

**Q1.** Seja  $ABCD$  um tetraedro regular de aresta unitária. Se

$$\alpha = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA},$$

então:

- (a)  $-1 \leq \alpha < -\frac{1}{2}$ ;
- (b)  $1 \leq \alpha$ ;
- (c)  $0 \leq \alpha < 1$ ;
- (d)  $\alpha < -1$ ;
- (e)  $-\frac{1}{2} \leq \alpha < 0$ .

**Q2.** Sejam  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ . Se  $\|\vec{v}\| = 2$ ,  $\|\vec{w}\| = 3$  e a medida do ângulo entre os vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  é igual a  $\frac{2\pi}{3}$ , então  $\|3\vec{v} - 2\vec{w}\|^2$  é igual a:

- (a) 108;
- (b) 66;
- (c) nenhuma das outras alternativas é correta;
- (d) 6;
- (e) 36.

**Q3.** Sejam  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x - y + z = 2b, \\ x + ay - z = c, \\ -x + y + az = 1, \end{cases}$$

nas incógnitas reais  $x, y$  e  $z$ . Assinale a alternativa correta:

- (a) o sistema possui uma única solução se, e somente se,  $a = -1$  e  $b = -\frac{1}{2}$ ;
- (b) o sistema possui infinitas soluções se, e somente se,  $a = -1$  e  $b = -\frac{1}{2}$ ;
- (c) o sistema possui uma única solução se, e somente se,  $a = -1$  e  $b \neq -\frac{1}{2}$ ;
- (d) o sistema não possui solução se, e somente se,  $a \neq -1$  e  $b = -\frac{1}{2}$ ;
- (e) o sistema não possui solução se, e somente se,  $a \neq -1$  e  $c = 2$ .

**Q4.** Considere as seguintes afirmações:

- (I)  $\|\vec{v} + \vec{w}\|^2 + \|\vec{v} - \vec{w}\|^2 = 2(\|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2)$ , para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ ;
- (II) para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ , vale que  $\|\vec{v} + \vec{w}\| = \|\vec{v}\| + \|\vec{w}\|$  se, e somente se,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  são linearmente dependentes;
- (III) para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ , vale que  $|\vec{v} \cdot \vec{w}| = \|\vec{v}\|\|\vec{w}\|$  se, e somente se,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  são linearmente dependentes.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (II) é verdadeira;
- (b) todas as afirmações são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (d) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

**Q5.** Considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

A soma dos elementos da matriz  $A^{-1}$  é igual a:

- (a)  $-2$ ;
- (b)  $0$ ;
- (c)  $-1$ ;
- (d)  $-3$ ;
- (e)  $3$ .

**Q6.** A igualdade abaixo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**não** é válida. Qual coluna da matriz do lado direito da igualdade deve ser alterada para que a igualdade se torne válida?

- (a) a terceira;
- (b) a primeira;
- (c) a quarta;
- (d) a segunda;
- (e) a quinta.

**Q7.** Sejam  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$  tais que  $\|\vec{v}\| = 3$ ,  $\|\vec{w}\| = 1$  e tais que a medida do ângulo entre  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  seja igual a  $\frac{\pi}{6}$ . Se  $\theta$  denota a medida do ângulo entre  $\vec{v} + \vec{w}$  e  $\vec{v} - \vec{w}$ , então  $\cos \theta$  é igual a:

- (a)  $\frac{8}{\sqrt{76}}$ ;
- (b)  $\frac{8}{\sqrt{73}}$ ;
- (c)  $\frac{10}{3\sqrt{7}}$ ;
- (d)  $\frac{10}{\sqrt{73}}$ ;
- (e)  $\frac{8}{3\sqrt{7}}$ .

**Q8.** Seja  $\mathcal{B}$  uma base de  $V^3$  e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, -1, 0)_{\mathcal{B}}, \quad \vec{w} = (0, 2, -1)_{\mathcal{B}}.$$

Assinale a alternativa contendo um vetor que é combinação linear de  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ :

- (a)  $(5, 9, -14)_{\mathcal{B}}$ ;
- (b)  $(4, 2, -3)_{\mathcal{B}}$ ;
- (c)  $(-2, 0, 4)_{\mathcal{B}}$ ;
- (d)  $(1, 2, -3)_{\mathcal{B}}$ ;
- (e)  $(0, 10, 5)_{\mathcal{B}}$ .

**Q9.** Considere um triângulo  $ABC$  e seja  $X$  o ponto do segmento  $AB$  tal que:

$$\|\overrightarrow{AX}\| = 2\|\overrightarrow{XB}\|.$$

Denote por  $Y$  o ponto médio do segmento  $CX$ . Se  $a, b \in \mathbb{R}$  são tais que:

$$\overrightarrow{AY} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC},$$

então  $a + b$  é igual a:

- (a)  $-\frac{5}{6}$ ;
- (b)  $\frac{7}{6}$ ;
- (c)  $-\frac{1}{6}$ ;
- (d)  $\frac{5}{6}$ ;
- (e)  $\frac{1}{6}$ .

**Q10.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ , vale que  $\vec{v} + \vec{w}$  é ortogonal a  $\vec{v} - \vec{w}$  se, e somente se,  $\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\|$ ;
- (II) para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ , vale que  $\|\vec{v} + \vec{w}\| = \|\vec{v} - \vec{w}\|$  se, e somente se,  $\vec{v}$  é ortogonal a  $\vec{w}$ ;
- (III) para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$  tais que  $\|\vec{v}\| = 2$  e  $\|\vec{w}\| = 3$ , vale que  $\|\vec{v} - \vec{w}\| = \sqrt{13}$  se, e somente se,  $\vec{v}$  é paralelo a  $\vec{w}$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (b) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (c) todas as afirmações são verdadeiras;
- (d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

**Q11.** Sejam  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $\mathcal{E}$  uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere os vetores  $\vec{z} = (1, 0, 1)_{\mathcal{E}}$ ,  $\vec{v} = (-2, 1, 0)_{\mathcal{E}}$ ,  $\vec{w} = (0, -1, 1)_{\mathcal{E}}$  e  $\vec{x} = (a, b, c)_{\mathcal{E}}$ . Se  $\|\vec{x}\| = 3$ ,  $\vec{x}$  é ortogonal a  $\vec{z}$  e  $\{\vec{v}, \vec{w}, \vec{x}\}$  é linearmente dependente, então  $|a + b + c|$  é igual a:

- (a) 7;
- (b) 5;
- (c) 2;
- (d) 1;
- (e) 3.

**Q12.** Seja  $\mathcal{B}$  uma base ortonormal de  $V^3$  e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, -2, 3)_{\mathcal{B}}, \quad \vec{w} = (3, 1, -2)_{\mathcal{B}}.$$

Sejam  $\vec{x}, \vec{y} \in V^3$  tais que  $\vec{w} = \vec{x} + \vec{y}$ ,  $\vec{x}$  é paralelo a  $\vec{v}$  e  $\vec{y}$  é ortogonal a  $\vec{v}$ . Se  $\vec{y} = (a, b, c)_{\mathcal{B}}$ , então  $a + b + c$  é igual a:

- (a) 2;
- (b)  $\frac{19}{7}$ ;
- (c) -2;
- (d)  $\frac{15}{7}$ ;
- (e)  $\frac{5}{7}$ .

**Q13.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer vetores  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \in V^3$  distintos, vale que o conjunto  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  é linearmente dependente se, e somente se, todo elemento desse conjunto é combinação linear dos outros dois elementos;
- (II) para quaisquer pontos  $A, B, C, D \in E^3$  com  $A \neq B$  e  $C \neq D$ , vale que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  se, e somente se, os segmentos orientados  $AB$  e  $CD$  possuem o mesmo comprimento, a mesma direção e o mesmo sentido;
- (III) para quaisquer vetores  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \in V^3$  distintos, vale que o conjunto  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  é linearmente independente se, e somente se, os conjuntos  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ ,  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_3\}$  e  $\{\vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  são todos linearmente independentes.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (b) todas as afirmações são verdadeiras;
- (c) apenas a afirmação (II) é verdadeira;
- (d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

**Q14.** Seja  $A$  uma matriz real  $3 \times 3$  tal que  $\det(A) = 7$ . Temos que:

$$(\det(A^3) + \det(3A)) \det(A^{-1})$$

é igual a:

- (a) 52;
- (b) 3724;
- (c)  $\frac{534}{7}$ ;
- (d) nenhuma das outras alternativas é correta;
- (e) 76.

**Q15.** Temos três ligas metálicas: a primeira liga contém 50% de ouro, 30% de prata e 20% de platina. A segunda liga contém 30% de ouro e 70% de prata. A terceira liga contém 40% de ouro, 50% de prata e 10% de platina. Combinando essas três ligas, criamos uma nova liga que contém 45% de ouro. Que proporção de prata contém a nova liga?

- (a) 55%;
- (b) 45%;
- (c) 50%;
- (d) 35%;
- (e) 40%.

**Q16.** Considere as seguintes afirmações:

- (I)  $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \text{proj}_{\alpha \vec{v}} \vec{w}$ , para quaisquer  $\alpha \in \mathbb{R}$  e quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$  com  $\alpha \neq 0$  e  $\vec{v} \neq \vec{0}$ ;
- (II)  $\text{proj}_{\vec{v}}(\vec{w}_1 + \vec{w}_2) = \text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}_1 + \text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}_2$ , para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w}_1, \vec{w}_2 \in V^3$  com  $\vec{v} \neq \vec{0}$ ;
- (III)  $\text{proj}_{\vec{v}}(\alpha \vec{w}) = \alpha \text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}$ , para quaisquer  $\alpha \in \mathbb{R}$  e quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$  com  $\vec{v} \neq \vec{0}$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (b) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (d) todas as afirmações são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.