

Q1. Seja fixada uma orientação de V^3 e seja $\mathcal{E}$ uma base ortonormal positiva de V^3 . Considere os vetores

$$\vec{a} = (1, 2, 1)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{b} = (1, 1, 0)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{c} = (0, 1, 0)_{\mathcal{E}} \quad \text{e} \quad \vec{d} = (1, 0, 1)_{\mathcal{E}}.$$

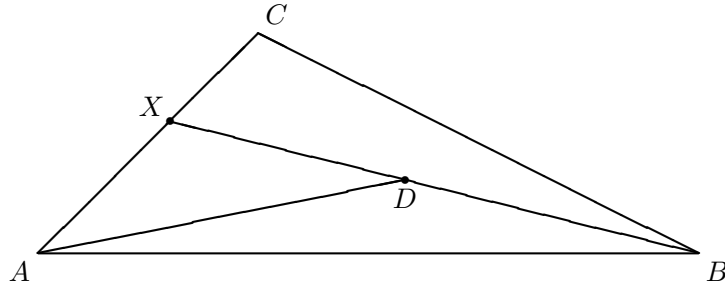
Seja $\vec{w} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$, com $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Se $\text{proj}_{\vec{d}}\vec{w} = -\vec{d}$ e $\vec{w} \wedge (\vec{c} + \vec{d}) = (0, 2, -2)_{\mathcal{E}}$, então pode-se afirmar que $\alpha + \beta - \gamma$ é igual a

- (a) 0.
- (b) -4.
- (c) -2.
- (d) 2.
- (e) 4.

Q2. Sejam os vetores unitários $\vec{u}, \vec{v} \in V^3$ tais que a medida do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\pi/3$. Se $\lambda \in \mathbb{R}$, podemos afirmar que $\|\lambda\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{3}$ se, e somente se,

- (a) $\lambda = 2$ ou $\lambda = -2$.
- (b) $\lambda = 1$ ou $\lambda = -1$.
- (c) $\lambda = 1$ ou $\lambda = -2$.
- (d) $\lambda = 2$ ou $\lambda = -1$.
- (e) $\lambda = 3$ ou $\lambda = -3$.

Q3. Considere o triângulo ABC ilustrado na figura abaixo:



O ponto X está sobre o segmento AC e o ponto D está sobre o segmento BX . Se X é o ponto médio do segmento AC , $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BX}$ e $3\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{BC}$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, pode-se afirmar que $\alpha + \beta$ é igual a

- (a) 4.
- (b) 3.
- (c) 5.
- (d) 2.
- (e) 1.

Q4. Seja fixada uma orientação em V^3 . Seja $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ um subconjunto linearmente independente de V^3 formado por vetores unitários. Considere as seguintes afirmações:

- (I) $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 + \|\vec{u} \wedge \vec{v}\|^2 = 1$.
- (II) A área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é $\sqrt{1 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2}$.
- (III) $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

Pode-se afirmar que

- (a) apenas as afirmações (I) e (II) são sempre verdadeiras.
- (b) apenas as afirmações (I) e (III) são sempre verdadeiras.
- (c) apenas a afirmação (I) é sempre verdadeira.
- (d) apenas as afirmações (II) e (III) são sempre verdadeiras.
- (e) apenas a afirmação (II) é sempre verdadeira.

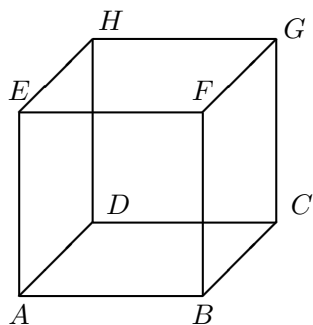
Q5. Seja $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ uma base de V^3 . Seja $\vec{v}_4 \in V^3$ tal que $\vec{v}_2 = 3\vec{v}_1 + 3\vec{v}_3 - \vec{v}_4$. Se $\lambda \in \mathbb{R}$, então $\{\lambda\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}_3, \vec{v}_3 + \vec{v}_4, \vec{v}_3 - \vec{v}_4\}$ é uma base de V^3 se, e somente se,

- (a) $\lambda = -3$.
- (b) $\lambda \neq 3$.
- (c) $\lambda \neq -3$.
- (d) $\lambda \neq 0$.
- (e) $\lambda = 3$.

Q6. Seja $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3 . Considere um triângulo ABC tal que $\overrightarrow{AB} = (1, -1, 1)_{\mathcal{E}}$ e $\overrightarrow{AC} = (\alpha, \alpha, \alpha)_{\mathcal{E}}$, com $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$. Pode-se afirmar que a medida da altura desse triângulo relativa à base AB é igual a $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ se, e somente se,

- (a) $\alpha = \sqrt{2}$ ou $\alpha = -\sqrt{2}$.
- (b) $\alpha = \sqrt{3}$ ou $\alpha = -\sqrt{3}$.
- (c) $\alpha = 1$ ou $\alpha = -1$.
- (d) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ou $\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (e) $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Q7. Considere o cubo $ABCDEFGH$ ilustrado na figura abaixo:



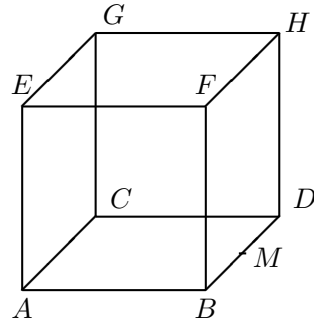
Sejam $\mathcal{E}$ e $\mathcal{F}$ as bases de V^3 dadas por

$$\mathcal{E} = \{2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BH}, -\overrightarrow{AC}\}, \quad \mathcal{F} = \{\overrightarrow{AC}, 2\overrightarrow{AG}, -2\overrightarrow{AH}\}.$$

Se $\vec{v} \in V^3$ e $\vec{v} = (1, 2, 3)_{\mathcal{F}}$, então a soma das coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{E}$ é igual a

- (a) -1 .
- (b) 2 .
- (c) -2 .
- (d) 1 .
- (e) 6 .

Q8. Considere o cubo $ABCDEFGH$ de aresta unitária ilustrado na figura abaixo:



Seja M o ponto médio do segmento BD e considere o espaço V^3 orientado de modo que a base $\{\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AM}\}$ seja positiva. Seja $\vec{w} = 3\vec{AB} + 5\vec{AE} + \vec{AM}$. Assinale a alternativa que contém o valor do produto escalar $(\vec{AF} \wedge \vec{AH}) \cdot \vec{w}$. (*Sugestão:* Faça cálculos em termos de coordenadas na base $\{\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AC}\}$.)

- (a) -1 .
- (b) 0 .
- (c) 2 .
- (d) -2 .
- (e) 1 .

Q9. Seja fixada uma orientação de V^3 e seja $\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ uma base ortonormal positiva de V^3 . Considere os vetores

$$\vec{u} = (1, 1, -1)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{v} = (1, 0, 1)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{w} = (1, 6, 1)_{\mathcal{E}}.$$

Então, a soma das coordenadas de $\vec{w}$ na base $\mathcal{F} = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}\}$ é igual a

- (a) -5 .
- (b) 5 .
- (c) 3 .
- (d) 1 .
- (e) -1 .

Q10. Seja $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3 e considere os vetores

$$\vec{u} = (1, -1, 1)_{\mathcal{E}} \quad \text{e} \quad \vec{v} = (1, 0, 1)_{\mathcal{E}}.$$

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$. Se o vetor $\vec{w} = (a, b, c)_{\mathcal{E}}$ é tal que $\|\vec{w}\| = 3$, $\vec{w}$ é ortogonal a $\vec{v}$ e o cosseno da medida do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{w}$ é $1/3$, então pode afirmar que

- (a) $a = \sqrt{3}$ ou $a = -\sqrt{3}$.
- (b) $a = 3$ ou $a = -3$.
- (c) $a = 3\sqrt{3}$ ou $a = -3\sqrt{3}$.
- (d) $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ou $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- (e) $a = 1/3$ ou $a = -1/3$.

Q11. Seja fixada uma orientação em V^3 . Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V^3$ vetores não-nulos, dois a dois distintos entre si. Pode-se afirmar que

- (a) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é linearmente independente se, e somente se, quaisquer dois vetores de $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ são ortogonais entre si.
- (b) $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ são ortogonais se, e somente se, $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.
- (c) $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ são paralelos se, e somente se, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais.
- (d) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é linearmente independente se, e somente se, $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$.
- (e) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é linearmente dependente se, e somente se, $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é linearmente dependente.

Q12. Seja $\mathcal{E}$ uma base ortonormal de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{a} = (1, 1, 1)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{b} = (1, 2, 0)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{c} = (4, 1, -1)_{\mathcal{E}}, \quad \vec{v} = (x, y, z)_{\mathcal{E}},$$

com $x, y, z \in \mathbb{R}$. Se $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{11}$, $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{c}$ e $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}\}$ é linearmente dependente, pode-se afirmar que $|x + y + z|$ é igual a

- (a) 6.
- (b) 2.
- (c) 3.
- (d) 4.
- (e) 5.

Q13. Seja fixada uma orientação em V^3 . Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V^3$ vetores não-nulos. Considere as seguintes afirmações:

- (I) $\text{proj}_{\vec{w}} \vec{u} = \text{proj}_{\vec{w}} \vec{v}$ se, e somente se, $\vec{u} = \vec{v}$.
- (II) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{v})\}$ é linearmente dependente.
- (III) $\{\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}\}$ é uma base de V^3 se, e somente se, $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é linearmente independente.

Pode-se afirmar que

- (a) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (b) apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- (c) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (e) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Q14. Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in V^3$ vetores não-nulos. Assinale a alternativa **FALSA**.

- (a) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ se, e somente se, $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é linearmente dependente.
- (b) $|\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|| \leq \|\vec{u} - \vec{v}\|$.
- (c) $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$.
- (d) $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$ se, e somente se, $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é linearmente dependente.
- (e) $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

Q15. Seja fixada uma orientação de V^3 . Seja $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ um conjunto linearmente independente em V^3 . Seja $\vec{w} = (\vec{u} + 2\vec{v}) \wedge (2\vec{u} + t^2\vec{v})$, com $t \in \mathbb{R}$. Considere as seguintes afirmações:

- (I) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}\}$ é uma base positiva de V^3 .
- (II) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base de V^3 se, e somente se, $t \neq 2$ e $t \neq -2$.
- (III) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base negativa de V^3 se, e somente se, $|t| > 2$.

Pode-se afirmar que

- (a) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (b) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (d) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (e) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Q16. Seja fixada uma orientação de V^3 e seja $\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ uma base ortonormal positiva de V^3 . Seja $\mathcal{F} = \{\alpha\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_1 + \alpha\vec{e}_2, \beta\vec{e}_2 + \gamma\vec{e}_3\}$ com $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Se $\text{proj}_{\vec{e}_1 - \vec{e}_3}(\beta\vec{e}_2 + \gamma\vec{e}_3) = -\vec{e}_1 + \vec{e}_3$, então pode-se afirmar que $\mathcal{F}$ é uma base negativa de V^3 se, e somente se,

- (a) $-1 < \alpha < 1$.
- (b) $\alpha < -1$ ou $\alpha > 1$.
- (c) $\alpha \leq -1$ ou $\alpha \geq 1$.
- (d) $-1 \leq \alpha \leq 1$.
- (e) $\alpha = -1$ ou $\alpha = 1$.