

t1Q1: Consideremos o espaço vetorial \mathbb{R}^3 com o produto interno usual. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico cujos autovalores são 0 e -1. Se $\text{Ker}(T) = [(1, -1, -1)]$ e $I : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é o operador identidade então:

- a) $\text{Ker}(T + I) = [(1, 1, 2)]$
- b) $\text{Ker}(T + I) = [(1, 1, 0)]$
- c) $\text{Ker}(T + I) = [(1, 1, 0), (1, 0, 1)]$
- d) $\text{Ker}(T + I) = [(1, -1, -1), (1, -1, 2)]$
- e) $\text{Ker}(T + I) = [(1, 1, 0), (1, 1, 2)]$

t1Q2: Sejam V um espaço vetorial sobre \mathbb{R} com produto interno e $T : V \rightarrow V$ um operador linear simétrico. Consideremos as seguintes afirmações:

- (I) Se B é uma base de V então a matriz $[T]_B$ é simétrica.
- (II) Se u e v são autovetores de T associados a autovalores distintos então u é ortogonal a v .
- (III) O operador T é diagonalizável.

Podemos afirmar que:

- a) As afirmações (I) e (III) são falsas.
- b) As afirmações (II) e (III) são falsas.
- c) As afirmações (I), (II) e (III) são falsas.
- d) Apenas (I) é falsa.
- e) As afirmações (I) e (II) são falsas.

t1**Q3:** Suponhamos que $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ é um operador linear tal que $\text{Im}(T) = [(4, 1, 2, 0), (1, 2, 0, 1), (2, -3, 2, -2)]$. Então podemos afirmar que:

- a) $\dim \text{Ker}(T) = 0$ e $\dim \text{Im}(T) = 3$.
- b) $\dim \text{Ker}(T) = 3$ e $\dim \text{Im}(T) = 0$.
- c) $\dim \text{Ker}(T) = 3$ e $\dim \text{Im}(T) = 1$.
- d) $\dim \text{Ker}(T) = 2$ e $\dim \text{Im}(T) = 2$.
- e) $\dim \text{Ker}(T) = 1$ e $\dim \text{Im}(T) = 3$.

t1**Q4:** Seja $T : U \rightarrow V$ uma transformação linear. Assinale a afirmação **falsa**.

- a) $\dim U = \dim \text{Ker}(T) + \dim \text{Im}(T)$.
- b) Se $\{u_1, \dots, u_n\}$ é uma base de U então $\{T(u_1), \dots, T(u_n)\}$ é uma base de V .
- c) Se $\{u_1, \dots, u_n\}$ é um conjunto de geradores de U então $\{T(u_1), \dots, T(u_n)\}$ é um conjunto de geradores de $\text{Im}(T)$.
- d) $\text{Ker}(T)$ é um subespaço de U .
- e) $\text{Im}(T)$ é um subespaço de V .

t1Q5: Sejam

$Can = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ e $B = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ bases de \mathbb{R}^3 . Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear

$$\text{dado por } [T]_{Can, B} = \begin{bmatrix} 1-a & 3 & -1 \\ a & -1-b & 0 \\ 0 & b & 1 \end{bmatrix}.$$

Considerando o \mathbb{R}^3 com o produto interno usual, podemos afirmar que T é simétrico se e somente se:

- a) $a = -2$ e $b = 1$.
- b) $a = 2$ e $b = -1$.
- c) $a = 2$ e $b = 1$.
- d) $a = 1$ e $b = -1$.
- e) $a = 3$ e $b = 0$.

t1Q6: Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear dado por $T(x, y) = (2x - y, x + 2y)$. Então $T^{-1}(1, 3)$ é igual a:

- a) $(-1, 1)$
- b) $(-1, -1)$
- c) $(1, 1)$
- d) $(0, 0)$
- e) $(1, -1)$

t1Q7: Seja $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ um operador linear. Se $1 - t$ é um autovetor de T associado ao autovalor -2 e $2 + t$ é um autovetor de T associado ao autovalor 2 , então podemos afirmar que o valor de $T(5 + t)$ é:

- a) $6(1 - t)$
- b) $6(1 + t)$
- c) $t + t^2$
- d) 0
- e) $-6(1 + t)$

t1Q8: Consideremos o espaço vetorial \mathbb{R}^3 com o produto interno usual. Sejam $S = [(1, 1, 1), (0, 0, -1)]$. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por $T(x, y, z) = \text{proj}_S(x, y, z)$. Podemos afirmar que:

- a) $\text{Ker}(T) = [(1, 1, 0)]$
- b) $\text{Im}(T) = [(1, -1, 0)]$
- c) $\text{Im}(T) = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- d) $\text{Ker}(T) = [(1, 1, 0), (0, 0, 1)]$
- e) $\text{Ker}(T) = [(1, -1, 0)]$

t1Q9: Consideremos o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o produto interno usual. Seja $S = [(1, a, 0, 0), (0, 1, a, a), (a, 1, 0, 0)]$. Se a dimensão de S^\perp é 2, então podemos afirmar que:

- a) $a = 0$ ou $a = 1$.
- b) $a = 0$ ou $a = -1$.
- c) $a = 1$ ou $a = -1$.
- d) $a = 0$ ou $a = 1$ ou $a = -1$.
- e) $a = 0$ ou $a = 2$ ou $a = -2$.

t1Q10: Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $b \neq 0$. A solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

que verifica as condições iniciais $x(0) = c$, $y(0) = 0$, é:

- a) $x(t) = c e^{at} \operatorname{sen}(bt)$, $y(t) = c e^{at} \cos(bt)$.
- b) $x(t) = c e^{at} \cos(bt)$, $y(t) = c e^{at} \operatorname{sen}(-bt)$.
- c) $x(t) = c e^{at} \operatorname{sen}(bt)$, $y(t) = c e^{at} \operatorname{sen}(bt)$.
- d) $x(t) = c e^{at} \cos(bt)$, $y(t) = c e^{at} \operatorname{sen}(bt)$.
- e) $x(t) = c e^{bt} \cos(at)$, $y(t) = c e^{bt} \operatorname{sen}(at)$.

t1Q11: Seja $A \in M_3(\mathbb{R})$ uma matriz com autovalores 1 e $1 \pm 2i$ e auto-espacos $V(1) = [(1, 0, 0)]$, $V(1 + 2i) = [(0, 1, -1)]$. Então a solução do sistema de equações diferenciais $X'(t) = AX(t)$ é $(C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R})$:

- a) $e^t (C_1, C_2 \cos(2t) + C_3 \sin(2t), -C_2 \sin(2t) - C_3 \cos(2t))$
- b) $e^t (C_1, C_2 \cos(2t) + C_3 \sin(2t), C_2 \cos(2t) - C_3 \sin(2t))$
- c) $e^t (C_1, C_2 \cos(2t) + C_3 \sin(2t), -C_2 \cos(2t) + C_3 \sin(2t))$
- d) $e^t (C_1, C_2 \cos(2t) + C_3 \sin(2t), -C_2 \cos(2t) - C_3 \sin(2t))$
- e) $e^t (C_1, C_2 \cos(2t) + C_3 \cos(2t), -C_2 \sin(2t) - C_3 \sin(2t))$

t1Q12: Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & m & 0 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ com $m, n \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta.

- a) A é diagonalizável se e somente se $n = 0$ e $m \neq 0$.
- b) A é diagonalizável se e somente se $n = 0$.
- c) A é diagonalizável se e somente se $m = 0$.
- d) A é diagonalizável se e somente se $n \neq 0$.
- e) A é diagonalizável se e somente se $m \neq 0$.

t1**Q13:** Sejam $a, b, c \in \mathbb{C}$. Se $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & i & 1 \\ 1 & 1 & i \end{bmatrix}$ é uma matriz tal que

$$M^{-1} \begin{bmatrix} 3i & -1 & -i \\ -1+i & i & 1-i \\ 0 & -1 & 2i \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

então podemos afirmar que:

- a) $a = i, b = 2i, c = 3i$
- b) $a = 2i, b = i, c = 3i$
- c) $a = 3i, b = i, c = 2i$
- d) $a = i, b = 3i, c = 2i$
- e) $a = 2i, b = 3i, c = i$

t1**Q14:** Consideremos a cônica cuja equação (em relação a um sistema ortogonal de coordenadas) é

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0.$$

Podemos afirmar que esta cônica é:

- a) uma parábola com equação reduzida $u = v^2$.
- b) uma parábola com equação reduzida $u = 2v^2$.
- c) um par de retas paralelas com equações $v = 2$ e $v = -2$.
- d) um par de retas concorrentes com equações $v = u$ e $v = -u$.
- e) uma parábola com equação reduzida $2u = v^2$.

t1**Q15:** Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear dada por

$$T(x, y, z) = \begin{bmatrix} x + y & x - z \\ y + z & x + y + z \end{bmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta.

- a) T é um isomorfismo.
- b) T é injetora e sobrejetora.
- c) T é injetora mas não é sobrejetora.
- d) T é sobrejetora mas não é injetora.
- e) T não é injetora e T não é sobrejetora.

t1**Q16:** Assinale a alternativa correta.

- a) Toda matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é diagonalizável.
- b) O polinômio característico de $A \in M_n(C)$ tem grau $2n$.
- c) Se $a + bi$ é autovalor de $A \in M_n(C)$ então $a - bi$ é autovalor de A .
- d) Toda matriz $A \in M_n(C)$ é diagonalizável.
- e) Se $u + i v$ ($u, v \in \mathbb{R}^n$) é autovetor de $A \in M_n(\mathbb{R})$, então $u - i v$ também é autovetor de A .

t1Q17: Consideremos o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno

$$\left\langle \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \right\rangle = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}.$$

Seja $S = \left[\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right]$. Se $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ é a matriz de S mais

próxima de $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, então podemos afirmar que:

- a) $a + b + c + d = -2$.
- b) $a + b + c + d = 1$.
- c) $a + b + c + d = -1$.
- d) $a + b + c + d = 0$.
- e) $a + b + c + d = 2$.

t1Q18: Consideremos a quádrlica cuja equação (em relação a um sistema ortogonal de coordenadas) é $-2xz + z = 0$. Sabendo que

a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ tem autovalores 0, 1, -1 e auto-espacos

$$V(0) = [(0, 1, 0)], \quad V(1) = [(1, 0, 1)], \quad V(-1) = [(1, 0, -1)],$$

podemos afirmar que esta quádrlica é:

- a) um par de planos com equações $v - t = 0$ e $v + t = 0$.
- b) uma quádrlica com equação reduzida $v^2 - t^2 = 1$.
- c) o ponto $(0, 1, -1)$.
- d) um par de planos com equações $v - t + \frac{1}{4} = 0$ e $v - t - \frac{1}{4} = 0$.
- e) uma quádrlica com equação reduzida $v^2 - t^2 - \frac{1}{4} = 0$.

t1Q19: Seja V um espaço vetorial sobre \mathbb{R} de dimensão n .

Assinale a alternativa **falsa**.

- a) Se $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ é uma base de V então todo subconjunto de B é linearmente independente.
- b) Se $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ é um subconjunto linearmente independente de V então B é uma base de V .
- c) Toda base de V tem n elementos.
- d) Se $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ é um subconjunto gerador de V então B é uma base de V .
- e) Se $B = \{v_1, \dots, v_m\}$ é um subconjunto gerador de V então $m \leq n$.

t1Q20: A solução geral do sistema

$$X' = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

é $(C_1, C_2 \in \mathbb{R})$:

- a) $(C_1 e^{-t} + 1, -C_1 e^{-t} + C_2 e^t - 2)$
- b) $(C_1 e^{-t} - 1, C_1 e^{-t} + C_2 e^t + 2)$
- c) $(C_1 e^{-t} - 1, -C_1 e^{-t} + C_2 e^t + 2)$
- d) $(C_1 e^t + 1, -C_1 e^{-t} + C_2 e^t - 2)$
- e) $(C_1 e^{-t} + 1, C_1 e^{-t} + C_2 e^t - 2)$