^{333}$.
- E $2 - 2^{333}$.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

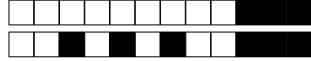
- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

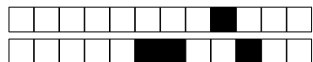
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+7/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

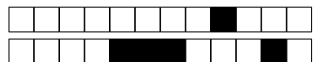
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+8/2/35+



Teste 1 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 + 2^{334}$.
- B $2 - 2^{333}$.
- C $1 - 2^{333}$.
- D -2^{333} .
- E 2^{334} .

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

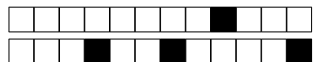
- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 3 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- B para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- D as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.



Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (B) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (C) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (D) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (E) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{CB}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (A) S é simétrico e T não é simétrico.
- (B) T é simétrico e S não é simétrico.
- (C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- (D) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- (E) T e S são ambos simétricos.



Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

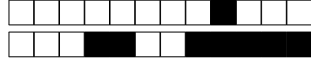
- A** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- C** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E** T é injetora.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- B** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- C** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- D** se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- E** A não é diagonalizável.



Teste 8 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

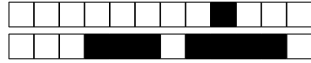
- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.



Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A 30.
- B -3.
- C -10.
- D 10.
- E -30.

Teste 11 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- D se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.



Teste 12 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0,-2)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3,-4)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(3,-2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.

Teste 13 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A -52 .
- B $\frac{65}{8}$.
- C 52 .
- D $\frac{63}{8}$.
- E 6 .



Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .

Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

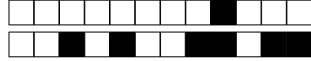
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A $(5, 11, 13)$.
- B $(8, 5, 9)$.
- C $(10, 6, 8)$.
- D $(7, 7, 6)$.
- E $(9, 8, 5)$.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

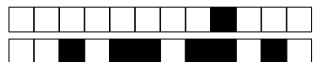
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

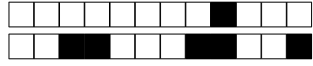
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

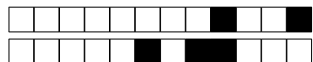
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+8/12/25+



+9/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

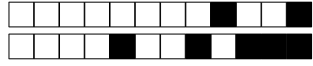
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

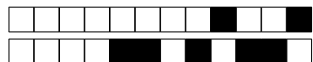
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+9/2/23+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- todas as afirmações são falsas.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

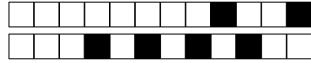
- A $1 + 2^{334}$.
- B -2^{333} .
- C 2^{334} .
- D $1 - 2^{333}$.
- E $2 - 2^{333}$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A não é diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- C se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.



Teste 5 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1,0,1), (1,1,0), (0,1,1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

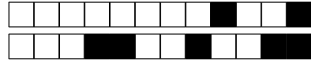
$$S(1) = (2,2,2), \quad S(t+1) = (3,5,2), \quad S(t^2+t+1) = (2,1,1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A** -3 .
- B** -30 .
- C** -10 .
- D** 30 .
- E** 10 .



Teste 7 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- B as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- D as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- E para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- B T é injetor.
- C se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- E se $a = 4$, então T será diagonalizável.

Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A S é simétrico e T não é simétrico.
- B T é simétrico e S não é simétrico.
- C T e S são ambos simétricos.
- D nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.



Teste 10 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- B) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- E) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são falsas.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A) (8, 5, 9).
- B) (7, 7, 6).
- C) (9, 8, 5).
- D) (5, 11, 13).
- E) (10, 6, 8).



Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T é injetora.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- E T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.



Teste 16 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{63}{8}$.
- B 6.
- C $\frac{65}{8}$.
- D -52.
- E 52.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

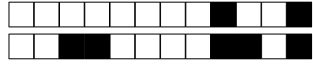
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+9/12/13+



+10/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+10/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- (9, 8, 5).
- (10, 6, 8).
- (7, 7, 6).
- (8, 5, 9).
- (5, 11, 13).

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são verdadeiras.
- (B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (C) todas as afirmações são falsas.
- (D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- D** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são falsas.
- B** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;

(III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E** todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B T é injetora.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.

Teste 7 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

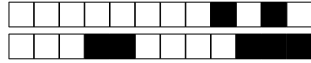
$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30 .
- B 10 .
- C -3 .
- D 30 .
- E -10 .



Teste 8 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

-52.

6.

52.

$\frac{65}{8}$.

$\frac{63}{8}$.

Teste 9 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

2^{334} .

$2 - 2^{333}$.

$1 - 2^{333}$.

-2^{333} .

$1 + 2^{334}$.



Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

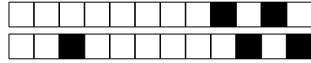
- A) S é simétrico e T não é simétrico.
- B) T e S são ambos simétricos.
- C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- D) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- E) T é simétrico e S não é simétrico.

Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1,2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1,-3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x,y) = (x+y, x+2y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x,y)$ é igual a:

- A) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- B) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- C) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- D) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- E) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.



Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- C se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- E A não é diagonalizável.

Teste 13 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 14 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

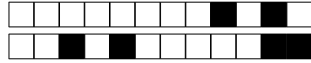
- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- C $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E se $a = 4$, então T será diagonalizável.



+10/10/3+

Teste 16 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+10/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+11/2/59+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A não é diagonalizável.
- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- T é simétrico e S não é simétrico.
- T e S são ambos simétricos.
- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- S é simétrico e T não é simétrico.

Teste 4 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 6 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.

Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A** $(10, 6, 8)$.
- B** $(5, 11, 13)$.
- C** $(7, 7, 6)$.
- D** $(9, 8, 5)$.
- E** $(8, 5, 9)$.



Teste 8 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E T é injetora.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 10 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (D) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.

Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (A) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- (B) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- (C) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- (D) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- (E) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .



Teste 12 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

-52.

6.

$\frac{65}{8}$.

52.

$\frac{63}{8}$.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

-30.

-3.

30.

10.

-10.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A) se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- B) T é injetor.
- C) se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- D) $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- E) se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



Teste 16 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 - 2^{333}$.
- B $1 + 2^{334}$.
- C 2^{334} .
- D $2 - 2^{333}$.
- E -2^{333} .



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+11/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+12/2/47+



Teste 1 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

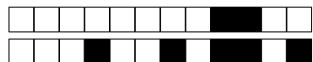
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- A não é diagonalizável.



Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** T é injetora.
- B** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- C** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são falsas.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A (10, 6, 8).
- B (9, 8, 5).
- C (5, 11, 13).
- D (8, 5, 9).
- E (7, 7, 6).

Teste 6 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

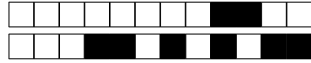
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A -2^{333} .
- B 2^{334} .
- C $2 - 2^{333}$.
- D $1 + 2^{334}$.
- E $1 - 2^{333}$.



Teste 7 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.

Teste 8 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1,77,45), (0,9,33), (0,0,877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C** T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D** T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- B $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- C $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- D $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- E $(14x - 20y, 10x - 18y)$.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 12 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) $\frac{65}{8}$.
- B) 6.
- C) -52.
- D) $\frac{63}{8}$.
- E) 52.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

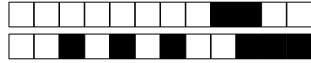
- A** T é simétrico e S não é simétrico.
- B** S é simétrico e T não é simétrico.
- C** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- D** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E** T e S são ambos simétricos.

Teste 14 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30.
- B -3.
- C 30.
- D -10.
- E 10.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- C se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

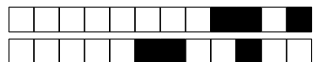
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+12/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+13/2/35+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são verdadeiras.
- (D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- (A) T e S são ambos simétricos.
- (B) T é simétrico e S não é simétrico.
- (C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- (D) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- (E) S é simétrico e T não é simétrico.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são falsas.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- B) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- D) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- E) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.



Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -3.
- B 10.
- C -30.
- D 30.
- E -10.

Teste 6 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

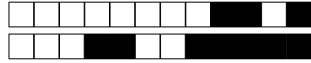
$$S(1, 2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2, 3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 7 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 - 2^{333}$.
- B -2^{333} .
- C 2^{334} .
- D $2 - 2^{333}$.
- E $1 + 2^{334}$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A não é diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- E se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.



Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.

Teste 11 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- B para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- D para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- E as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 12 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

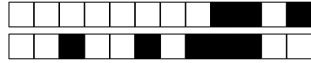
- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 14 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{65}{8}$.
- B 52.
- C 6.
- D -52.
- E $\frac{63}{8}$.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

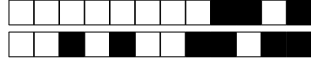
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A (5, 11, 13).
- B (7, 7, 6).
- C (8, 5, 9).
- D (10, 6, 8).
- E (9, 8, 5).

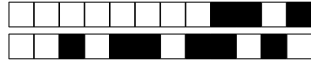


Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- C** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E** T é injetora.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+13/12/25+



+14/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

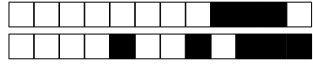
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+14/2/23+



Teste 1 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) 6.
- B) $\frac{65}{8}$.
- C) 52.
- D) -52.
- E) $\frac{63}{8}$.

Teste 2 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A) $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B) T é injetor.
- C) se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- D) se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E) se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



Teste 3 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1, 2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2, 3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são falsas.
- D** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $2 - 2^{333}$.
- B $1 - 2^{333}$.
- C 2^{334} .
- D $1 + 2^{334}$.
- E -2^{333} .

Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

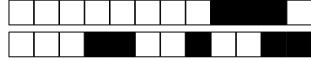
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A $(7, 7, 6)$.
- B $(9, 8, 5)$.
- C $(5, 11, 13)$.
- D $(10, 6, 8)$.
- E $(8, 5, 9)$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) S é simétrico e T não é simétrico.
- B) T e S são ambos simétricos.
- C) T é simétrico e S não é simétrico.
- D) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.

Teste 8 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B) T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C) T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- E) T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 9 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A não é diagonalizável.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.



Teste 12 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (B) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- (A) -3 .
- (B) -30 .
- (C) -10 .
- (D) 30 .
- 10 .



Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

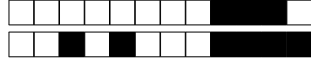
- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D T é injetora.
- E $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+14/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+15/2/11+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) S é simétrico e T não é simétrico.
 B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
 C) T e S são ambos simétricos.
 D) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
 E) T é simétrico e S não é simétrico.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

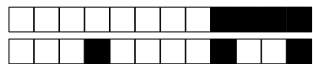
$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A) 30.
 B) -10.
 C) 10.
 D) -3.
 E) -30.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são falsas.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A) T é injetor.
- B) $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C) se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D) se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E) se $a = 4$, então T será diagonalizável.



Teste 6 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

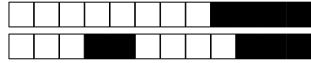
- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) $\frac{63}{8}$.
- B) 52.
- C) -52.
- D) 6.
- E) $\frac{65}{8}$.



Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 9 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- B) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- C) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- E) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- (9,8,5).
- (7,7,6).
- (5,11,13).
- (10,6,8).
- (8,5,9).

Teste 11 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- 2^{334} .
- $2 - 2^{333}$.
- $1 + 2^{334}$.
- $1 - 2^{333}$.
- -2^{333} .



Teste 12 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- C** A não é diagonalizável.
- D** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.



Teste 14 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

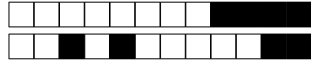
- A as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- B as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- C para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- E as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.

Teste 15 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- B $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- D $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- E $(7x - 4y, 17x - 9y)$.



Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B** T é injetora.
- C** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

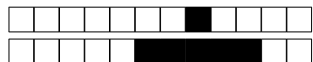
Respostas

- Teste 1: A B C D
- Teste 2: A B D E
- Teste 3: A B C D
- Teste 4: A B C D
- Teste 5: A B C E
- Teste 6: A B C E
- Teste 7: A B D E
- Teste 8: A B C D

- Teste 9: A C D E
- Teste 10: B C D E
- Teste 11: A C D E
- Teste 12: A B C D
- Teste 13: A B C E
- Teste 14: A B D E
- Teste 15: B C D E
- Teste 16: A B C D



+15/12/1+



+16/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

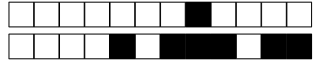
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+16/2/59+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C) S é simétrico e T não é simétrico.
- D) T e S são ambos simétricos.
- E) T é simétrico e S não é simétrico.

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 3 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A) para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- B) as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C) para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D) as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- E) as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.



Teste 4 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (B) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (C) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (D) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (E) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 5 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- (A) $1 + 2^{334}$.
- (B) $1 - 2^{333}$.
- (C) -2^{333} .
- (D) $2 - 2^{333}$.
- (E) 2^{334} .



Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{65}{8}$.
- B 6.
- C 52.
- D -52.
- E $\frac{63}{8}$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 9 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.



Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 11 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D T é injetora.
- E T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



Teste 12 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -10.
- B -3.
- C 30.
- D -30.
- E 10.

Teste 13 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- B se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- C se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D T é injetor.
- E $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

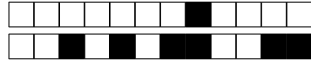
- A (10, 6, 8).
- B (7, 7, 6).
- C (8, 5, 9).
- D (9, 8, 5).
- E (5, 11, 13).

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A não é diagonalizável.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 9: A B D E

Teste 2: A B D E

Teste 10: A B D E

Teste 3: A B D E

Teste 11: A B C D

Teste 4: A B C D

Teste 12: A B C D

Teste 5: A B C E

Teste 13: A C D E

Teste 6: A B C E

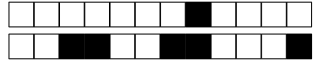
Teste 14: A B C E

Teste 7: A B C D

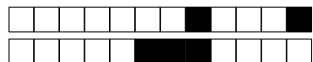
Teste 15: A B C E

Teste 8: A B D E

Teste 16: A B C D



+16/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

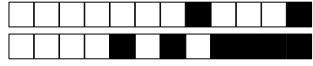
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+17/2/47+



Teste 1 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (D) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (E) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.

Teste 2 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

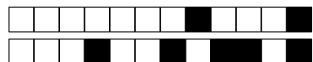
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- (A) $1 - 2^{333}$.
- (B) -2^{333} .
- (C) 2^{334} .
- (D) $1 + 2^{334}$.
- (E) $2 - 2^{333}$.



Teste 3 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 4 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A) as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- B) para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C) as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- D) para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- E) as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C) S é simétrico e T não é simétrico.
- D) T e S são ambos simétricos.
- E) T é simétrico e S não é simétrico.



Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

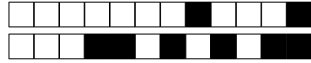
- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A não é diagonalizável.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.



Teste 8 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- 52.
- $\frac{63}{8}$.
- 52.
- 6.
- $\frac{65}{8}$.

Teste 9 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.



Teste 10 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .

Teste 11 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

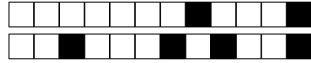
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A $(7, 7, 6)$.
- B $(5, 11, 13)$.
- C $(8, 5, 9)$.
- D $(10, 6, 8)$.
- E $(9, 8, 5)$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (D) todas as afirmações são falsas.
- (E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- (A) 10.
- (B) -10.
- (C) 30.
- (D) -30.
- (E) -3.



Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

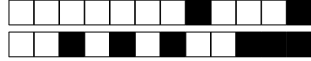
- A** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- B** T é injetora.
- C** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A** se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- B** $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C** T é injetor.
- D** se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E** se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

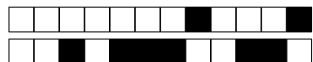
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

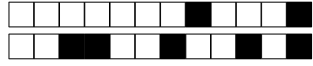
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

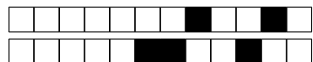
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+17/12/37+



+18/1/36+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

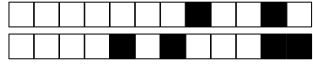
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+18/2/35+



Teste 1 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (D) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (E) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

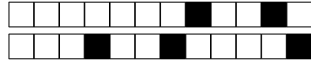
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 4 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

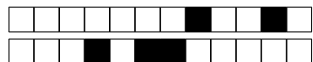
- A as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- D as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .

Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetora.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.



Teste 6 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

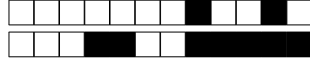
- A** se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B** A não é diagonalizável.
- C** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- D** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- E** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são falsas.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

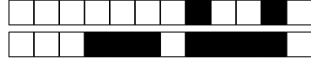
- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B T é injetor.
- C se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E se $a = 4$, então T será diagonalizável.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 10 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{CB}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T e S são ambos simétricos.
- B** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C** T é simétrico e S não é simétrico.
- D** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E** S é simétrico e T não é simétrico.



Teste 12 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -3.
- B -10.
- C -30.
- D 30.
- E 10.

Teste 13 Considere a base

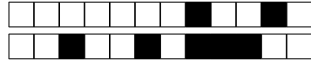
$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 14 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A $\frac{63}{8}$.
- B 52.
- C 6.
- D -52.
- E $\frac{65}{8}$.

Teste 15 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

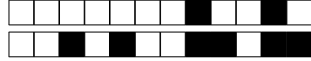
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 + 2^{334}$.
- B $1 - 2^{333}$.
- C -2^{333} .
- D 2^{334} .
- E $2 - 2^{333}$.



Teste 16 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

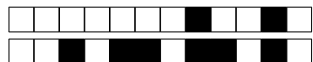
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A) (5, 11, 13).
- B) (10, 6, 8).
- C) (7, 7, 6).
- D) (8, 5, 9).
- (9, 8, 5).



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

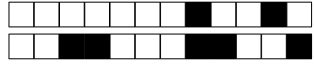
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

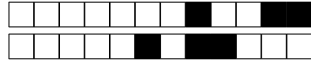
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+18/12/25+



+19/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

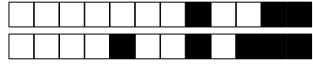
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

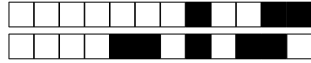
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+19/2/23+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- (9,8,5).
- (10,6,8).
- (8,5,9).
- (5,11,13).
- (7,7,6).

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

(A) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.

(B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.

(C) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

(D) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.

(E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.

Teste 4 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

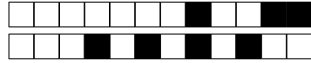
(A) 52.

(B) $\frac{65}{8}$.

(C) $\frac{63}{8}$.

(D) 6.

(E) -52.



Teste 5 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

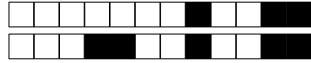
- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) todas as afirmações são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- (A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- (B) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- (C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- (D) T é injetora.
- (E) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

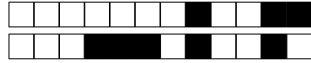
- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são falsas.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- B A não é diagonalizável.
- C se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.



Teste 9 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 - 2^{333}$.
- B -2^{333} .
- C $2 - 2^{333}$.
- D $1 + 2^{334}$.
- E 2^{334} .

Teste 10 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- B as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- C para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .



Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

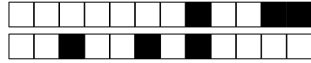
- A** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- B** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- E** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .

Teste 12 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A** se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- B** T é injetor.
- C** se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- D** se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E** $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A 30.
- B -10.
- C 10.
- D -30.
- E -3.

Teste 14 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

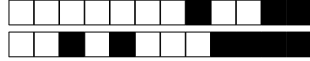
$$S(1, 2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2, 3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- B $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- C $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- D $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é simétrico e S não é simétrico.
- B nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C S é simétrico e T não é simétrico.
- D T e S são ambos simétricos.
- E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

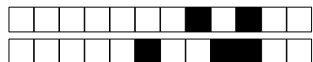
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+19/12/13+



+20/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+20/2/11+



Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30.
- B 30.
- C 10.
- D -10.
- E -3.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A (7, 7, 6).
- B (9, 8, 5).
- C (5, 11, 13).
- D (8, 5, 9).
- E (10, 6, 8).



Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T é injetora.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- E $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.

Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

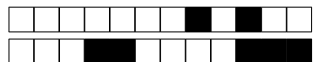
- A -52.
- B $\frac{63}{8}$.
- C 52.
- D 6.
- E $\frac{65}{8}$.

Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B T é injetor.
- C se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- D se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são falsas.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B** A não é diagonalizável.
- C** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- D** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- E** A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.

Teste 11 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- B** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- C** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- D** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- E** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .



Teste 12 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0,-2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3,-2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3,-4)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.

Teste 13 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 14 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (E) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.

Teste 15 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

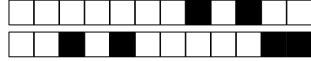
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- (A) 2^{334} .
- (B) $1 - 2^{333}$.
- (C) -2^{333} .
- (D) $2 - 2^{333}$.
- (E) $1 + 2^{334}$.



Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

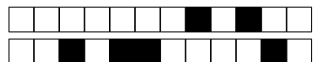
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é simétrico e S não é simétrico.
- B** T e S são ambos simétricos.
- C** S é simétrico e T não é simétrico.
- D** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- E** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

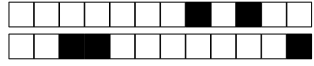
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

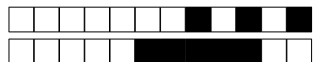
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+20/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

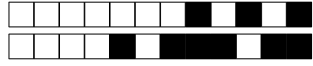
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+21/2/59+



Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A 30.
- B -10.
- C 10.
- D -3.
- E -30.



Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (B) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (C) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.

Teste 4 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- (A) para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- (B) as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- (C) as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- (D) as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- (E) para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .

Teste 5 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- 52.
- $\frac{63}{8}$.
- $\frac{65}{8}$.
- 52.
- 6.

Teste 7 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

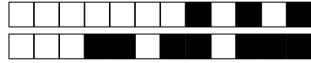
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- -2^{333} .
- $2 - 2^{333}$.
- $1 + 2^{334}$.
- 2^{334} .
- $1 - 2^{333}$.



Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A) (10, 6, 8).
- B) (5, 11, 13).
- C) (8, 5, 9).
- D) (9, 8, 5).
- E) (7, 7, 6).

Teste 9 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- C) $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D) $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- C A não é diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) T e S são ambos simétricos.
 B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
 C) T é simétrico e S não é simétrico.
 D) S é simétrico e T não é simétrico.
 E) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
(II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
(III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
 B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
 C) todas as afirmações são falsas.
 D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
 E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;

(III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- B se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- E T é injetora.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 9: B C D E

Teste 2: A B D E

Teste 10: A B D E

Teste 3: B C D E

Teste 11: A B C D

Teste 4: B C D E

Teste 12: A B D E

Teste 5: A B C E

Teste 13: A B C E

Teste 6: B C D E

Teste 14: A B D E

Teste 7: A C D E

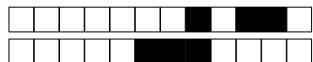
Teste 15: A C D E

Teste 8: A B C E

Teste 16: A C D E



+21/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

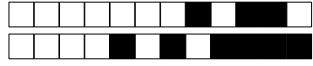
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+22/2/47+



Teste 1 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

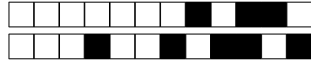
- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 2 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A** $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- B** $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C** $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- D** $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- E** $(14x - 8y, 34x - 18y)$.



Teste 3 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- (A) 52.
- (B) -52.
- (C) 6.
- (D) $\frac{65}{8}$.
- (E) $\frac{63}{8}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são falsas.



Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -3 .
- B 30 .
- C 10 .
- D -10 .
- E -30 .



Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- T é injetor.
- se $a = 4$, então T será diagonalizável.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são falsas.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A S é simétrico e T não é simétrico.
- B T e S são ambos simétricos.
- C T é simétrico e S não é simétrico.
- D nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

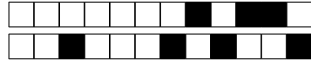
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A $(8,5,9)$.
- B $(10,6,8)$.
- C $(7,7,6)$.
- D $(9,8,5)$.
- E $(5,11,13)$.



Teste 11 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- B as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- E para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

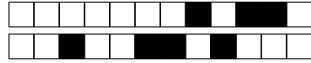
- A apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- E T é injetora.



Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- B se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- E A não é diagonalizável.

Teste 15 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

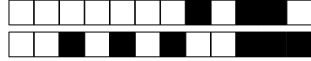
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A -2^{333} .
- B $1 - 2^{333}$.
- C 2^{334} .
- D $1 + 2^{334}$.
- E $2 - 2^{333}$.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

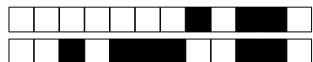
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+22/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+23/2/35+



Teste 1 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- B para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- D para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- E as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.

Teste 2 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A 52.
- B $\frac{63}{8}$.
- C $\frac{65}{8}$.
- D -52 .
- E 6.

Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- C T é injetora.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- E T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.



Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é simétrico e S não é simétrico.
- B** S é simétrico e T não é simétrico.
- C** T e S são ambos simétricos.
- D** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.

Teste 5 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A** $1 + 2^{334}$.
- B** $2 - 2^{333}$.
- C** 2^{334} .
- D** -2^{333} .
- E** $1 - 2^{333}$.



Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são falsas.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 7 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

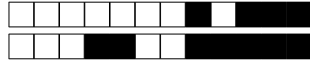
$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A) -10.
- B) -3.
- C) 10.
- D) -30.
- E) 30.



Teste 8 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 9 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- C se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- D se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



Teste 10 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (B) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (C) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (D) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (E) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (B) todas as afirmações são falsas.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 12 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

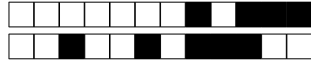
$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A $(7,7,6)$.
- B $(8,5,9)$.
- C $(5,11,13)$.
- D $(9,8,5)$.
- E $(10,6,8)$.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

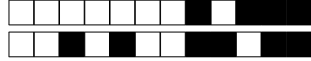
- (A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- (A) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- (B) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- (C) se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- (D) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- (E) A não é diagonalizável.



Teste 16 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

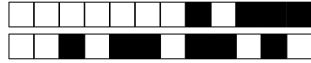
$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

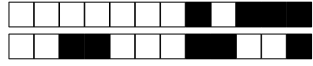
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

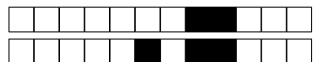
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+23/12/25+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

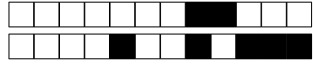
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

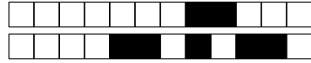
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+24/2/23+



Teste 1 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- B $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E T é injetora.

Teste 2 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 + 2^{334}$.
- B 2^{334} .
- C $2 - 2^{333}$.
- D -2^{333} .
- E $1 - 2^{333}$.



Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

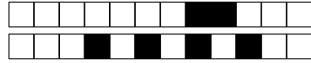
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

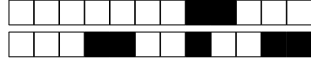
- A -10.
- B -30.
- C -3.
- D 10.
- E 30.

Teste 6 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{BC}}$ será igual a:

- A $\frac{65}{8}$.
- B 6.
- C $\frac{63}{8}$.
- D 52.
- E -52.



Teste 7 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- T é injetor.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

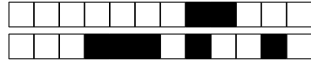
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- T e S são ambos simétricos.
- S é simétrico e T não é simétrico.
- nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- T é simétrico e S não é simétrico.



Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- A não é diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- todas as afirmações são falsas.



Teste 11 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

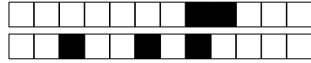
- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (D) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (E) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são falsas.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 13 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

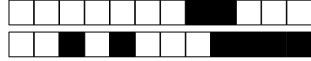
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A $(5, 11, 13)$.
- B $(10, 6, 8)$.
- C $(7, 7, 6)$.
- D $(8, 5, 9)$.
- $(9, 8, 5)$.

Teste 15 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- C as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- D as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 16 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

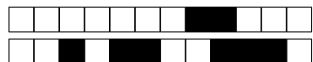
$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

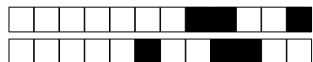
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+24/12/13+



+25/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

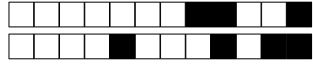
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+25/2/11+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A) $(5, 11, 13)$.
- B) $(8, 5, 9)$.
- C) $(10, 6, 8)$.
- D) $(7, 7, 6)$.
- E) $(9, 8, 5)$.



Teste 3 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- B** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- D** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 4 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A** $\frac{65}{8}$.
- B** $\frac{63}{8}$.
- C** -52 .
- D** 6 .
- E** 52 .



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

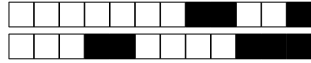
- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E) T é injetora.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- B) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- C) T é simétrico e S não é simétrico.
- D) T e S são ambos simétricos.
- E) S é simétrico e T não é simétrico.

Teste 8 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- B) $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0,-2)]$.
- C) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3,-4)]$.
- D) $\text{Ker}(T \circ S) = [(3,-2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.



Teste 9 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A** se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- B** $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C** T é injetor.
- D** se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E** se $a < 0$, então T não será diagonalizável.

Teste 10 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A** $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- B** $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- C** $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- D** $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- E** $(14x - 20y, 10x - 18y)$.

Teste 11 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- E** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 12 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 + 2^{334}$.
- B $2 - 2^{333}$.
- C $1 - 2^{333}$.
- D -2^{333} .
- E 2^{334} .

Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

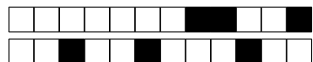
$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -30 .
- B 30 .
- C 10 .
- D -3 .
- E -10 .



Teste 14 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

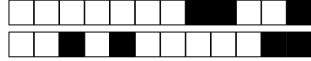
- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- B se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- E A não é diagonalizável.



Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

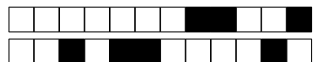
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+25/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

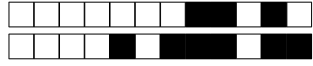
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+26/2/59+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são falsas.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 2 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A) se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- B) $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C) T é injetor.
- D) se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E) se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



Teste 3 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A) (10, 6, 8).
- B) (8, 5, 9).
- C) (5, 11, 13).
- D) (9, 8, 5).
- E) (7, 7, 6).

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A) 10.
- B) -10.
- C) -30.
- D) 30.
- E) -3.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 6 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

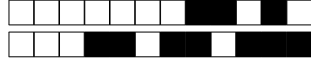
$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B) $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- C) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D) $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- E) $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.



Teste 7 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 - 2^{333}$.
- B $2 - 2^{333}$.
- C -2^{333} .
- D $1 + 2^{334}$.
- E 2^{334} .

Teste 8 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- B $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- C $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- D $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- E $(14x - 20y, 10x - 18y)$.



Teste 9 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

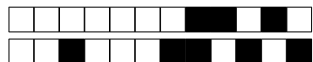
$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- A não é diagonalizável.

Teste 11 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- B T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- C $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- E T é injetora.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{BC}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E todas as afirmações são falsas.



Teste 14 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A -52.
- B 52.
- C $\frac{65}{8}$.
- D 6.
- E $\frac{63}{8}$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

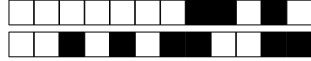
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A S é simétrico e T não é simétrico.
- B T e S são ambos simétricos.
- C nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- D T é simétrico e S não é simétrico.
- E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.



Teste 16 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

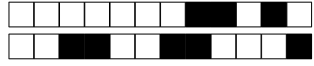
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

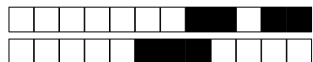
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+26/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+27/2/47+



Teste 1 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

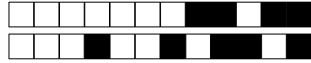
- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- C** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- D** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B** T é injetora.
- C** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- D** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- A) (5, 11, 13).
- B) (8, 5, 9).
- C) (7, 7, 6).
- D) (9, 8, 5).
- E) (10, 6, 8).



Teste 5 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $1 - 2^{333}$.
- B -2^{333} .
- C $1 + 2^{334}$.
- D $2 - 2^{333}$.
- E 2^{334} .

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

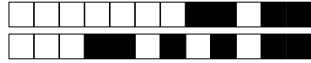
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A S é simétrico e T não é simétrico.
- B T e S são ambos simétricos.
- C T é simétrico e S não é simétrico.
- D nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- E nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.



Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- C se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- D A não é diagonalizável.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.

Teste 8 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- B $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- C $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- D $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- E $(14x - 8y, 34x - 18y)$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são falsas.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 10 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 11 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

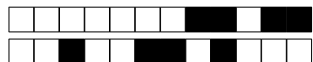
- A T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- D T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 12 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A 52.
- B 6.
- C -52.
- D $\frac{65}{8}$.
- E $\frac{63}{8}$.



Teste 13 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

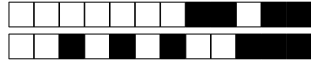
- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** todas as afirmações são falsas.
- C** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

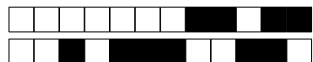
- A -3.
- B -30.
- C 10.
- D 30.
- E -10.

Teste 16 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E T é injetor.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 9: A B C D

Teste 2: A B C D

Teste 10: A B C E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C E

Teste 4: A B C E

Teste 12: A B D E

Teste 5: A B C E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B D E

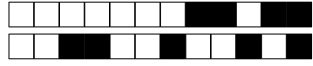
Teste 14: A B C E

Teste 7: A B C D E

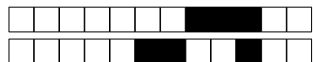
Teste 15: A B D E

Teste 8: A B C D

Teste 16: A B C E



+27/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

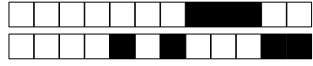
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

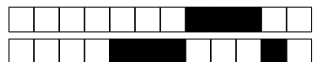
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+28/2/35+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- B) T e S são ambos simétricos.
- C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- D) T é simétrico e S não é simétrico.
- E) S é simétrico e T não é simétrico.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- B) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- C) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- D) se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- E) A não é diagonalizável.



Teste 5 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

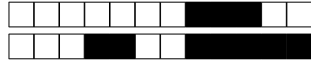
$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A $2 - 2^{333}$.
- B $1 + 2^{334}$.
- C 2^{334} .
- D $1 - 2^{333}$.
- E -2^{333} .

Teste 6 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- B as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- C para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- D as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- E as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- (9,8,5).
- (5,11,13).
- (7,7,6).
- (10,6,8).
- (8,5,9).

Teste 8 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

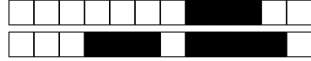
$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(0, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0, 1), (0, -2)]$.
- $\text{Ker}(T \circ S) = [(1, 0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.



Teste 9 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- A $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- B $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- C $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- D $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- E $(28x - 16y, 20x - 36y)$.

Teste 10 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A -52 .
- B 6 .
- C $\frac{63}{8}$.
- D $\frac{65}{8}$.
- E 52 .



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

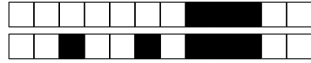
- A) todas as afirmações são falsas.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 12 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

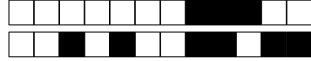
- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- D T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- E T é injetora.

Teste 14 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.



Teste 15 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- A -10.
- B -30.
- C 30.
- D 10.
- E -3.

Teste 16 Considere a base

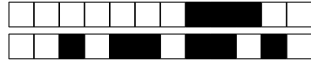
$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- C T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- D T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- E T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

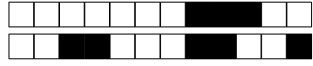
Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

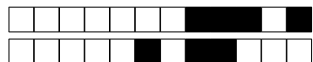
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+28/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

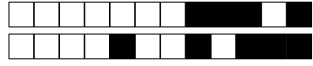
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+29/2/23+



Teste 1 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .

Teste 2 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- 10.
- 30.
- 10.
- 3.
- 30.



Teste 3 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (C) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (E) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- (A) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- (B) T é injetora.
- (C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- (D) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- (E) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.



Teste 5 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a < 0$, então T não será diagonalizável.

Teste 6 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

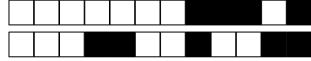
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 8 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2, 3)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 9 Considere a base

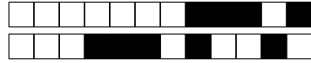
$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- B** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- E** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- B) S é simétrico e T não é simétrico.
- C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- D) T e S são ambos simétricos.
- E) T é simétrico e S não é simétrico.

Teste 11 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) -52 .
- B) 52 .
- C) $\frac{65}{8}$.
- D) 6 .
- E) $\frac{63}{8}$.



Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- B) se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- C) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- D) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- E) A não é diagonalizável.

Teste 13 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

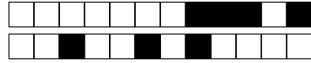
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A) $2 - 2^{333}$.
- B) $1 + 2^{334}$.
- C) $1 - 2^{333}$.
- D) -2^{333} .
- E) 2^{334} .



Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

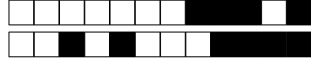
- (A) (10, 6, 8).
- (B) (9, 8, 5).
- (C) (5, 11, 13).
- (D) (8, 5, 9).
- (E) (7, 7, 6).

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são falsas.

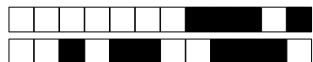


Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são falsas.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

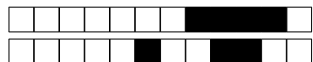
Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+29/12/13+



+30/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

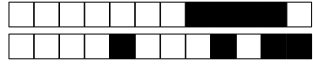
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+30/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- (A) $(5, 11, 13)$.
- (B) $(7, 7, 6)$.
- (C) $(10, 6, 8)$.
- (D) $(8, 5, 9)$.
- (E) $(9, 8, 5)$.

Teste 2 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- (A) as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- (B) as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- (C) para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- (D) para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- (E) as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.



Teste 3 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) 6.
- B) $\frac{65}{8}$.
- C) 52.
- D) -52.
- E) $\frac{63}{8}$.

Teste 4 Considere a base

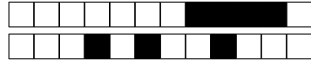
$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) T não é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- B) T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- C) T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- D) T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E) T é diagonalizável e os autovalores de T são $2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são falsas.
- (B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

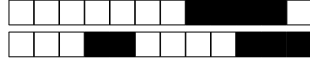
$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

- (A) -3 .
- (B) 10 .
- (C) -10 .
- (D) -30 .
- (E) 30 .



Teste 7 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (B) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.
- (C) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (D) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- $(14x - 8y, 34x - 18y)$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

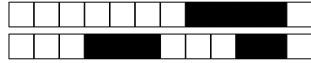
- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- B A não é diagonalizável.
- C se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- E A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.

Teste 10 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E se $a = 4$, então T será diagonalizável.

Teste 11 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2,1), (1,-2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1,1), (1,-1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

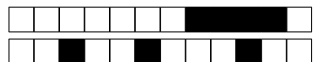
- A) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- B) S é simétrico e T não é simétrico.
- C) nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- D) T é simétrico e S não é simétrico.
- E) T e S são ambos simétricos.

Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A) $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- B) T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- C) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- D) T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- E) T é injetora.



Teste 14 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

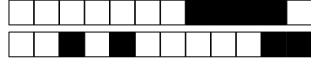
- A 2^{334} .
- B $1 - 2^{333}$.
- C -2^{333} .
- D $1 + 2^{334}$.
- E $2 - 2^{333}$.

Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são falsas.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 16 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

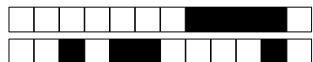
$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0,-2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3,-4)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3,-2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova – Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+30/12/1+



+31/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

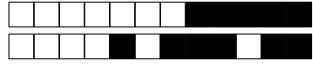
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+31/2/59+



Teste 1 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- B** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1 .
- C** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- D** T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5 .
- E** T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 , $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são falsas.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.
- B** T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- C** T é injetora.
- D** $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- E** T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.

Teste 4 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0,-2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1,-2)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3,-4)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3,-2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.



Teste 5 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

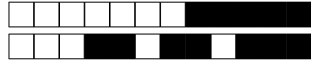
- 10.
- B -10.
- C -30.
- D 30.
- E -3.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5, 3, 4)$ é igual a:

- (A) $(8, 5, 9)$.
- (B) $(10, 6, 8)$.
- (C) $(9, 8, 5)$.
- (D) $(7, 7, 6)$.
- (E) $(5, 11, 13)$.

Teste 8 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 9 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A -52.
- B $\frac{63}{8}$.
- C 6.
- D $\frac{65}{8}$.
- E 52.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.
- B A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- C A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- D A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- E A não é diagonalizável.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 12 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A) para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- B) as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C) as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- D) para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .
- E) as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.



Teste 13 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (C) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (D) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.

Teste 14 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

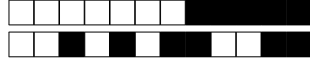
$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- (A) $2 - 2^{333}$.
- (B) $1 + 2^{334}$.
- (C) 2^{334} .
- (D) -2^{333} .
- (E) $1 - 2^{333}$.



Teste 15 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- B se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- C T é injetor.
- D se $a < 0$, então T não será diagonalizável.
- E se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A T e S são ambos simétricos.
- B nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.
- C S é simétrico e T não é simétrico.
- D nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- E T é simétrico e S não é simétrico.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+31/12/49+



+32/1/48+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Segunda Prova — 10/10/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+32/2/47+



Teste 1 Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operadores lineares tais que

$$(1, 2) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S - 2I\right), \quad (-1, -3) \in \text{Ker}\left(\frac{1}{2}T + S + I\right)$$

e $S(x, y) = (x + y, x + 2y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que $I : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ denota a transformação identidade. Dados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, temos que $T(x, y)$ é igual a:

- (A) $(7x - 4y, 17x - 9y)$.
- (B) $(28x - 16y, 20x - 36y)$.
- (C) $(14x - 8y, 34x - 18y)$.
- (D) $(14x - 20y, 10x - 18y)$.
- (E) $(7x - 10y, 5x - 9y)$.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- (A) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 2$.
- (B) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 1$.
- (C) A não é diagonalizável.
- (D) A será diagonalizável se, e somente se, $a = 0$.
- (E) se $a \neq 2$, então A será diagonalizável.



Teste 3 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \rightarrow V$ um operador linear diagonalizável. Suponha que o polinômio característico de T seja $p_T(t) = t^{754}$ e considere as seguintes afirmações:

- (I) o operador T é nulo;
- (II) $\dim(V) = 754$;
- (III) existem infinitas bases \mathcal{B} de V tais que a matriz $[T]_{\mathcal{B}}$ seja diagonal.

Assinale a alternativa correta:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{(1, 77, 45), (0, 9, 33), (0, 0, 877)\}$$

de \mathbb{R}^3 e o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 1.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são 2 e 5.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$.
- T é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.
- T não é diagonalizável e os autovalores de T são 2, $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ os operadores lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de \mathbb{R}^2 dadas por:

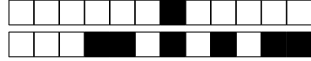
$$\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{(1, 1), (1, -1)\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** T é simétrico e S não é simétrico.
- B** S é simétrico e T não é simétrico.
- C** T e S são ambos simétricos.
- D** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ não são semelhantes.
- E** nem T nem S são simétricos e as matrizes $[T]_{\mathcal{B}}$ e $[S]_{\mathcal{B}}$ são semelhantes.

Teste 6 Sejam n um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrizes semelhantes. Assinale a alternativa contendo uma afirmação que **Não** é necessariamente verdadeira:

- A** as matrizes A^k e B^k são semelhantes, para todo inteiro $k \geq 1$.
- B** as matrizes transpostas A^t e B^t são semelhantes.
- C** as matrizes A e B possuem o mesmo polinômio característico.
- D** para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$, se λ for um autovalor de A , então λ será um autovalor de B .
- E** para qualquer $v \in \mathbb{R}^n$, se v for um autovetor de A , então v será um autovetor de B .



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear tal que

$$M^{-1}[T]_{\text{can}}M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e can denota a base canônica de \mathbb{R}^3 . Temos que $T(5,3,4)$ é igual a:

- A) (8, 5, 9).
- B) (10, 6, 8).
- C) (9, 8, 5).
- D) (7, 7, 6).
- E) (5, 11, 13).

Teste 8 Considere as bases \mathcal{B} e \mathcal{C} de $P_2(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1 + t + t^2, 1 - 7t + t^2, t + t^2\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{7 + 2t, 3 + t, t^2\}.$$

Denotando por $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ a transformação identidade, teremos que a soma dos elementos na diagonal principal da matriz $[I]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ será igual a:

- A) 6.
- B) -52.
- C) $\frac{65}{8}$.
- D) $\frac{63}{8}$.
- E) 52.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear sobrejetora, \mathcal{B} for uma base de \mathbb{R}^n e \mathcal{C} for uma base de \mathbb{R}^{988} , então as colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ serão linearmente independentes;
- (II) se $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_{988}\}$ for uma base de \mathbb{R}^{988} e $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for a transformação linear tal que $T(e_1) = e_2$ e $T(e_j) = 0$ para todo $j = 2, 3, \dots, 988$, então $([T]_{\mathcal{B}})^2 = 0$;
- (III) se $T : \mathbb{R}^{988} \rightarrow \mathbb{R}^{988}$ for uma transformação linear diagonalizável, então a matriz que representa T na base canônica terá determinante não nulo.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são falsas.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de $P_2(\mathbb{R})$, \mathcal{C} uma base de $M_2(\mathbb{R})$ e $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & b \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pode-se afirmar que:

- A T será injetora se, e somente se, $b \neq 3$ e $a \neq 1$.
- B T é injetora.
- C T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ e $a \neq 0$.
- D $\text{Ker}(T) \neq \{0\}$.
- T será injetora se, e somente se, $b \neq 2$ ou $a \neq 0$.



Teste 11 Seja $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ uma transformação linear tal que

$$S(1,2) = 1 + t + t^2 \quad \text{e} \quad S(2,3) = -t + t^2$$

e seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(a + bt + ct^2) = (a - b, b - c),$$

para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.
- B** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(-3, -4)]$.
- C** $\text{Ker}(T \circ S) = [(3, -2)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(2,3)]$.
- D** $\text{Ker}(T \circ S) = [(0,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(0,1), (0, -2)]$.
- E** $\text{Ker}(T \circ S) = [(1,0)]$ e $\text{Im}(T \circ S) = [(1, -2)]$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes diagonalizáveis e os polinômios característicos de A e B forem iguais, então A e B serão semelhantes;
- (II) se n for um inteiro positivo, $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes semelhantes e A for simétrica, então B será simétrica;
- (III) se V for um espaço vetorial munido de um produto interno e se $T : V \rightarrow V$ e $S : V \rightarrow V$ forem operadores lineares simétricos, então o operador $T \circ S + S \circ T$ será simétrico.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são falsas.
- D** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E** todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 13 Considere a base

$$\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t + 1\}$$

de $P_2(\mathbb{R})$, a base

$$\mathcal{C} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a base $\mathcal{D} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ e $S : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ transformações lineares tais que

$$S(1) = (2, 2, 2), \quad S(t + 1) = (3, 5, 2), \quad S(t^2 + t + 1) = (2, 1, 1)$$

e:

$$[S \circ T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $[T]_{\mathcal{D}}$ é igual a:

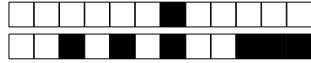
- A 10.
- B -30.
- C 30.
- D -10.
- E -3.

Teste 14 Sejam $a \in \mathbb{R}$, V um espaço vetorial de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ um operador linear cujo polinômio característico seja:

$$p_T(t) = -(t^3 - at)(t^2 - 4).$$

Pode-se afirmar que:

- A T é injetor.
- B $\dim(\text{Ker}(T)) \geq 2$.
- C se $a \geq 4$, então T será diagonalizável.
- D se $a = 4$, então T será diagonalizável.
- E se $a < 0$, então T não será diagonalizável.



Teste 15 Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ um operador linear tal que

$$\text{Ker}(T - 2I) = [1 + t, 1 - t^2] \quad \text{e} \quad \text{Ker}(T - I) = [1 + t + t^2],$$

em que $I : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ denota a transformação identidade. Considere a base $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$. Se

$$[T^{333}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix},$$

então $a + d$ será igual a:

- A 2^{334} .
- B $1 + 2^{334}$.
- C -2^{333} .
- D $2 - 2^{333}$.
- E $1 - 2^{333}$.

Teste 16 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se n for um inteiro positivo e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ forem matrizes com o mesmo determinante, então A e B serão semelhantes;
- (II) se V for um espaço vetorial tal que $\dim(V) = 1777$, $I : V \rightarrow V$ denotar a transformação identidade e $T : V \rightarrow V$ for uma transformação linear tal que 55 e 99 sejam autovalores de T e tal que $\dim(\text{Ker}(T - 55I)) = 1776$, então T será diagonalizável;
- (III) a matriz

$$\begin{pmatrix} 77 & 43 & 0 \\ 0 & 77 & 43 \\ 0 & 0 & 77 \end{pmatrix}$$

é diagonalizável.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Segunda Prova– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 12: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+32/12/37+