MAT–2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Segunda Prova — 16/10/2018

Identificação

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** ________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, *deixe a primeira coluna em branco* no campo apropriado da folha óptica de respostas**.
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: ____

Teste 1 O desenvolvimento em série de potências da função $f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t^2)}{t}\,dt$ centrada no $x = 0$ é:

A $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+1}}{(2n+1)!(4n+1)}$

B $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)}$

■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+2}}{(2n+1)!(4n+2)}$

D $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)(4n+2)}$

Teste 2 Seja $f(x) = 1$, para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ e $f(x) = -1$, para $\frac{1}{2} < x \leq 1$. A série de cossenos de f é:

■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{(2n+1)\pi} \cos\big((2n+1)\pi x\big)$

B $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{n} \cos(nx)$

C $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{n\pi} \cos(n\pi x)$

D $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{(2n+1)} \cos((2n+1)x)$

Teste 3 Sejam $f(x)$ uma função periódica de período 2 tal que $f(x) = 4 - 4x$ para $0 \leq x \leq 1$ e $f(x) = f(x+1)$ para $-1 < x < 0$, e $S(x)$ a soma da sua série de Fourier. Então $S(0)$, $S(-3)$ e $S(3/2)$ valem, respectivamente:

■ 2, 2, 2

B 2, 0, -2

C 4, 0, 2

D 4, 0, -2

Teste 4 A soma da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} x^n$ para $x \in]-1, 1[$ é:

■ $-\ln(1-x) + \dfrac{x}{(1-x)^2}$

B $\ln(1-x) + \dfrac{x}{(1-x)^2}$

C $-\ln(1-x) - \dfrac{x}{(1-x)^2}$

D $-\ln(1-x) + \dfrac{x}{1-x}$

Teste 5 Sabe-se que $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{4}{n^2}\cos(nx),\ \ 0 < x < \pi$. O valor de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ é:

- [A] $\dfrac{\pi(3-\pi)}{72}$
- ■ $\dfrac{\pi^4}{90}$
- [C] $\dfrac{\pi^2}{24}$
- [D] $\dfrac{\pi^2(6-2\pi^2)}{9}$

Teste 6 Se $f(x) = x^2\,\mathrm{sen}(2x^2)$, então sua derivada de ordem 2020 no zero, $f^{(2020)}(0)$, é:

- ■ $\frac{(2020)!}{(1009)!}2^{1009}$
- [B] $-\frac{(2020)!}{(1009)!}2^{2021}$
- [C] $-2^{1008}(2020)!$
- [D] 2^{1009}

Teste 7 A integral $\displaystyle\int_0^{\pi}[2x - c_1 - c_2\cos(x)]^2 dx$ assume seu menor valor para c_1 e c_2, respectivamente, iguais a:

- [A] π^2 e 8
- ■ π e $-\frac{8}{\pi}$
- [C] 1 e $-\frac{8}{\pi}$
- [D] $1+\pi$ e $-\frac{8}{\pi}$

Teste 8 Sejam $f(x) = \arctan(x)$ e $g(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}$. Analise as afirmações a seguir:
(1) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(2) O domínio da $g(x)$ está contido no intervalo $(-5, 4)$
(3) $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ para todo n natural
(4) $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$
(5) $f^{(2n)}(0) = \frac{1}{2n}$
Podemos afirmar que:

- ■ apenas (2), (3) são verdadeiras.
- [B] apenas (3), (4) são verdadeiras.
- [C] apenas (1), (3), (4) são verdadeiras.
- [D] apenas (2), (3), (5) são verdadeiras.

Teste 9 A soma da série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$ é:

■ $\frac{19}{12}$

[B] $\frac{17}{12}$

[C] $\frac{18}{12}$

[D] $\frac{20}{12}$

Teste 10 A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+2)!}$ para $x \in \mathbb{R}$ e $x \neq -2$ é:

[A] $\frac{1}{(x+2)}\left[e^{x+2} - 1\right]$

[B] $\frac{1}{(x+2)^2} e^{x+2}$

[C] $\frac{1}{(x+2)^2}\left[e^{x+2} - 1 - (x+2) - \frac{(x+2)^2}{2}\right]$

■ $\frac{1}{(x+2)^2}\left[e^{x+2} - 1 - (x+2)\right]$

Teste 11 Seja $f(x) = \frac{1}{2} - x$ para $[0, \frac{1}{2}]$ e $S(x)$ a soma da série de cossenos de f. No intervalo $I = [\frac{7}{2}, \frac{9}{2}]$, $S(x)$ é dada por:

[A] $S(x) = \frac{1}{2} - |x|$

[B] $S(x) = \frac{1}{2} - |x + \frac{8}{2}|$

■ $S(x) = \frac{1}{2} - |x - \frac{8}{2}|$

[D] $S(x) = |x - \frac{8}{2}|$

Teste 12 Seja a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$.
A soma $S(x)$ da série de Fourier de f no intervalo $[-\pi, \pi]$ é:

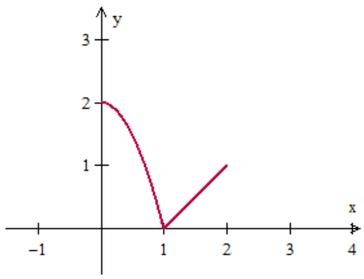
A $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2, & x = \pm\pi \end{cases}$

B $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

C $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

■ $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

Teste 13 Seja $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$ uma função ímpar, C^1 por partes, com $f(1) = 0$ e cujo gráfico no intervalo $]0, 2]$ está esboçado a seguir:



Sendo $S(x)$ a soma da sua série de Fourier, analise as afirmações a seguir:
(1) $S(2n) = \frac{3}{2}$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
(2) $S(x) = S(x+2)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(3) $S(x) = f(x)$ para todo $x \in]0, 2[$
(4) $S(n) = 0$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
Podemos afirmar que:

A apenas (2) e (4) são verdadeiras.

B apenas (1) e (2) são verdadeiras.

C apenas (2) e (3) são verdadeiras.

■ apenas (3) e (4) são verdadeiras.

Teste 14 A série de Taylor da função $f(x) = \dfrac{1}{2+x^2}$ centrada em $x = 0$, e seu intervalo de convergência, são, respectivamente:

- [A] $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n 2^n x^{2n},\ x \in]-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}[$
- [B] $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^n},\ x \in]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$
- [C] $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^{n+1}},\ x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
- ■ $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^{n+1}},\ x \in]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$

GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

Folha de Respostas

Identificação:

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** __________

Por favor, coloque seu ***número USP*** nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco**.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua ***turma*** (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B ■ D

Teste 02: ■ B C D

Teste 03: ■ B C D

Teste 04: ■ B C D

Teste 05: A ■ C D

Teste 06: ■ B C D

Teste 07: A ■ C D

Teste 08: ■ B C D

Teste 09: ■ B C D

Teste 10: A B C ■

Teste 11: A B ■ D

Teste 12: A B C ■

Teste 13: A B C ■

Teste 14: A B C ■

MAT–2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Segunda Prova — 16/10/2018

Identificação

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** ________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos,** ***deixe a primeira coluna em branco*** **no campo apropriado da folha óptica de respostas**.
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: ____

Teste 1 A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+2)!}$ para $x \in \mathbb{R}$ e $x \neq -1$ é:

- A $\frac{1}{(x+1)^2} e^{x+1}$
- ■ $\frac{1}{(x+1)^2} \left[e^{x+1} - 1 - (x+1) \right]$
- C $\frac{1}{(x+1)} \left[e^{x+1} - 1 \right]$
- D $\frac{1}{(x+1)^2} \left[e^{x+1} - 1 - (x+1) - \frac{(x+1)^2}{2} \right]$

Teste 2 O desenvolvimento em série de potências da função $f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t^2)}{t^2} dt$ centrada no $x = 0$ é:

- A $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)}$
- B $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)(4n+1)}$
- ■ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+1}}{(2n+1)!(4n+1)}$
- D $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+2}}{(2n+1)!(4n+2)}$

Teste 3 A soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} x^n$ para $x \in]-1, 1[$ é:

- A $-\ln(1-x) + \frac{x}{1-x}$
- B $-\ln(1-x) - \frac{x}{(1-x)^2}$
- C $\ln(1-x) + \frac{x}{(1-x)^2}$
- ■ $-\ln(1-x) + \frac{x}{(1-x)^2}$

Teste 4 Sejam $f(x)$ uma função periódica de período 2 tal que $f(x) = 4 - 4x$ para $0 \leq x \leq 1$ e $f(x) = f(x+1)$ para $-1 < x < 0$, e $S(x)$ a soma da sua série de Fourier. Então $S(0)$, $S(-3)$ e $S(3/2)$ valem, respectivamente:

- A 4, 0, -2
- B 4, 0, 2
- C 2, 0, -2
- ■ 2, 2, 2

Teste 5 Seja a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$.
A soma $S(x)$ da série de Fourier de f no intervalo $[-\pi, \pi]$ é:

☐ A $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

☐ B $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2, & x = \pm\pi \end{cases}$

☐ C $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

■ $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

Teste 6 Sabe-se que $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{4}{n^2}\cos(nx),\ \ 0 < x < \pi$. O valor de $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ é:

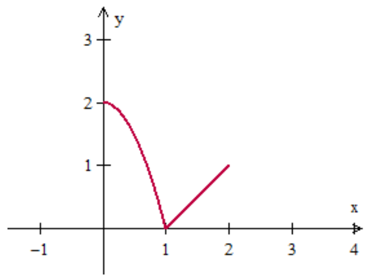
☐ A $\dfrac{\pi^2(6-2\pi^2)}{9}$

■ $\dfrac{\pi^4}{90}$

☐ C $\dfrac{\pi^2}{24}$

☐ D $\dfrac{\pi(3-\pi)}{72}$

Teste 7 Seja $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$ uma função ímpar, C^1 por partes, com $f(1) = 0$ e cujo gráfico no intervalo $]0, 2]$ está esboçado a seguir:



Sendo $S(x)$ a soma da sua série de Fourier, analise as afirmações a seguir:
(1) $S(2n) = \frac{3}{2}$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
(2) $S(x) = S(x + 2)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(3) $S(x) = f(x)$ para todo $x \in]0, 2[$
(4) $S(n) = 0$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
Podemos afirmar que:

- [A] apenas (2) e (3) são verdadeiras.
- [B] apenas (1) e (2) são verdadeiras.
- ■ apenas (3) e (4) são verdadeiras.
- [D] apenas (2) e (4) são verdadeiras.

Teste 8 A soma da série $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$ é:

- [A] $\dfrac{20}{12}$
- ■ $\dfrac{19}{12}$
- [C] $\dfrac{18}{12}$
- [D] $\dfrac{17}{12}$

Teste 9 A integral $\displaystyle\int_0^{\pi} [2x - c_1 - c_2 \cos(x)]^2 dx$ assume seu menor valor para c_1 e c_2, respectivamente, iguais a:

- [A] π^2 e 8
- [B] $1 + \pi$ e $-\frac{8}{\pi}$
- ■ π e $-\frac{8}{\pi}$
- [D] 1 e $-\frac{8}{\pi}$

Teste 10 A série de Taylor da função $f(x) = \dfrac{1}{3+x^2}$ centrada em $x = 0$, e seu intervalo de convergência, são, respectivamente:

- A $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{3^n}$, $x \in]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$
- B $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 3^n x^{2n}$, $x \in]-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}[$
- C $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{3^{n+1}}$, $x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
- ■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{3^{n+1}}$, $x \in]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$

Teste 11 Seja $f(x) = 1$, para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ e $f(x) = -1$, para $\frac{1}{2} < x \leq 1$. A série de cossenos de f é:

- ■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{(2n+1)\pi} \cos\big((2n+1)\pi x\big)$
- B $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{n} \cos(nx)$
- C $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{n\pi} \cos(n\pi x)$
- D $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{(2n+1)} \cos((2n+1)x)$

Teste 12 Sejam $f(x) = \arctan(x)$ e $g(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}$. Analise as afirmações a seguir:

(1) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(2) O domínio da $g(x)$ está contido no intervalo $(-5, 4)$
(3) $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ para todo n natural
(4) $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$
(5) $f^{(2n)}(0) = \frac{1}{2n}$
Podemos afirmar que:

- ■ apenas (2), (3) são verdadeiras.
- B apenas (3), (4) são verdadeiras.
- C apenas (2), (3), (5) são verdadeiras.
- D apenas (1), (3), (4) são verdadeiras.

Teste 13 Seja $f(x) = \frac{1}{2} - x$ para $[0, \frac{1}{2}]$ e $S(x)$ a soma da série de cossenos de f. No intervalo $I = [-\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}]$, $S(x)$ é dada por:

- A $S(x) = \frac{1}{2} - |x - \frac{8}{2}|$
- ■ $S(x) = \frac{1}{2} - |x + \frac{8}{2}|$
- C $S(x) = \frac{1}{2} - |x|$
- D $S(x) = |x + \frac{8}{2}|$

Teste 14 Se $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(2x^2)$, então sua derivada de ordem 2020 no zero, $f^{(2020)}(0)$, é:

- [A] 2^{1009}
- ■ $\frac{(2020)!}{(1009)!}2^{1009}$
- [C] $-\frac{(2020)!}{(1009)!}2^{2021}$
- [D] $-2^{1008}(2020)!$

GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

Folha de Respostas

Identificação:

Nome: ______________________________

NUSP: ______________________________ **Turma:** __________

Por favor, coloque seu ***número USP*** nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco**.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua ***turma*** (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A ■ C D

Teste 02: A B ■ D

Teste 03: A B C ■

Teste 04: A B C ■

Teste 05: A B C ■

Teste 06: A ■ C D

Teste 07: A B ■ D

Teste 08: A ■ C D

Teste 09: A B ■ D

Teste 10: A B C ■

Teste 11: ■ B C D

Teste 12: ■ B C D

Teste 13: A ■ C D

Teste 14: A ■ C D

MAT–2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Segunda Prova — 16/10/2018

Identificação

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** ________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, *deixe a primeira coluna em branco* no campo apropriado da folha óptica de respostas**.
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: ______________________________________

Teste 1 Seja $f(x) = 2$, para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ e $f(x) = -2$, para $\frac{1}{2} < x \leq 1$. A série de cossenos de f é

- [A] $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{8}{n\pi} \cos(n\pi x)$
- [B] $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \frac{8}{(2n+1)} \cos((2n+1)x)$
- [C] $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{8}{n} \cos(nx)$
- ■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \frac{8}{(2n+1)\pi} \cos\big((2n+1)\pi x\big)$

Teste 2 Seja $f(x) = \frac{1}{2} - x$ para $[0, \frac{1}{2}]$ e $S(x)$ a soma da série de cossenos de f. No intervalo $I = [-\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}]$, $S(x)$ é dada por:

- [A] $S(x) = \frac{1}{2} - |x - \frac{8}{2}|$
- ■ $S(x) = \frac{1}{2} - |x + \frac{8}{2}|$
- [C] $S(x) = |x + \frac{8}{2}|$
- [D] $S(x) = \frac{1}{2} - |x|$

Teste 3 Sabe-se que $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2} \cos(nx)$, $0 < x < \pi$. O valor de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ é:

- [A] $\dfrac{\pi^2(6-2\pi^2)}{9}$
- ■ $\dfrac{\pi^4}{90}$
- [C] $\dfrac{\pi^2}{24}$
- [D] $\dfrac{\pi(3-\pi)}{72}$

Teste 4 A soma da série $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$ é:

- [A] $\dfrac{20}{12}$
- ■ $\dfrac{19}{12}$
- [C] $\dfrac{18}{12}$
- [D] $\dfrac{17}{12}$

Teste 5 A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+2)!}$ para $x \in \mathbb{R}$ e $x \neq -1$ é:

A $\frac{1}{(x+1)}\left[e^{x+1}-1\right]$

B $\frac{1}{(x+1)^2}\left[e^{x+1}-1-(x+1)-\frac{(x+1)^2}{2}\right]$

■ $\frac{1}{(x+1)^2}\left[e^{x+1}-1-(x+1)\right]$

D $\frac{1}{(x+1)^2}e^{x+1}$

Teste 6 A soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n}x^n$ para $x \in]-1,1[$ é:

■ $-\ln(1-x)+\frac{x}{(1-x)^2}$

B $\ln(1-x)+\frac{x}{(1-x)^2}$

C $-\ln(1-x)-\frac{x}{(1-x)^2}$

D $-\ln(1-x)+\frac{x}{1-x}$

Teste 7 Sejam $f(x) = \arctan(x)$ e $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}$. Analise as afirmações a seguir:

(1) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$

(2) O domínio da $g(x)$ está contido no intervalo $(-5, 4)$

(3) $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ para todo n natural

(4) $\lim_{x\to\infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$

(5) $f^{(2n)}(0) = \frac{1}{2n}$

Podemos afirmar que:

■ apenas (2), (3) são verdadeiras.

B apenas (2), (3), (5) são verdadeiras.

C apenas (1), (3), (4) são verdadeiras.

D apenas (3), (4) são verdadeiras.

Teste 8 A série de Taylor da função $f(x) = \dfrac{1}{2+x^2}$ centrada em $x = 0$, e seu intervalo de convergência, são, respectivamente:

A $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n 2^n x^{2n},\ x \in]-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}[$

B $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^{n+1}},\ x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

C $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^{n}},\ x \in]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$

■ $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n}}{2^{n+1}},\ x \in]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$

Teste 9 O desenvolvimento em série de potências da função $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t^2)}{t}\,dt$ centrada no $x = 0$ é:

A $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{4n+1}}{(2n+1)!(4n+1)}$

B $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)}$

C $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)(4n+2)}$

■ $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n x^{4n+2}}{(2n+1)!(4n+2)}$

Teste 10 Se $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(2x^2)$, então sua derivada de ordem 2016 no zero, $f^{(2016)}(0)$, é:

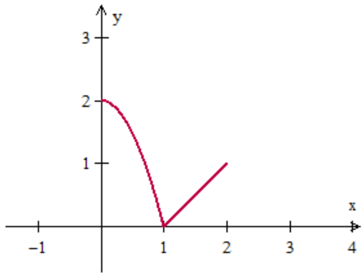
■ $-\frac{(2016)!}{(1007)!}2^{1007}$

B 2^{1007}

C $-2^{1006}(2016)!$

D $-\frac{(2016)!}{(1007)!}2^{2017}$

Teste 11 Seja $f : [-2,2] \to \mathbb{R}$ uma função ímpar, C^1 por partes, com $f(1) = 0$ e cujo gráfico no intervalo $]0,2]$ está esboçado a seguir:



Sendo $S(x)$ a soma da sua série de Fourier, analise as afirmações a seguir:
(1) $S(2n) = \frac{3}{2}$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
(2) $S(x) = S(x+2)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(3) $S(x) = f(x)$ para todo $x \in]0,2[$
(4) $S(n) = 0$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
Podemos afirmar que:

- [A] apenas (1) e (2) são verdadeiras.
- [B] apenas (2) e (4) são verdadeiras.
- [C] apenas (2) e (3) são verdadeiras.
- ■ apenas (3) e (4) são verdadeiras.

Teste 12 A integral $\int_0^\pi [2x - c_1 - c_2 \cos(x)]^2 dx$ assume seu menor valor para c_1 e c_2, respectivamente, iguais a:

- [A] 1 e $-\frac{8}{\pi}$
- ■ π e $-\frac{8}{\pi}$
- [C] $1 + \pi$ e $-\frac{8}{\pi}$
- [D] π^2 e 8

Teste 13 Seja a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \le x \le \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \le x < 0 \end{cases}$.
A soma $S(x)$ da série de Fourier de f no intervalo $[-\pi, \pi]$ é:

■ $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

B $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2, & x = \pm\pi \end{cases}$

C $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x \le \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \le x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

D $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \le x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

Teste 14 Sejam $f(x)$ uma função periódica de período 2 tal que $f(x) = 4 - 4x$ para $0 \le x \le 1$ e $f(x) = f(x+1)$ para $-1 < x < 0$, e $S(x)$ a soma da sua série de Fourier. Então $S(0)$, $S(-3)$ e $S(3/2)$ valem, respectivamente:

■ 2, 2, 2
B 4, 0, -2
C 2, 0, -2
D 4, 0, 2

GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

Folha de Respostas

Identificação:

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** ________

Por favor, coloque seu ***número USP*** nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco**.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua ***turma*** (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A B C ■

Teste 02: A ■ C D

Teste 03: A ■ C D

Teste 04: A ■ C D

Teste 05: A B ■ D

Teste 06: ■ B C D

Teste 07: ■ B C D

Teste 08: A B C ■

Teste 09: A B C ■

Teste 10: ■ B C D

Teste 11: A B C ■

Teste 12: A ■ C D

Teste 13: ■ B C D

Teste 14: ■ B C D

MAT–2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Segunda Prova — 16/10/2018

Identificação

Nome: ____

NUSP: ____ **Turma:** ________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, estojos, mochilas e blusas devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta e de maneira legível todos os campos destinados à identificação do aluno, na folha óptica de respostas inclusive. **Caso o seu número USP tenha 7 dígitos, *deixe a primeira coluna em branco* no campo apropriado da folha óptica de respostas**.
3. Os alvéolos da folha óptica de respostas devem ser preenchidos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia).
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha (caso tenha preenchido a lápis) ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha óptica de respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes indicados na folha óptica de respostas.

Assinatura: ____

Teste 1 Sejam $f(x)$ uma função periódica de período 2 tal que $f(x) = 2 - 2x$ para $0 \leq x \leq 1$ e $f(x) = f(x+1)$ para $-1 < x < 0$, e $S(x)$ a soma da sua série de Fourier. Então $S(0)$, $S(-3)$ e $S(3/2)$ valem, respectivamente:

- [A] 2, 0, 1
- ■ 1, 1, 1
- [C] 2, 0, -1
- [D] 1, 0, -1

Teste 2 A série de Taylor da função $f(x) = \dfrac{1}{3+x^2}$ centrada em $x = 0$, e seu intervalo de convergência, são, respectivamente:

- [A] $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{3^{n+1}}$, $x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
- [B] $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 3^n x^{2n}$, $x \in]-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}[$
- [C] $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{3^n}$, $x \in]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$
- ■ $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{3^{n+1}}$, $x \in]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$

Teste 3 Se $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(2x^2)$, então sua derivada de ordem 2016 no zero, $f^{(2016)}(0)$, é:

- [A] 2^{1007}
- [B] $-2^{1006}(2016)!$
- ■ $-\frac{(2016)!}{(1007)!}2^{1007}$
- [D] $-\frac{(2016)!}{(1007)!}2^{2017}$

Teste 4 Seja $f(x) = \frac{1}{2} - x$ para $[0, \frac{1}{2}]$ e $S(x)$ a soma da série de cossenos de f. No intervalo $I = [-\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}]$, $S(x)$ é dada por:

- [A] $S(x) = \frac{1}{2} - |x - \frac{8}{2}|$
- [B] $S(x) = |x + \frac{8}{2}|$
- [C] $S(x) = \frac{1}{2} - |x|$
- ■ $S(x) = \frac{1}{2} - |x + \frac{8}{2}|$

Teste 5 A soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} x^n$ para $x \in]-1,1[$ é:

■ $-\ln(1-x) + \frac{x}{(1-x)^2}$

[B] $-\ln(1-x) + \frac{x}{1-x}$

[C] $-\ln(1-x) - \frac{x}{(1-x)^2}$

[D] $\ln(1-x) + \frac{x}{(1-x)^2}$

Teste 6 A soma da série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$ é:

[A] $\frac{20}{12}$

[B] $\frac{17}{12}$

[C] $\frac{18}{12}$

■ $\frac{19}{12}$

Teste 7 Seja $f(x) = 2$, para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ e $f(x) = -2$, para $\frac{1}{2} < x \leq 1$. A série de cossenos de f é

■ $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{8}{(2n+1)\pi} \cos\big((2n+1)\pi x\big)$

[B] $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{8}{(2n+1)} \cos((2n+1)x)$

[C] $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{8}{n\pi} \cos(n\pi x)$

[D] $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{8}{n} \cos(nx)$

Teste 8 O desenvolvimento em série de potências da função $f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t^2)}{t^2}\, dt$ centrada no $x = 0$ é:

■ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+1}}{(2n+1)!(4n+1)}$

[B] $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n+2}}{(2n+1)!(4n+2)}$

[C] $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)}$

[D] $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)(4n+1)}$

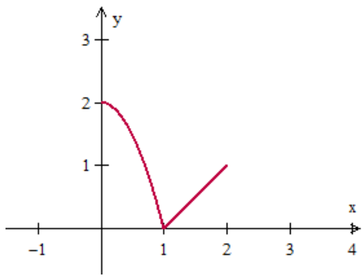
Teste 9 A integral $\int_0^{\pi} [2x + 1 - c_1 - c_2 \cos(x)]^2 dx$ assume seu menor valor para c_1 e c_2, respectivamente, iguais a:

- A π e $-\frac{8}{\pi}$
- B 1 e $-\frac{8}{\pi}$
- ■ $1 + \pi$ e $-\frac{8}{\pi}$
- D $\pi^2 + \pi$ e 8

Teste 10 A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+2)!}$ para $x \in \mathbb{R}$ e $x \neq -2$ é:

- A $\frac{1}{(x+2)^2} e^{x+2}$
- ■ $\frac{1}{(x+2)^2} \left[e^{x+2} - 1 - (x+2) \right]$
- C $\frac{1}{(x+2)^2} \left[e^{x+2} - 1 - (x+2) - \frac{(x+2)^2}{2} \right]$
- D $\frac{1}{(x+2)} \left[e^{x+2} - 1 \right]$

Teste 11 Seja $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$ uma função ímpar, C^1 por partes, com $f(1) = 0$ e cujo gráfico no intervalo $]0, 2]$ está esboçado a seguir:



Sendo $S(x)$ a soma da sua série de Fourier, analise as afirmações a seguir:
(1) $S(2n) = \frac{3}{2}$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
(2) $S(x) = S(x + 2)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(3) $S(x) = f(x)$ para todo $x \in]0, 2[$
(4) $S(n) = 0$ para todo $n \in \mathbb{Z}$
Podemos afirmar que:

- A apenas (2) e (3) são verdadeiras.
- B apenas (1) e (2) são verdadeiras.
- ■ apenas (3) e (4) são verdadeiras.
- D apenas (2) e (4) são verdadeiras.

Teste 12 Seja a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$.
A soma $S(x)$ da série de Fourier de f no intervalo $[-\pi, \pi]$ é:

■ $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

B $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x \leq \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

C $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 < x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2\pi^2, & x = \pm\pi \end{cases}$

D $S(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1, & 0 \leq x < \pi \\ 2x^2 + x - 1, & -\pi < x < 0 \\ 2\pi^2 - \pi, & x = \pm\pi \end{cases}$

Teste 13 Sabe-se que $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2} \cos(nx)$, $0 < x < \pi$. O valor de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ é:

A $\dfrac{\pi(3-\pi)}{72}$

B $\dfrac{\pi^2}{24}$

C $\dfrac{\pi^2(6-2\pi^2)}{9}$

■ $\dfrac{\pi^4}{90}$

Teste 14 Sejam $f(x) = \arctan(x)$ e $g(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}$. Analise as afirmações a seguir:
(1) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(2) O domínio da $g(x)$ está contido no intervalo $(-5, 4)$
(3) $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ para todo n natural
(4) $\lim_{x \to \infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$
(5) $f^{(2n)}(0) = \frac{1}{2n}$
Podemos afirmar que:

A apenas (1), (3), (4) são verdadeiras.

■ apenas (2), (3) são verdadeiras.

C apenas (2), (3), (5) são verdadeiras.

D apenas (3), (4) são verdadeiras.

GABARITO DO ALUNO

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

Folha de Respostas

Identificação:

Nome: ______________________________

NUSP: ______________________________ **Turma:** ________

Por favor, coloque seu ***número USP*** nos campos abaixo. **Caso tenha menos de 8 dígitos, deixe a primeira coluna em branco**.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor, marque o número da sua ***turma*** (com dois dígitos) nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Preencha os alvéolos completamente, a tinta azul ou preta, ou a lápis (grafite HB ou mais macia). Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, use a borracha ou um corretivo. Não redesenhe o alvéolo caso este seja acidentalmente apagado.

Teste 01: A ■ C D

Teste 02: A B C ■

Teste 03: A B ■ D

Teste 04: A B C ■

Teste 05: ■ B C D

Teste 06: A B C ■

Teste 07: ■ B C D

Teste 08: ■ B C D

Teste 09: A B ■ D

Teste 10: A ■ C D

Teste 11: A B ■ D

Teste 12: ■ B C D

Teste 13: A B C ■

Teste 14: A ■ C D