



MAT-2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP-USP

Terceira Prova — 27/11/2018

IDENTIFICAÇÃO

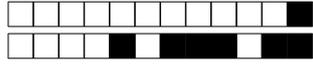
Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, deixe a primeira coluna em branco no campo apropriado da folha óptica de respostas.**
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: _____



+1/2/59+



Teste 1 Considere a equação

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}.$$

Se $y(x)$ é a solução desta equação tal que $y(0) = y'(0) = 0$, então o valor de $y(1)$ é:

- A $\frac{e\pi}{4}$
 B $\frac{-e \ln(2)}{2}$
 C $\frac{e \ln(2)}{2} - \frac{e\pi}{4}$
 D 0
 E $\frac{-e \ln(2)}{2} + \frac{e\pi}{4}$

Teste 2 Analise as seguintes afirmações:

- I) Se duas funções deriváveis são linearmente dependentes, as suas derivadas também são.
II) O determinante Wronskiano de duas funções quaisquer f, g é nulo em um ponto se, e somente se, as funções são linearmente dependentes.
III) Se uma equação diferencial de 1^a ordem possui o fator integrante $\mu = \mu(x, y)$, então a equação $\mu(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$, define todas as soluções da equação.
IV) Existe uma equação do tipo $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ com p, q funções contínuas em \mathbb{R} , tendo como soluções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = x$.

São verdadeiras:

- A Apenas I e IV.
 B Apenas I.
 C Apenas IV.
 D Apenas II.
 E Apenas III.

Teste 3 Considere a EDO

$$y' = \sqrt{x} + x^3 y^2,$$

com $x \geq 0$, e sobre ela considere as afirmações:

- (I) A função constante e igual a 0 em $x \geq 0$ é uma solução não crescente para a EDO.
(II) A EDO certamente possui alguma solução que é estritamente crescente em todo seu domínio.
(III) Os gráficos de soluções da EDO não podem se cruzar no ponto $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

São verdadeiras:

- A Apenas III.
 B Apenas II.
 C Todas.
 D Apenas I e III.
 E Apenas II e III.



Teste 4 Considere a equação

$$(y^2 + 1) dx + x(y^3 + 3y) dy = 0,$$

e as afirmações:

(I) A equação é exata.

(II) A equação admite um fator integrante $\mu = \mu(y)$.

(III) A equação possui um fator integrante $\mu = \mu(y)$ e a função $F(x, y) = x(y^2 + 1)e^{\frac{y^2}{2}}$ é um potencial correspondente.

São verdadeiras:

- A) Apenas I.
- B) Apenas II e III.
- C) Todas.
- D) Nenhuma.
- E) Apenas II.

Teste 5 Considere a equação

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

onde M, N são funções $C^1(\mathbb{R}^2)$. Seja $\mu = \mu(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$ um fator integrante da equação e $f = f(x, y)$ um potencial correspondente, ou seja: f é derivável e $\nabla f = (\mu M, \mu N)$.

Qual das funções abaixo é outro fator integrante para a equação diferencial?

- A) $e^{\mu+f}$
- B) e^f
- C) $f e^\mu$
- D) $e^{\mu f}$
- E) μe^f

Teste 6 Seja $y(x)$ uma solução de

$$y'' + y = \cos(x) + 8x^2,$$

satisfazendo $y(0) = 0$. Então, o valor de $y(\pi)$ é:

- A) $8\pi^2 - 16$
- B) -16
- C) $8\pi^2 - 32$
- D) $\frac{\pi}{2} + 8\pi^2 - 16$
- E) 0



Teste 7 Considere os problemas

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x$$

e

$$y' = x^2 y^2, \quad y(0) = 1.$$

Analise as seguintes afirmações:

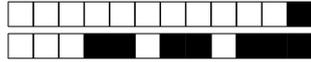
- I) A solução do segundo problema possui um ponto de inflexão na origem.
- II) A equação linear possui pelo menos uma solução par.
- III) Todas as soluções da equação linear são ímpares.

São verdadeiras:

- A) Apenas II.
- B) Apenas II e III.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas I e II.
- E) Apenas I.

Teste 8 Um menino utiliza um estilingue para disparar verticalmente para cima uma pedra de massa $m > 0$ a uma velocidade inicial $v_0 > 0$. A resistência do ar exerce um amortecimento do movimento proporcional à velocidade do corpo, exercendo uma força de intensidade kv quando a velocidade é da pedra é v , sendo $k > 0$ constante. Considerando que a aceleração da gravidade é constante e igual a g , então a altura máxima atingida pela pedra é:

- A) $\frac{mv_0}{k} + \frac{2gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- B) $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- C) $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- D) $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$
- E) $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$



Teste 9 Seja a equação

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

Sabendo que $y_1(x) = x$ é uma solução da equação, seja $y(x)$ a solução da equação que satisfaz as condições iniciais $y(1) = 3$ e $y'(1) = 1$. Assinale a alternativa que tem o valor de $y(2)$.

A $\frac{27}{6}$

B $\frac{25}{4}$

C $\frac{29}{6}$

D $\frac{15}{3}$

E $\frac{23}{9}$

Teste 10 Seja a equação

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$$

e sejam y_1, y_2 e y_3 soluções linearmente independentes da mesma. Analise as seguintes afirmações sobre o produto $y_1 y_2 y_3$.

O referido produto é da forma:

I) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 6.

II) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 3.

III) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 1.

IV) Ae^{3x} , com A constante real.

São verdadeiras:

A Apenas I.

B Todas.

C Apenas I, II e III.

D Nenhuma.

E Apenas I e II.



Teste 11 Considere a EDO

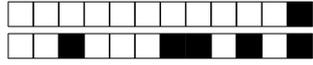
$$y' + (t^2 + 2t)y = 3t^2 + 6t.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A função $y(t) = 3 + 3 \cdot e^{-(t^3/3+t^2-18)}$ é uma possível solução da EDO tal que $y(3) = 6$.
- II) Se $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é solução da EDO tal que $y(0) > 3$, então $y(t) > 3$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
- III) Sua solução geral é $y(t) = -3 + Ct^2e^{t^3/3+t^2}$.

São verdadeiras:

- A) Apenas II.
- B) Apenas I.
- C) Todas.
- D) Apenas I e II.
- E) Apenas III.

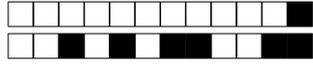


+1/8/53+



GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



+1/10/51+



Folha de Respostas

Identificação:

Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B C D

Teste 07: A B C D

Teste 02: A B C D E

Teste 08: A B C D E

Teste 03: A B C D

Teste 09: A B C D E

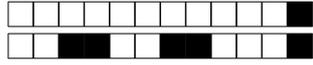
Teste 04: A B C D E

Teste 10: A B C D E

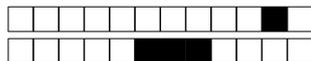
Teste 05: A B C D

Teste 11: A B C D E

Teste 06: A B C D E



+1/12/49+



MAT-2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP-USP

Terceira Prova — 27/11/2018

IDENTIFICAÇÃO

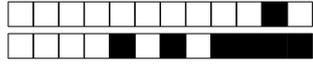
Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, deixe a primeira coluna em branco no campo apropriado da folha óptica de respostas.**
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: _____



+2/2/47+



Teste 1 Seja a equação

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

Sabendo que $y_1(x) = x$ é uma solução da equação, seja $y(x)$ a solução da equação que satisfaz as condições iniciais $y(1) = 3$ e $y'(1) = 1$. Assinale a alternativa que tem o valor de $y(2)$.

- A $\frac{25}{4}$
- B $\frac{23}{9}$
- C $\frac{15}{3}$
- D $\frac{29}{6}$
- E $\frac{27}{6}$

Teste 2 Seja a equação

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$$

e sejam y_1, y_2 e y_3 soluções linearmente independentes da mesma. Analise as seguintes afirmações sobre o produto $y_1 y_2 y_3$.

O referido produto é da forma:

- I) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 6.
- II) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 3.
- III) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 1.
- IV) Ae^{3x} , com A constante real.

São verdadeiras:

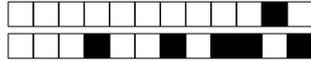
- A Nenhuma.
- B Todas.
- C Apenas I.
- D Apenas I, II e III.
- E Apenas I e II.

Teste 3 Seja $y(x)$ uma solução de

$$y'' + y = \cos(x) + 8x^2,$$

satisfazendo $y(0) = 0$. Então, o valor de $y(\pi)$ é:

- A -16
- B 0
- C $8\pi^2 - 32$
- D $8\pi^2 - 16$
- E $\frac{\pi}{2} + 8\pi^2 - 16$



Teste 4 Considere a EDO

$$y' = \sqrt{x} + x^3 y^2,$$

com $x \geq 0$, e sobre ela considere as afirmações:

- (I) A função constante e igual a 0 em $x \geq 0$ é uma solução não crescente para a EDO.
(II) A EDO certamente possui alguma solução que é estritamente crescente em todo seu domínio.
(III) Os gráficos de soluções da EDO não podem se cruzar no ponto $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
São verdadeiras:

- A) Apenas I e III.
 B) Todas.
 C) Apenas II e III.
 D) Apenas III.
 E) Apenas II.

Teste 5 Considere a equação

$$(y^2 + 1) dx + x(y^3 + 3y) dy = 0,$$

e as afirmações:

- (I) A equação é exata.
(II) A equação admite um fator integrante $\mu = \mu(y)$.
(III) A equação possui um fator integrante $\mu = \mu(y)$ e a função $F(x, y) = x(y^2 + 1)e^{\frac{y^2}{2}}$ é um potencial correspondente.
São verdadeiras:

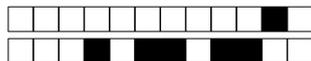
- A) Todas.
 B) Nenhuma.
 C) Apenas II.
 D) Apenas I.
 E) Apenas II e III.

Teste 6 Analise as seguintes afirmações:

- I) Se duas funções deriváveis são linearmente dependentes, as suas derivadas também são.
II) O determinante Wronskiano de duas funções quaisquer f, g é nulo em um ponto se, e somente se, as funções são linearmente dependentes.
III) Se uma equação diferencial de 1^a ordem possui o fator integrante $\mu = \mu(x, y)$, então a equação $\mu(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$, define todas as soluções da equação.
IV) Existe uma equação do tipo $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ com p, q funções contínuas em \mathbb{R} , tendo como soluções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = x$.

São verdadeiras:

- A) Apenas IV.
 B) Apenas II.
 C) Apenas I.
 D) Apenas III.
 E) Apenas I e IV.



Teste 7 Um menino utiliza um estilingue para disparar verticalmente para cima uma pedra de massa $m > 0$ a uma velocidade inicial $v_0 > 0$. A resistência do ar exerce um amortecimento do movimento proporcional à velocidade do corpo, exercendo uma força de intensidade kv quando a velocidade da pedra é v , sendo $k > 0$ constante. Considerando que a aceleração da gravidade é constante e igual a g , então a altura máxima atingida pela pedra é:

A $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$

B $\frac{mv_0}{k} + \frac{2gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$

C $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$

D $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$

E $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$

Teste 8 Considere os problemas

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x$$

e

$$y' = x^2 y^2, \quad y(0) = 1.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A solução do segundo problema possui um ponto de inflexão na origem.
- II) A equação linear possui pelo menos uma solução par.
- III) Todas as soluções da equação linear são ímpares.

São verdadeiras:

A Apenas II e III.

B Apenas I.

C Apenas I e III.

D Apenas I e II.

E Apenas II.

Teste 9 Considere a equação

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

onde M, N são funções $C^1(\mathbb{R}^2)$. Seja $\mu = \mu(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$ um fator integrante da equação e $f = f(x, y)$ um potencial correspondente, ou seja: f é derivável e $\nabla f = (\mu M, \mu N)$. Qual das funções abaixo é outro fator integrante para a equação diferencial?

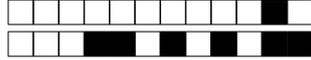
A $e^{\mu+f}$

B e^f

C μe^f

D $e^{\mu f}$

E $f e^{\mu}$



Teste 10 Considere a EDO

$$y' + (t^2 + 2t)y = 3t^2 + 6t.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A função $y(t) = 3 + 3 \cdot e^{-(t^3/3+t^2-18)}$ é uma possível solução da EDO tal que $y(3) = 6$.
- II) Se $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é solução da EDO tal que $y(0) > 3$, então $y(t) > 3$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
- III) Sua solução geral é $y(t) = -3 + Ct^2e^{t^3/3+t^2}$.

São verdadeiras:

- Apenas I e II.
- Apenas III.
- Apenas II.
- Todas.
- Apenas I.

Teste 11 Considere a equação

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}.$$

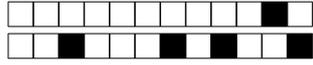
Se $y(x)$ é a solução desta equação tal que $y(0) = y'(0) = 0$, então o valor de $y(1)$ é:

- $\frac{-e \ln(2)}{2} + \frac{e\pi}{4}$
- $\frac{-e \ln(2)}{2}$
- $\frac{e\pi}{4}$
- $\frac{e \ln(2)}{2} - \frac{e\pi}{4}$
- 0



GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



+2/8/41+



Folha de Respostas

Identificação:

Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B C D E

Teste 02: A B C D E

Teste 03: A B C D E

Teste 04: A B C D E

Teste 05: A B C D E

Teste 06: A B C D E

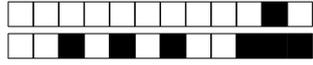
Teste 07: A B C D E

Teste 08: A B C D E

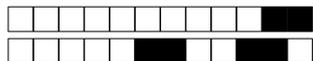
Teste 09: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E



+2/10/39+



MAT-2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP-USP

Terceira Prova — 27/11/2018

IDENTIFICAÇÃO

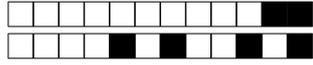
Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, deixe a primeira coluna em branco no campo apropriado da folha óptica de respostas.**
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: _____



+3/2/37+



Teste 1 Seja $y(x)$ uma solução de

$$y'' + y = \cos(x) + 8x^2,$$

satisfazendo $y(0) = 0$. Então, o valor de $y(\pi)$ é:

- A $\frac{\pi}{2} + 8\pi^2 - 16$
- B -16
- C $8\pi^2 - 32$
- D $8\pi^2 - 16$
- E 0

Teste 2 Seja a equação

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$$

e sejam y_1, y_2 e y_3 soluções linearmente independentes da mesma. Analise as seguintes afirmações sobre o produto $y_1 y_2 y_3$.

O referido produto é da forma:

- I) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 6.
- II) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 3.
- III) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 1.
- IV) Ae^{3x} , com A constante real.

São verdadeiras:

- A Todas.
- B Apenas I.
- C Apenas I e II.
- D Apenas I, II e III.
- E Nenhuma.

Teste 3 Considere a equação

$$(y^2 + 1) dx + x(y^3 + 3y) dy = 0,$$

e as afirmações:

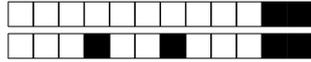
(I) A equação é exata.

(II) A equação admite um fator integrante $\mu = \mu(y)$.

(III) A equação possui um fator integrante $\mu = \mu(y)$ e a função $F(x, y) = x(y^2 + 1)e^{\frac{y^2}{2}}$ é um potencial correspondente.

São verdadeiras:

- A Nenhuma.
- B Todas.
- C Apenas II e III.
- D Apenas I.
- E Apenas II.



Teste 4 Considere a EDO

$$y' = \sqrt{x} + x^3 y^2,$$

com $x \geq 0$, e sobre ela considere as afirmações:

- (I) A função constante e igual a 0 em $x \geq 0$ é uma solução não crescente para a EDO.
(II) A EDO certamente possui alguma solução que é estritamente crescente em todo seu domínio.
(III) Os gráficos de soluções da EDO não podem se cruzar no ponto $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
São verdadeiras:

- Apenas II e III.
 Apenas III.
 Apenas II.
 Todas.
 Apenas I e III.

Teste 5 Considere a EDO

$$y' + (t^2 + 2t)y = 3t^2 + 6t.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A função $y(t) = 3 + 3 \cdot e^{-(t^3/3+t^2-18)}$ é uma possível solução da EDO tal que $y(3) = 6$.
II) Se $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é solução da EDO tal que $y(0) > 3$, então $y(t) > 3$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
III) Sua solução geral é $y(t) = -3 + Ct^2 e^{t^3/3+t^2}$.

São verdadeiras:

- Apenas I.
 Apenas I e II.
 Apenas III.
 Todas.
 Apenas II.

Teste 6 Considere a equação

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}.$$

Se $y(x)$ é a solução desta equação tal que $y(0) = y'(0) = 0$, então o valor de $y(1)$ é:

- $\frac{e\pi}{4}$
 $\frac{e \ln(2)}{2} - \frac{e\pi}{4}$
 $-\frac{e \ln(2)}{2} + \frac{e\pi}{4}$
 0
 $\frac{-e \ln(2)}{2}$



Teste 7 Analise as seguintes afirmações:

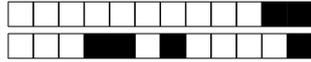
- I) Se duas funções deriváveis são linearmente dependentes, as suas derivadas também são.
- II) O determinante Wronskiano de duas funções quaisquer f, g é nulo em um ponto se, e somente se, as funções são linearmente dependentes.
- III) Se uma equação diferencial de 1^a ordem possui o fator integrante $\mu = \mu(x, y)$, então a equação $\mu(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$, define todas as soluções da equação.
- IV) Existe uma equação do tipo $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ com p, q funções contínuas em \mathbb{R} , tendo como soluções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = x$.

São verdadeiras:

- A) Apenas IV.
- B) Apenas III.
- C) Apenas II.
- D) Apenas I e IV.
- E) Apenas I.

Teste 8 Um menino utiliza um estilingue para disparar verticalmente para cima uma pedra de massa $m > 0$ a uma velocidade inicial $v_0 > 0$. A resistência do ar exerce um amortecimento do movimento proporcional à velocidade do corpo, exercendo uma força de intensidade kv quando a velocidade é da pedra é v , sendo $k > 0$ constante. Considerando que a aceleração da gravidade é constante e igual a g , então a altura máxima atingida pela pedra é:

- A) $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$
- B) $\frac{mv_0}{k} + \frac{2gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- C) $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$
- D) $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- E) $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$



Teste 9 Considere os problemas

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x$$

e

$$y' = x^2 y^2, \quad y(0) = 1.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A solução do segundo problema possui um ponto de inflexão na origem.
- II) A equação linear possui pelo menos uma solução par.
- III) Todas as soluções da equação linear são ímpares.

São verdadeiras:

- Apenas I.
- Apenas I e II.
- Apenas II.
- Apenas I e III.
- Apenas II e III.

Teste 10 Considere a equação

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

onde M, N são funções $C^1(\mathbb{R}^2)$. Seja $\mu = \mu(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$ um fator integrante da equação e $f = f(x, y)$ um potencial correspondente, ou seja: f é derivável e $\nabla f = (\mu M, \mu N)$. Qual das funções abaixo é outro fator integrante para a equação diferencial?

- A) $f e^\mu$
- B) e^f
- C) $e^{\mu+f}$
- D) μe^f
- E) $e^{\mu f}$

Teste 11 Seja a equação

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

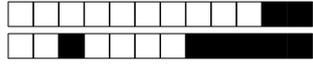
Sabendo que $y_1(x) = x$ é uma solução da equação, seja $y(x)$ a solução da equação que satisfaz as condições iniciais $y(1) = 3$ e $y'(1) = 1$. Assinale a alternativa que tem o valor de $y(2)$.

- A) $\frac{25}{4}$
- B) $\frac{23}{9}$
- C) $\frac{15}{3}$
- D) $\frac{29}{6}$
- E) $\frac{27}{6}$

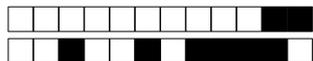


GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



+3/8/31+



Folha de Respostas

Identificação:

Nome: _____

NUSP: _____

Turma: _____

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B C D E

Teste 07: A B C D E

Teste 02: A B C D E

Teste 08: A B C D E

Teste 03: A B C D E

Teste 09: A B C D E

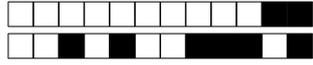
Teste 04: A B C D E

Teste 10: A B C D E

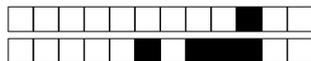
Teste 05: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 06: A B C D E



+3/10/29+



MAT-2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP-USP

Terceira Prova — 27/11/2018

IDENTIFICAÇÃO

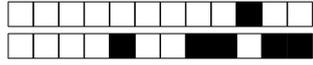
Nome: _____

NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, deixe a primeira coluna em branco no campo apropriado da folha óptica de respostas.**
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: _____



+4/2/27+



Teste 1 Seja a equação

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$$

e sejam y_1, y_2 e y_3 soluções linearmente independentes da mesma. Analise as seguintes afirmações sobre o produto $y_1 y_2 y_3$.

O referido produto é da forma:

- I) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 6.
- II) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 3.
- III) $P(x)e^{3x}$, com $P(x)$ polinômio de grau menor ou igual a 1.
- IV) Ae^{3x} , com A constante real.

São verdadeiras:

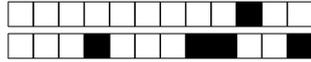
- A) Apenas I, II e III.
- B) Nenhuma.
- C) Apenas I.
- D) Apenas I e II.
- E) Todas.

Teste 2 Seja a equação

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0.$$

Sabendo que $y_1(x) = x$ é uma solução da equação, seja $y(x)$ a solução da equação que satisfaz as condições iniciais $y(1) = 3$ e $y'(1) = 1$. Assinale a alternativa que tem o valor de $y(2)$.

- A) $\frac{27}{6}$
- B) $\frac{29}{6}$
- C) $\frac{23}{9}$
- D) $\frac{15}{3}$
- E) $\frac{25}{4}$



Teste 3 Considere a equação

$$(y^2 + 1) dx + x(y^3 + 3y) dy = 0,$$

e as afirmações:

(I) A equação é exata.

(II) A equação admite um fator integrante $\mu = \mu(y)$.

(III) A equação possui um fator integrante $\mu = \mu(y)$ e a função $F(x, y) = x(y^2 + 1)e^{\frac{y^2}{2}}$ é um potencial correspondente.

São verdadeiras:

Apenas II e III.

Apenas II.

Todas.

Nenhuma.

Apenas I.

Teste 4 Considere a equação

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

onde M, N são funções $C^1(\mathbb{R}^2)$. Seja $\mu = \mu(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$ um fator integrante da equação e $f = f(x, y)$ um potencial correspondente, ou seja: f é derivável e $\nabla f = (\mu M, \mu N)$.

Qual das funções abaixo é outro fator integrante para a equação diferencial?

μe^f

$e^{\mu+f}$

e^f

$f e^\mu$

$e^{\mu f}$

Teste 5 Considere os problemas

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x$$

e

$$y' = x^2 y^2, \quad y(0) = 1.$$

Analise as seguintes afirmações:

I) A solução do segundo problema possui um ponto de inflexão na origem.

II) A equação linear possui pelo menos uma solução par.

III) Todas as soluções da equação linear são ímpares.

São verdadeiras:

Apenas II.

Apenas I e III.

Apenas I.

Apenas II e III.

Apenas I e II.



Teste 6 Seja $y(x)$ uma solução de

$$y'' + y = \cos(x) + 8x^2,$$

satisfazendo $y(0) = 0$. Então, o valor de $y(\pi)$ é:

- $8\pi^2 - 32$
- -16
- $\frac{\pi}{2} + 8\pi^2 - 16$
- $8\pi^2 - 16$
- 0

Teste 7 Analise as seguintes afirmações:

- I) Se duas funções deriváveis são linearmente dependentes, as suas derivadas também são.
- II) O determinante Wronskiano de duas funções quaisquer f, g é nulo em um ponto se, e somente se, as funções são linearmente dependentes.
- III) Se uma equação diferencial de 1^a ordem possui o fator integrante $\mu = \mu(x, y)$, então a equação $\mu(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$, define todas as soluções da equação.
- IV) Existe uma equação do tipo $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ com p, q funções contínuas em \mathbb{R} , tendo como soluções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = x$.

São verdadeiras:

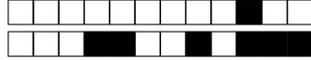
- Apenas I.
- Apenas II.
- Apenas IV.
- Apenas I e IV.
- Apenas III.

Teste 8 Considere a equação

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}.$$

Se $y(x)$ é a solução desta equação tal que $y(0) = y'(0) = 0$, então o valor de $y(1)$ é:

- $\frac{e\pi}{4}$
- $\frac{-e \ln(2)}{2}$
- 0
- $\frac{-e \ln(2)}{2} + \frac{e\pi}{4}$
- $\frac{e \ln(2)}{2} - \frac{e\pi}{4}$



Teste 9 Considere a EDO

$$y' + (t^2 + 2t)y = 3t^2 + 6t.$$

Analise as seguintes afirmações:

- I) A função $y(t) = 3 + 3 \cdot e^{-(t^3/3+t^2-18)}$ é uma possível solução da EDO tal que $y(3) = 6$.
- II) Se $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é solução da EDO tal que $y(0) > 3$, então $y(t) > 3$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
- III) Sua solução geral é $y(t) = -3 + Ct^2e^{t^3/3+t^2}$.

São verdadeiras:

- Apenas I e II.
- Todas.
- Apenas I.
- Apenas II.
- Apenas III.

Teste 10 Considere a EDO

$$y' = \sqrt{x} + x^3y^2,$$

com $x \geq 0$, e sobre ela considere as afirmações:

- (I) A função constante e igual a 0 em $x \geq 0$ é uma solução não crescente para a EDO.
- (II) A EDO certamente possui alguma solução que é estritamente crescente em todo seu domínio.
- (III) Os gráficos de soluções da EDO não podem se cruzar no ponto $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

São verdadeiras:

- Todas.
- Apenas III.
- Apenas II e III.
- Apenas II.
- Apenas I e III.

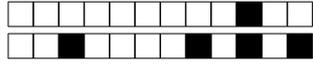
Teste 11 Um menino utiliza um estilingue para disparar verticalmente para cima uma pedra de massa $m > 0$ a uma velocidade inicial $v_0 > 0$. A resistência do ar exerce um amortecimento do movimento proporcional à velocidade do corpo, exercendo uma força de intensidade kv quando a velocidade é da pedra é v , sendo $k > 0$ constante. Considerando que a aceleração da gravidade é constante e igual a g , então a altura máxima atingida pela pedra é:

- $\frac{mv_0}{k} + \frac{2gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$
- $\frac{mv_0}{k} - \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{gm}{gm + kv_0}$
- $\frac{mv_0}{k} + \frac{gm^2}{k^2} \ln \frac{2gm}{gm + kv_0}$



GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	



+4/8/21+



Folha de Respostas

Identificação:

Nome: _____

NUSP: _____

Turma: _____

Por favor, coloque seu *número USP* nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco.**

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua *turma* (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B C D E

Teste 07: A B C D E

Teste 02: A B C D E

Teste 08: A B C D E

Teste 03: A B C D E

Teste 09: A B C D E

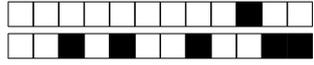
Teste 04: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 05: A B C D E

Teste 11: A B C D E

Teste 06: A B C D E



+4/10/19+