MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- $\boxed{\text{B}}$ A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- $\boxed{\text{D}}$ A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- $\boxed{\text{E}}$ Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 2 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- $\boxed{\text{D}}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 3 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).

B (I) e (III).

C (II) e (IV).

D (I) e (II).

E (III) e (IV).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

A (I) e (IV).

B (I) e (II).

C (II) e (III).

■ (II) e (IV).

E (III) e (IV).

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Apenas (I) e (III).

C Apenas (II) e (III).

D Todas as séries (I), (II), (III).

E Apenas (II).

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).

B (II) e (III).

C (I) e (III).

D (III).

E (I) e (II).

Questão 7 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

$\boxed{A}$ Apenas (IV).

■ Apenas (I) e (III).

$\boxed{C}$ Apenas (II) e (IV).

$\boxed{D}$ Apenas (III).

$\boxed{E}$ Todas são falsas.

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

$\boxed{A}$ Ambas as séries são divergentes.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

$\boxed{C}$ A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

$\boxed{D}$ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

$\boxed{E}$ A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- ■ $\frac{3}{2}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- D $\frac{9}{4}$.
- E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 11 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [B] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [E] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [C] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [E] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{\text{D}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- ■ Apenas (I) e (II).
- $\boxed{\text{B}}$ Apenas (II).
- $\boxed{\text{C}}$ Apenas (I) e (III).
- $\boxed{\text{D}}$ Todas as séries (I), (II), (III).
- $\boxed{\text{E}}$ Apenas (II) e (III).

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

B A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

A (I) e (II).

B (II) e (III).

C (I) e (IV).

■ (II) e (IV).

E (III) e (IV).

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 7 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot ... \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

■ Apenas (I) e (III).

B Todas são falsas.

C Apenas (II) e (IV).

D Apenas (III).

E Apenas (IV).

Questão 8 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).

B (III).

C (I) e (III).

D (I) e (II).

■ (I).

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B ∞.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (III) e (IV).

■ (II) e (III).

D (I) e (III).

E (I) e (II).

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [D] Ambas as séries são divergentes.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ________________________________

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (II) e (III).

C (I) e (IV).

D (III) e (IV).

E (I) e (II).

Questão 2 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 3 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (I) e (III).

B Apenas (II).

C Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

E Apenas (II) e (III).

Questão 5 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).
■ Apenas (I) e (III).
C Apenas (IV).
D Apenas (II) e (IV).
E Todas são falsas.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).
B (I) e (II).
C (II) e (IV).
■ (II) e (III).
E (III) e (IV).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [E] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [E] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

[C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[D] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

[E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[B] Ambas as séries são divergentes.

[C] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (III).

B (I) e (II).

C (II) e (III).

■ (I).

E (I) e (III).

Questão 12 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

B ∞.

■ $\frac{3}{2}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E $\frac{9}{4}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot(3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

■ Apenas (I) e (III).

B Apenas (IV).

C Apenas (II) e (IV).

D Apenas (III).

E Todas são falsas.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [E] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 5 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 6 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

B As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- B (I) e (III).
- C (II) e (IV).
- D (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Apenas (II) e (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (I) e (II).
- C (II) e (III).
- D (III).
- ■ (I).

Questão 12 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E $\frac{9}{4}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (II) e (III).
- C (I) e (II).
- D (I) e (III).
- ■ (I).

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (I) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- C Apenas (II).
- D Todas as séries (I), (II), (III).
- E Apenas (II) e (III).

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\frac{9}{4}$.
- [B] ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [E] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 4 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 5 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

■ (II) e (III).

C (I) e (III).

D (III) e (IV).

E (I) e (II).

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\mathrm{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- $\boxed{\text{C}}$ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- $\boxed{\text{D}}$ A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- $\boxed{\text{E}}$ Ambas as séries são divergentes.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{\text{D}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 10 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

B Todas as afirmações são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (II) e (IV).
- B Todas são falsas.
- C Apenas (IV).
- D Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (III) e (IV).
- B (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (I) e (II).
- E (II) e (III).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.

2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.

3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .

4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.

5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.

6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.

7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[A] Apenas (II) e (III).

[B] Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

[D] Apenas (II).

[E] Apenas (I) e (III).

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[redacted] $\frac{3}{2}$.
B $\frac{9}{4}$.
C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
D ∞.
E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 4 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
B As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
[redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

B (I) e (III).

C (I) e (II).

D (II) e (IV).

■ (II) e (III).

Questão 7 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

B Todas são falsas.

C Apenas (IV).

■ Apenas (I) e (III).

E Apenas (II) e (IV).

Questão 9 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

D A série converge se e só se $\alpha < 0$.

E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

A (III) e (IV).

B (I) e (IV).

■ (II) e (IV).

D (II) e (III).

E (I) e (II).

Questão 12 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).

B (III).

■ (I).

D (I) e (II).

E (II) e (III).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (III) e (IV).

C (I) e (II).

D (I) e (III).

■ (II) e (III).

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- B ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (II) e (III).
- C (III).
- D (I) e (II).
- ■ (I).

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Apenas (I) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- D Apenas (II).
- E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (II) e (III).
- B (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (III) e (IV).
- E (I) e (II).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (IV).
- B Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Apenas (III).
- E Apenas (II) e (IV).

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 11 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- C A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 12 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

+7/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ____________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
B Todas as afirmações são verdadeiras.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
E Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).
B Apenas (III).
C Apenas (II) e (IV).
■ Apenas (I) e (III).
E Todas são falsas.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 4 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- C (II) e (IV).
- D (I) e (III).
- E (III) e (IV).

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (II).

D Apenas (II) e (III).

E Apenas (I) e (III).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [D] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [E] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [D] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 10 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}\,.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\frac{9}{4}$.
- [B] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] ∞.
- [E] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (II) e (III).
- B (I) e (III).
- C (III).
- ■ (I).
- E (I) e (II).

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (III) e (IV).
- C (II) e (III).
- D (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).

+8/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [B] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [C] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [D] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n \, n!}{n^n} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [D] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [E] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 3 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- ■ (I).
- B (II) e (III).
- C (I) e (II).
- D (I) e (III).
- E (III).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\dfrac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (III) e (IV).
- C (II) e (III).
- D (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

C Apenas (II) e (III).

D Apenas (II).

E Apenas (I) e (III).

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- B ∞.
- C $\frac{9}{4}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 8 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- B As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (II) e (IV).
B Todas são falsas.
C Apenas (IV).
D Apenas (III).
[redacted] Apenas (I) e (III).

Questão 12 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).
B (III) e (IV).
C (II) e (IV).
[redacted] (II) e (III).
E (I) e (II).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- C A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- [A] (III) e (IV).
- [B] (I) e (IV).
- [C] (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).
- [E] (II) e (III).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 6 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D Todas as afirmações são verdadeiras.
- E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II) e (III).

B Apenas (II).

■ Apenas (I) e (II).

D Apenas (I) e (III).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).

B (I) e (II).

C (III) e (IV).

D (II) e (IV).

■ (II) e (III).

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

[B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[C] Ambas as séries são divergentes.

[D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

[E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}>1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n=0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}|a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

[A] (II) e (III).

[B] (I) e (III).

[C] (III).

■ (I).

[E] (I) e (II).

Questão 11 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- C Todas são falsas.
- D Apenas (IV).
- E Apenas (II) e (IV).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (I) e (III).

[redacted] (II) e (III).

D (I) e (II).

E (III) e (IV).

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

[redacted] (II) e (IV).

B (I) e (II).

C (I) e (IV).

D (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

D A série converge se e só se $\alpha < 0$.

E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 5 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (II) e (IV).
- B Apenas (III).
- C Apenas (IV).
- D Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).

Questão 6 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A ∞.
- B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- C $\frac{9}{4}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 8 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (III).
- [B] (I) e (II).
- [C] (II) e (III).
- ■ (I).
- [E] (I) e (III).

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 10 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C Todas as afirmações são verdadeiras.
- D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

+11/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).

B (I) e (II).

C (II) e (IV).

D (III) e (IV).

■ (II) e (III).

Questão 2 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

D ∞.

E $\frac{9}{4}$.

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [E] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 4 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [B] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [C] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [E] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[A] Apenas (II) e (III).

[B] Apenas (I) e (III).

[C] Apenas (II).

[D] Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 10 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Apenas (IV).
- [B] Apenas (II) e (IV).
- [C] Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).
- [E] Apenas (III).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).
B (II) e (III).
C (I) e (II).
D (I) e (IV).
E (III) e (IV).

Questão 12 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (II).
B (II) e (III).
C (III).
D (I) e (III).
■ (I).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01:	A	B	C	D	■
Questão 02:	■	B	C	D	E
Questão 03:	A	B	■	D	E
Questão 04:	A	B	C	■	E
Questão 05:	■	B	C	D	E
Questão 06:	A	B	■	D	E
Questão 07:	A	B	C	D	■
Questão 08:	A	B	C	D	■
Questão 09:	A	B	C	■	E
Questão 10:	A	B	C	■	E
Questão 11:	■	B	C	D	E
Questão 12:	A	B	C	D	■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.

2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.

3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .

4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.

5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.

6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.

7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (III) e (IV).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

E (I) e (IV).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

C Ambas as séries são divergentes.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

[B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

[C] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

[D] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

[E] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 4 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

[B] $\frac{9}{4}$.

[C] ∞.

■ $\frac{3}{2}$.

[E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 5 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

[A] Apenas (II) e (IV).
[B] Apenas (III).
■ Apenas (I) e (III).
[D] Todas são falsas.
[E] Apenas (IV).

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
[B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
[C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
[E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- [redacted] Apenas (I) e (II).
- C Apenas (II).
- D Todas as séries (I), (II), (III).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty}a_n=+\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty}a_n^2=1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (II) e (IV).
- [redacted] (II) e (III).
- C (I) e (III).
- D (I) e (II).
- E (III) e (IV).

Questão 9 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).

B (III).

C (I) e (II).

■ (I).

E (I) e (III).

Questão 10 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 11 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 12 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha < 0$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

+13/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

A As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (I) e (IV).

C (II) e (III).

D (I) e (II).

E (III) e (IV).

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A ∞.

B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

■ $\frac{3}{2}$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- C Ambas as séries são divergentes.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II) e (III).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (II).

D Apenas (I) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- B (II) e (IV).
- C (I) e (III).
- D (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- ■ (I).
- C (I) e (III).
- D (I) e (II).
- E (II) e (III).

Questão 11 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

C A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).

B Apenas (II) e (IV).

C Todas são falsas.

■ Apenas (I) e (III).

E Apenas (III).

+14/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[redacted] $\frac{3}{2}$.
B $\frac{9}{4}$.
C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
D ∞.
E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).
B (III) e (IV).
C (I) e (II).
[redacted] (II) e (III).
E (I) e (III).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

E Ambas as séries são divergentes.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

A (III) e (IV).

B (I) e (IV).

C (I) e (II).

■ (II) e (IV).

E (II) e (III).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 6 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).
- C Apenas (III).
- D Apenas (II) e (IV).
- E Apenas (IV).

Questão 7 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[D] Todas as afirmações são verdadeiras.

[E] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 8 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

[B] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

[C] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

[D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

[E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II).
- [redacted] Apenas (I) e (II).
- C Todas as séries (I), (II), (III).
- D Apenas (II) e (III).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 10 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- C A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (II) e (III).
- [redacted] (I).
- D (I) e (II).
- E (III).

Questão 12 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^p}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [redacted] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

+15/9/32+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ________________________________

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (III).
- [C] Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [E] Apenas (IV).

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [C] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [D] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

[B] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

[C] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

[D] ∞.

[E] $\frac{9}{4}$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n \to \infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[B] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[D] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[E] Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- ■ (II) e (III).
- [B] (III) e (IV).
- [C] (II) e (IV).
- [D] (I) e (III).
- [E] (I) e (II).

Questão 7 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- ■ Apenas (I) e (II).
- B Apenas (II).
- C Todas as séries (I), (II), (III).
- D Apenas (II) e (III).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 9 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (II).
- B (III).
- C (II) e (III).
- ■ (I).
- E (I) e (III).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (\text{sen}\,(n) - \text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- B Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 11 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

A As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

B A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

D A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (III) e (IV).

C (II) e (III).

D (I) e (II).

E (I) e (IV).

+16/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____________________________________

Questão 1 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

A (I) e (IV).

B (II) e (III).

[redacted] (II) e (IV).

D (III) e (IV).

E (I) e (II).

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [D] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 4 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [B] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [D] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- [C] ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [B] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [D] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 9 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).
B (II) e (III).
C (I) e (II).
D (I) e (III).
E (III).

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).
B (I) e (II).
C (III) e (IV).
■ (II) e (III).
E (II) e (IV).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).

B Apenas (III).

■ Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (IV).

E Todas são falsas.

+17/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B ■ D E

+17/10/11+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B $\frac{9}{4}$.

C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

E ∞.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

D Apenas (I) e (III).

E Apenas (II) e (III).

Questão 3 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (I) e (II).
- C (II) e (III).
- D (III).
- ■ (I).

Questão 4 Considere as séries:

(A) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (II) e (III).
- ■ (II) e (IV).
- C (I) e (II).
- D (I) e (IV).
- E (III) e (IV).

Questão 6 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Todas as afirmações são verdadeiras.
- B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 7 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

$\boxed{A}$ (II) e (IV).

$\boxed{B}$ (I) e (II).

$\boxed{C}$ (I) e (III).

$\boxed{D}$ (III) e (IV).

■ (II) e (III).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

$\boxed{A}$ A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

$\boxed{B}$ Ambas as séries são divergentes.

$\boxed{C}$ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

$\boxed{E}$ A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [E] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 10 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [D] Apenas (IV).
- [E] Apenas (II) e (IV).

Questão 11 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- C A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 12 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: ■ B C D E

+18/10/1+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Apenas (II) e (III).
- [B] Apenas (I) e (III).
- [C] Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).
- [E] Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 2 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (III).
- [B] (I) e (III).
- [C] (II) e (III).
- [D] (I) e (II).
- ■ (I).

Questão 3 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

A (II) e (III).
B (I) e (IV).
C (III) e (IV).
D (I) e (II).
■ (II) e (IV).

Questão 4 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).
B (II) e (IV).
C (I) e (II).
D (I) e (III).
E (III) e (IV).

Questão 5 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 7 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

[A] Todas são falsas.

[B] Apenas (II) e (IV).

[C] Apenas (IV).

■ Apenas (I) e (III).

[E] Apenas (III).

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[A] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

[B] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

[C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

[E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [B] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- [D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [E] Todas as afirmações são verdadeiras.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

A (I) e (IV).
■ (II) e (IV).
C (III) e (IV).
D (I) e (II).
E (II) e (III).

Questão 2 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).
B (III).
C (I) e (II).
■ (I).
E (II) e (III).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

[B] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

[C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

[E] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 4 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

[E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 5 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série converge se e só se $\alpha < 0$.

C A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 6 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 7 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

C Apenas (II) e (III).

D Apenas (II).

E Apenas (I) e (III).

Questão 9 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (II) e (IV).

B Apenas (III).

C Apenas (IV).

■ Apenas (I) e (III).

E Todas são falsas.

Questão 10 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B $\frac{9}{4}$.

C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E ∞.

Questão 11 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (II).

B (II) e (IV).

C (III) e (IV).

D (I) e (III).

■ (II) e (III).

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\mathrm{sen}\,(n) - \mathrm{sen}\,(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

[B] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

[C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 2 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

[A] (III).

■ (I).

[C] (I) e (II).

[D] (I) e (III).

[E] (II) e (III).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Apenas (II) e (IV).
- [B] Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [D] Todas são falsas.
- [E] Apenas (IV).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Apenas (II) e (III).
- [B] Apenas (II).
- [C] Apenas (I) e (III).
- [D] Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- ■ (II) e (IV).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (II).
- D (I) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

[redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

C A série converge se e só se $\alpha < 0$.

D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- B (I) e (II).
- [redacted] (II) e (III).
- D (III) e (IV).
- E (II) e (IV).

Questão 11 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- E ∞.

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D Todas as afirmações são verdadeiras.
- E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).

B Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

D Todas são falsas.

E Apenas (III).

Questão 2 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

D A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

[C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 4 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

[E] Ambas as séries são divergentes.

Questão 5 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).
B (I) e (II).
C (III).
D (II) e (III).
E (I) e (III).

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
B A série converge se e só se $\alpha = 1$.
C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

[redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

D A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

E A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).

B (I) e (II).

C (II) e (IV).

[redacted] (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).
B Apenas (I) e (III).
C Todas as séries (I), (II), (III).
D Apenas (II) e (III).
E Apenas (II).

Questão 10 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (I) e (II).

C (I) e (IV).

D (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 12 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\frac{9}{4}$.

B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

■ $\frac{3}{2}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E ∞.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (II).

D Apenas (I) e (III).

E Apenas (II) e (III).

Questão 2 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).

B (I) e (III).

■ (I).

D (III).

E (I) e (II).

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [E] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 4 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\text{sen}\,(n) - \text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [B] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [D] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 6 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [D] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [E] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- [redacted] $\frac{3}{2}$.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- D ∞.
- E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (II) e (III).
- B (I) e (II).
- C (III) e (IV).
- D (I) e (IV).
- [redacted] (II) e (IV).

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

■ (II) e (III).

C (I) e (II).

D (II) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (IV).
- [C] Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [E] Apenas (III).

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [E] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (II).
- B (I) e (III).
- C (II) e (III).
- ■ (I).
- E (III).

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- B (II) e (IV).
- ■ (II) e (III).
- D (I) e (II).
- E (III) e (IV).

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 4 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

B Todas as afirmações são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 6 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[redacted] $\frac{3}{2}$.

B ∞.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Apenas (II) e (III).

C Apenas (II).

D Todas as séries (I), (II), (III).

E Apenas (I) e (III).

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (I) e (II).

C (II) e (III).

D (III) e (IV).

E (I) e (IV).

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 10 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

B Apenas (IV).

C Apenas (II) e (IV).

D Todas são falsas.

■ Apenas (I) e (III).

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{A}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- $\boxed{B}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- $\boxed{C}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- $\boxed{E}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 12 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{A}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- $\boxed{B}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{C}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- $\boxed{E}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (I) e (IV).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 3 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

■ (II) e (III).

C (I) e (II).

D (II) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Todas as séries (I), (II), (III).

B Apenas (II).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- [D] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [E] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

$\boxed{A}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

$\boxed{C}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

$\boxed{D}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\boxed{E}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 8 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

$\boxed{A}$ Todas as afirmações são verdadeiras.

$\boxed{B}$ Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

$\boxed{D}$ Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

$\boxed{E}$ Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 9 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 10 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] ∞.
- [E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (I) e (III).
- [B] (I) e (II).
- ■ (I).
- [D] (II) e (III).
- [E] (III).

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).
- [C] Apenas (IV).
- [D] Apenas (II) e (IV).
- [E] Apenas (III).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A ■ C D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\text{sen}\,(n) - \text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

C Ambas as séries são divergentes.

D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).

B Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

D Apenas (III).

E Todas são falsas.

Questão 3 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).
B (II) e (III).
C (I) e (II).
D (III).
E (I) e (III).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\dfrac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).
B (II) e (III).
C (I) e (IV).
D (I) e (II).
E (III) e (IV).

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \text{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- B A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- C $\frac{9}{4}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\text{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (II) e (IV).
- B (I) e (III).
- C (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 9 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C Todas as afirmações são verdadeiras.
- D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Todas as séries (I), (II), (III).
- B Apenas (II).
- C Apenas (II) e (III).
- D Apenas (I) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [B] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

+26/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01:	A	■	C	D	E
Questão 02:	A	B	■	D	E
Questão 03:	■	B	C	D	E
Questão 04:	■	B	C	D	E
Questão 05:	■	B	C	D	E
Questão 06:	A	B	C	■	E
Questão 07:	A	■	C	D	E
Questão 08:	A	B	C	■	E
Questão 09:	A	■	C	D	E
Questão 10:	A	B	C	D	■
Questão 11:	A	B	C	■	E
Questão 12:	A	B	■	D	E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- [A] (III) e (IV).
- [B] (I) e (II).
- [C] (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- [E] (II) e (III).

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Todas as séries (I), (II), (III).
- [B] Apenas (II) e (III).
- [C] Apenas (I) e (III).
- [D] Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

C A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha = 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha < 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 6 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

B Apenas (IV).

C Todas são falsas.

D Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).

B (II) e (III).

[redacted] (I).

D (III).

E (I) e (II).

Questão 8 Considere as séries:

(A) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

[redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 9 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\text{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- C (II) e (IV).
- D (III) e (IV).
- E (I) e (III).

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 12 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ____________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).

B (I) e (II).

C (I) e (III).

D (II) e (IV).

E (III) e (IV).

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (I) e (III).

B Apenas (II).

■ Apenas (I) e (II).

D Apenas (II) e (III).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (II) e (IV).
- [C] Apenas (III).
- [D] Apenas (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).

Questão 4 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen} \left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [D] Todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).

[B] (I) e (III).

[C] (II) e (III).

[D] (I) e (II).

[E] (III).

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

[A] (I) e (IV).

■ (II) e (IV).

[C] (II) e (III).

[D] (I) e (II).

[E] (III) e (IV).

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\frac{9}{4}$.
- [B] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [C] ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [E] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 10 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [B] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [D] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [B] Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [D] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 12 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [B] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [D] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [E] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

+28/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- D A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- E A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- B (I) e (III).
- C (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).
- E (II) e (IV).

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 6 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\frac{9}{4}$.

■ $\frac{3}{2}$.

C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

E ∞.

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (II) e (III).
- C (I) e (II).
- [redacted] (I).
- E (I) e (III).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\text{sen}\,(n) - \text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[redacted] Apenas (I) e (II).

B Apenas (II).

C Todas as séries (I), (II), (III).

D Apenas (II) e (III).

E Apenas (I) e (III).

Questão 10 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots\cdot(3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (II) e (IV).

[redacted] Apenas (I) e (III).

C Apenas (III).

D Todas são falsas.

E Apenas (IV).

Questão 11 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha < 0$.

B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

A (I) e (II).

B (I) e (IV).

C (II) e (III).

D (III) e (IV).

[redacted] (II) e (IV).

+29/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A ∞.
- B $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (III) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- C (I) e (IV).
- D (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Apenas (II) e (IV).
- [B] Apenas (IV).
- [C] Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).
- [E] Apenas (III).

Questão 4 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 5 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (I) e (III).
- ■ (I).
- D (I) e (II).
- E (II) e (III).

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- C (I) e (III).
- D (II) e (IV).
- E (III) e (IV).

Questão 7 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1) \right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n \, n!}{n^n} \right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[A] Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

[C] Apenas (I) e (III).

[D] Apenas (II).

[E] Apenas (II) e (III).

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[B] Todas as afirmações são verdadeiras.

[C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[E] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

+30/9/2+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Identificação

Nome: ________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Instruções

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (II) e (IV).
- B Apenas (IV).
- C Apenas (III).
- D Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).
B (II) e (III).
C (I) e (II).
D (I) e (IV).
E (III) e (IV).

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^{2}}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \left(\frac{2^{n}\, n!}{n^{n}}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries são divergentes.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>\frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>\frac{1}{2}$.

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

C ∞.

D $\frac{9}{4}$.

■ $\frac{3}{2}$.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (II).

B (I) e (III).

C (III) e (IV).

■ (II) e (III).

E (II) e (IV).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[redacted] Apenas (I) e (II).

B Apenas (II).

C Todas as séries (I), (II), (III).

D Apenas (I) e (III).

E Apenas (II) e (III).

Questão 12 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (III).

B (II) e (III).

C (I) e (III).

[redacted] (I).

E (I) e (II).

+31/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 2 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Todas as afirmações são verdadeiras.
- B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha = 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

[redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

D A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).

B (I) e (III).

C (III).

[redacted] (I).

E (I) e (II).

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (IV).
- B Todas são falsas.
- C Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- E Apenas (II) e (IV).

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Todas as séries (I), (II), (III).
- B Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).
- D Apenas (II) e (III).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 11 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

B (II) e (IV).

C (I) e (III).

■ (II) e (III).

E (I) e (II).

Questão 12 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

+32/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).

B (I) e (II).

C (III) e (IV).

D (II) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [C] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [D] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Todas as séries (I), (II), (III).
- [B] Apenas (I) e (III).
- [C] Apenas (II) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- [E] Apenas (II).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [B] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [E] Ambas as séries são divergentes.

Questão 8 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] ∞.
- [E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

- [A] (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- [C] (III) e (IV).
- [D] (II) e (III).
- [E] (I) e (II).

Questão 10 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [C] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [D] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [E] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (I) e (II).
- C (II) e (III).
- ■ (I).
- E (I) e (III).

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (IV).
- B Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Todas são falsas.
- E Apenas (II) e (IV).

+33/9/32+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 2 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [B] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 4 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [E] ∞.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

[B] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

[C] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

[D] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

[E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

[A] (III) e (IV).

■ (II) e (III).

[C] (II) e (IV).

[D] (I) e (III).

[E] (I) e (II).

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- D Apenas (II).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- ■ Apenas (I) e (III).
- B Apenas (II) e (IV).
- C Apenas (III).
- D Todas são falsas.
- E Apenas (IV).

Questão 9 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Todas as afirmações são verdadeiras.

[B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[C] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[B] Ambas as séries são divergentes.

[C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

[D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 12 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- ■ (I).
- B (I) e (II).
- C (I) e (III).
- D (III).
- E (II) e (III).

+34/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (I) e (II).

■ (II) e (III).

D (III) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

■ Apenas (I) e (II).

C Apenas (II) e (III).

D Apenas (I) e (III).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

[A] Apenas (IV).
[B] Apenas (III).
[C] Apenas (II) e (IV).
■ Apenas (I) e (III).
[E] Todas são falsas.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
[C] Todas as afirmações são verdadeiras.
[D] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
[E] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 5 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E ∞.

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- D A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (II) e (III).

C (I) e (II).

D (I) e (IV).

E (III) e (IV).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

C A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

E Ambas as séries são divergentes.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{2^n\ n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

[redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).

B (II) e (III).

[redacted] (I).

D (III).

E (I) e (II).

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 12 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [B] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [C] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [D] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [E] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

+35/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (I) e (III).

B Apenas (II).

C Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 3 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (I) e (II).
- [B] (III).
- [C] (II) e (III).
- ■ (I).
- [E] (I) e (III).

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [D] Todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [B] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [C] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [D] Ambas as séries são divergentes.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 7 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

[A] Apenas (III).
[B] Apenas (II) e (IV).
[C] Apenas (IV).
■ Apenas (I) e (III).
[E] Todas são falsas.

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

[A] (III) e (IV).
■ (II) e (III).
[C] (I) e (III).
[D] (II) e (IV).
[E] (I) e (II).

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [C] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 10 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\frac{9}{4}$.
- [B] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [C] ∞.
- [D] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (II) e (III).
- ■ (II) e (IV).
- D (III) e (IV).
- E (I) e (IV).

Questão 12 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- B A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

+36/9/2+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.

2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.

3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .

4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.

5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.

6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.

7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (II).

B (I) e (III).

C (II) e (III).

■ (I).

E (III).

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

■ Apenas (I) e (III).

C Apenas (IV).

D Apenas (II) e (IV).

E Todas são falsas.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[redacted] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 4 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.

B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[B] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

[D] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

[E] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

[A] (I) e (II).

[B] (I) e (III).

[C] (III) e (IV).

■ (II) e (III).

[E] (II) e (IV).

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{\text{D}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 8 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- $\boxed{\text{B}}$ Todas as afirmações são verdadeiras.
- $\boxed{\text{C}}$ Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- $\boxed{\text{D}}$ Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- [redacted] Apenas (I) e (II).
- C Apenas (I) e (III).
- D Apenas (II).
- E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (III) e (IV).
- C (II) e (III).
- D (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).

Questão 12 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- ■ $\frac{3}{2}$.
- B $\frac{9}{4}$.
- C ∞.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- E $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

+37/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (I) e (III).
- C (II) e (III).
- ■ (I).
- E (I) e (II).

Questão 2 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^p}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 3 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.
B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 4 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\big((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).
B (I) e (II).
C (I) e (III).
D (III) e (IV).
■ (II) e (III).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

E A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha < 0$.

B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

C A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

D A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[redacted] $\frac{3}{2}$.

B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E ∞.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Todas são falsas.

B Apenas (IV).

[redacted] Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (IV).

E Apenas (III).

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B Ambas as séries são divergentes.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Tipo 38 : Página 8

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).
- C (III) e (IV).
- D (I) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Apenas (II).
- C Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- E Apenas (I) e (III).

+38/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- $\boxed{\text{A}}$ (III) e (IV).
- $\boxed{\text{B}}$ (I) e (II).
- $\boxed{\text{C}}$ (II) e (III).
- $\boxed{\text{D}}$ (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- $\boxed{\text{D}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{\text{E}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\frac{9}{4}$.

B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

■ $\frac{3}{2}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E ∞.

Questão 4 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

D A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 5 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Apenas (II) e (IV).
- [B] Apenas (III).
- [C] Apenas (IV).
- [D] Todas são falsas.
- ■ Apenas (I) e (III).

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (III).
- [B] (I) e (III).
- ■ (I).
- [D] (I) e (II).
- [E] (II) e (III).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [D] Ambas as séries são divergentes.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- B (II) e (IV).
- C (I) e (III).
- D (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[redacted] Apenas (I) e (II).

B Apenas (I) e (III).

C Apenas (II) e (III).

D Todas as séries (I), (II), (III).

E Apenas (II).

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: ■ B C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [D] Apenas (IV).
- [E] Apenas (II) e (IV).

Questão 2 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [E] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 3 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- $\boxed{A}$ (I) e (IV).
- $\boxed{B}$ (III) e (IV).
- $\boxed{C}$ (II) e (III).
- ■ (II) e (IV).
- $\boxed{E}$ (I) e (II).

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- $\boxed{B}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- $\boxed{C}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{D}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- $\boxed{E}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 5 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

■ (II) e (III).

C (II) e (IV).

D (I) e (II).

E (I) e (III).

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (III).

B (I) e (III).

C (II) e (III).

■ (I).

E (I) e (II).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \le 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \le 1$.
- [redacted] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \le 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Apenas (II).
- [redacted] Apenas (I) e (II).
- D Todas as séries (I), (II), (III).
- E Apenas (I) e (III).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 11 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- C $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E ∞.

Questão 12 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

+40/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- C (II) e (III).
- D (I) e (II).
- E (III) e (IV).

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- ■ (II) e (III).
- C (II) e (IV).
- D (III) e (IV).
- E (I) e (II).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (III).
- B Apenas (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Todas são falsas.
- E Apenas (II) e (IV).

Questão 4 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (I) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

C Todas as séries (I), (II), (III).

D Apenas (II).

E Apenas (II) e (III).

Questão 7 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

[B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

[D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

[E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 8 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

[B] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

[C] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

[D] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

[E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 9 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\text{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- ■ (I).
- B (II) e (III).
- C (III).
- D (I) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 12 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- E ∞.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots\cdot(3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Todas são falsas.
- B Apenas (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Apenas (II) e (IV).
- E Apenas (III).

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

$\boxed{\text{A}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

$\boxed{\text{B}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.

$\boxed{\text{C}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{D}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

$\boxed{\text{A}}$ (I) e (II).

$\boxed{\text{B}}$ (II) e (III).

■ (I).

$\boxed{\text{D}}$ (III).

$\boxed{\text{E}}$ (I) e (III).

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (III) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (II) e (IV).
- B (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- D (I) e (III).
- E (III) e (IV).

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- [D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [C] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [D] ∞.
- [E] $\frac{9}{4}$.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [B] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [D] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[redacted] Apenas (I) e (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

E Apenas (II).

Questão 12 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

D Todas as afirmações são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

+42/9/2+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A ■ C D E

+42/10/1+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- B (I) e (II).
- C (II) e (III).
- D (I) e (III).
- ■ (I).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 3 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 5 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).

B (I) e (II).

■ (II) e (III).

D (III) e (IV).

E (II) e (IV).

Questão 7 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- C Apenas (IV).
- D Apenas (II) e (IV).
- E Todas são falsas.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).
B (II) e (III).
C (I) e (II).
D (III) e (IV).
E (I) e (IV).

Questão 10 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.
B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
D ∞.
E $\frac{9}{4}$.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- [C] Apenas (I) e (III).
- [D] Apenas (II).
- [E] Apenas (II) e (III).

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\text{sen}\,(n)-\text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [E] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

+43/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

■ Apenas (I) e (III).
B Apenas (II) e (IV).
C Apenas (III).
D Todas são falsas.
E Apenas (IV).

Questão 2 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
C Todas as afirmações são verdadeiras.
D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 3 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (III).
- ■ (I).
- D (I) e (II).
- E (II) e (III).

Questão 4 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- D $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

B Ambas as séries são divergentes.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

A (I) e (IV).

B (II) e (III).

■ (II) e (IV).

D (III) e (IV).

E (I) e (II).

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- B A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- B (II) e (IV).
- C (III) e (IV).
- ■ (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 9 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{A}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- $\boxed{C}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- $\boxed{D}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- $\boxed{E}$ A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- $\boxed{A}$ Apenas (I) e (III).
- $\boxed{B}$ Apenas (II) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- $\boxed{D}$ Todas as séries (I), (II), (III).
- $\boxed{E}$ Apenas (II).

Questão 11 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\mathrm{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

+44/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ____________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- $\boxed{\text{B}}$ A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- $\boxed{\text{C}}$ A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 2 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- $\boxed{\text{A}}$ $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- $\boxed{\text{C}}$ ∞.
- $\boxed{\text{D}}$ $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\frac{9}{4}$.

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (II).

■ (I).

C (I) e (III).

D (II) e (III).

E (III).

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Todas as afirmações são verdadeiras.

[B] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[D] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[E] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

[B] (I) e (IV).

[C] (III) e (IV).

[D] (II) e (III).

[E] (I) e (II).

Questão 7 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- [D] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [E] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

B (I) e (III).

■ (II) e (III).

D (I) e (II).

E (II) e (IV).

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Todas são falsas.
B Apenas (III).
C Apenas (IV).
■ Apenas (I) e (III).
E Apenas (II) e (IV).

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Todas as séries (I), (II), (III).
B Apenas (I) e (III).
C Apenas (II) e (III).
■ Apenas (I) e (II).
E Apenas (II).

+45/9/32+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- D Ambas as séries são divergentes.
- E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 2 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>\frac{1}{2}$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p\leq 1$.
- [redacted] A série (A) é convergente se, e somente se, $p>1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p>\frac{1}{2}$.

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 4 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série converge se e só se $\alpha < 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 5 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- E (II) e (IV).

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (II).
- B (II) e (III).
- ■ (I).
- D (III).
- E (I) e (III).

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Apenas (I) e (III).
- [B] Apenas (II).
- [C] Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- [E] Apenas (II) e (III).

Questão 8 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [B] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [C] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [D] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (III) e (IV).
- B (II) e (III).
- ■ (II) e (IV).
- D (I) e (IV).
- E (I) e (II).

Questão 10 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot(3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (IV).
- B Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Todas são falsas.
- E Apenas (III).

Questão 11 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [B] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [C] Todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 12 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\frac{9}{4}$.
- [B] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] ∞.
- [E] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

+46/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- [A] Apenas (II).
- [B] Apenas (I) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- [D] Apenas (II) e (III).
- [E] Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 3 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 4 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- D ∞.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 6 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

B As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Todas são falsas.
- B Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Apenas (II) e (IV).
- E Apenas (IV).

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [B] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] Ambas as séries são divergentes.
- [D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

- [redacted] (II) e (IV).
- [B] (I) e (IV).
- [C] (II) e (III).
- [D] (I) e (II).
- [E] (III) e (IV).

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).
B (I) e (III).
C (I) e (II).
■ (I).
E (III).

Questão 12 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).
B (I) e (II).
■ (II) e (III).
D (I) e (III).
E (III) e (IV).

+47/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A ■ C D E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{2^n \, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

Questão 3 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 4 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

■ (II) e (III).

C (I) e (III).

D (I) e (II).

E (II) e (IV).

Questão 5 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (IV).

B Apenas (III).

C Apenas (II) e (IV).

D Todas são falsas.

■ Apenas (I) e (III).

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).

B (III).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

■ (I).

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (III) e (IV).

C (I) e (IV).

D (I) e (II).

E (II) e (III).

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B $\frac{9}{4}$.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E ∞.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- C A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

C Ambas as séries são divergentes.

D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: ■ B C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Todas as séries (I), (II), (III).
- B Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).
- D Apenas (I) e (III).
- E Apenas (II) e (III).

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- C A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

D Ambas as séries são divergentes.

E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 4 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

B (I) e (III).

■ (II) e (III).

D (II) e (IV).

E (I) e (II).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [B] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [D] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [E] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 6 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [D] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (II) e (III).
- B (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (I) e (II).
- E (III) e (IV).

Questão 8 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (III).
- ■ (I).
- C (II) e (III).
- D (I) e (II).
- E (I) e (III).

Questão 9 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [E] ∞.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [B] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [C] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [D] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [E] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot ... \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

C Apenas (IV).

D Todas são falsas.

E Apenas (III).

Questão 12 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha < 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

C A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

D A série converge se e só se $\alpha = 1$.

E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

A (I) e (IV).

■ (II) e (IV).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- C A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- E Ambas as séries são divergentes.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Todas as séries (I), (II), (III).
- C Apenas (II).
- D Apenas (I) e (III).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 5 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- C (III) e (IV).
- D (II) e (IV).
- E (I) e (III).

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (III).

B (II) e (III).

C (III).

D (I) e (II).

[redacted] (I).

Questão 8 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A ∞.

B $\frac{9}{4}$.

[redacted] $\frac{3}{2}$.

D $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 9 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 10 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B Todas as afirmações são verdadeiras.
- C Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 11 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

[C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

[E] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

[A] Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

[C] Todas são falsas.

[D] Apenas (IV).

[E] Apenas (III).

+50/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (III) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 2 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- D ∞.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

[B] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

[C] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

[E] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Todas as afirmações são verdadeiras.

[B] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[C] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[D] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\dfrac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 6 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

■ Apenas (I) e (III).

C Todas são falsas.

D Apenas (II) e (IV).

E Apenas (IV).

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.

C A série converge se e só se $\alpha = 1$.

D A série converge se e só se $\alpha < 0$.

E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\text{sen}\,(n)-\text{sen}\,(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.

B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

D A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).
■ (II) e (III).
C (I) e (II).
D (III) e (IV).
E (II) e (IV).

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

[B] Apenas (II) e (III).

[C] Apenas (II).

[D] Todas as séries (I), (II), (III).

[E] Apenas (I) e (III).

Questão 12 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

■ (I).

[B] (I) e (III).

[C] (I) e (II).

[D] (II) e (III).

[E] (III).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01:	A	B	■	D	E
Questão 02:	A	■	C	D	E
Questão 03:	A	B	C	■	E
Questão 04:	A	B	C	D	■
Questão 05:	A	■	C	D	E
Questão 06:	A	■	C	D	E
Questão 07:	A	■	C	D	E
Questão 08:	A	B	C	D	■
Questão 09:	A	■	C	D	E
Questão 10:	■	B	C	D	E
Questão 11:	■	B	C	D	E
Questão 12:	■	B	C	D	E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [B] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [C] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [E] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- [A] (II) e (III).
- [B] (III) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- [D] (I) e (II).
- [E] (I) e (IV).

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Todas são falsas.

B Apenas (IV).

C Apenas (III).

■ Apenas (I) e (III).

E Apenas (II) e (IV).

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (III).

B (II) e (III).

■ (I).

D (I) e (III).

E (I) e (II).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.

B A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

C A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 6 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha = 1$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

C A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

D A série converge se e só se $\alpha < 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 8 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- ■ Apenas (I) e (II).
- B Apenas (I) e (III).
- C Todas as séries (I), (II), (III).
- D Apenas (II) e (III).
- E Apenas (II).

Questão 9 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\text{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).

B (II) e (IV).

C (III) e (IV).

D (I) e (III).

E (I) e (II).

Questão 11 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Todas as afirmações são verdadeiras.

[B] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[E] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 12 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[A] $\frac{9}{4}$.

[B] ∞.

[C] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

■ $\frac{3}{2}$.

[E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: [A] [B] [C] ■ [E]

Questão 02: [A] [B] ■ [D] [E]

Questão 03: [A] [B] [C] ■ [E]

Questão 04: [A] [B] ■ [D] [E]

Questão 05: [A] [B] [C] ■ [E]

Questão 06: [A] [B] [C] [D] ■

Questão 07: [A] ■ [C] [D] [E]

Questão 08: ■ [B] [C] [D] [E]

Questão 09: ■ [B] [C] [D] [E]

Questão 10: ■ [B] [C] [D] [E]

Questão 11: [A] [B] ■ [D] [E]

Questão 12: [A] [B] [C] ■ [E]

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

■ Apenas (I) e (III).

B Apenas (III).

C Apenas (IV).

D Apenas (II) e (IV).

E Todas são falsas.

Questão 2 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

A (III) e (IV).

■ (II) e (IV).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

E (I) e (IV).

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

[A] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

[B] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

[D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[E] Ambas as séries são divergentes.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[A] Apenas (II) e (III).

[B] Apenas (II).

[C] Apenas (I) e (III).

[D] Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 5 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D Todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- ■ (I).
- B (II) e (III).
- C (I) e (III).
- D (III).
- E (I) e (II).

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- $\boxed{\text{A}}$ $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- $\boxed{\text{E}}$ ∞.

Questão 8 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- $\boxed{\text{B}}$ A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- $\boxed{\text{C}}$ As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- $\boxed{\text{D}}$ A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (III).
B (I) e (II).
[redacted] (II) e (III).
D (II) e (IV).
E (III) e (IV).

Questão 10 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[redacted] A série converge se e só se $\alpha > 1$.
B A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
C A série converge se e só se $\alpha = 1$.
D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
E A série converge se e só se $\alpha < 0$.

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- [B] Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- [C] Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- [D] A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

+53/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

■ (II) e (III).

C (I) e (II).

D (I) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- [C] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [D] Todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

[redacted] $\frac{3}{2}$.

B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

E ∞.

Questão 6 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- [redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 8 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [redacted] (I).
- B (I) e (III).
- C (I) e (II).
- D (III).
- E (II) e (III).

Questão 9 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries são divergentes.
- B A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^{2}}$

São convergentes:

- ■ (II) e (IV).
- B (I) e (IV).
- C (III) e (IV).
- D (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Apenas (I) e (III).
- C Apenas (II).
- D Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot(3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (III).
- B Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- D Todas são falsas.
- E Apenas (IV).

+54/9/2+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

■ Apenas (I) e (III).

B Apenas (III).

C Apenas (IV).

D Apenas (II) e (IV).

E Todas são falsas.

Questão 2 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{1}{n^p} \right) \right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 3 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

[redacted] (I).

B (I) e (III).

C (III).

D (II) e (III).

E (I) e (II).

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\mathrm{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- E A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).
- C Apenas (I) e (III).
- D Apenas (II) e (III).
- E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 7 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B $\frac{9}{4}$.
- C ∞.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 8 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (III) e (IV).
- B (I) e (III).
- C (I) e (II).
- D (II) e (IV).
- ■ (II) e (III).

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- B (I) e (IV).
- C (II) e (III).
- [redacted] (II) e (IV).
- E (III) e (IV).

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- [redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 11 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

[B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

[D] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

[E] Ambas as séries são divergentes.

Questão 12 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

[B] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

[C] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

[D] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

[E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: ■ B C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A ■ C D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: ■ B C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 2 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- C ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 3 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (I) e (II).
- C (II) e (III).
- D (III) e (IV).
- [redacted] (II) e (IV).

Questão 4 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (II).
- [redacted] (I).
- C (III).
- D (I) e (III).
- E (II) e (III).

Questão 5 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

D As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 6 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Todas são falsas.

B Apenas (II) e (IV).

C Apenas (III).

■ Apenas (I) e (III).

E Apenas (IV).

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- C A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- D A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- E A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 9 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

B Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

C Todas as afirmações são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 10 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

■ (II) e (III).

B (II) e (IV).

C (I) e (II).

D (III) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).
B Apenas (II) e (III).
C Apenas (I) e (III).
D Todas as séries (I), (II), (III).
E Apenas (II).

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\text{sen}\,(n)-\text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries são divergentes.
B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

+56/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (II).

B (II) e (IV).

C (III) e (IV).

■ (II) e (III).

E (I) e (III).

Questão 2 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\frac{9}{4}$.
- B ∞.
- C $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.

Questão 4 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- C Apenas (IV).
- D Apenas (III).
- E Todas são falsas.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty}(\text{sen}\,(n)-\text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [■] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [D] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [E] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [■] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

Questão 7 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- B A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- C As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 8 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1/2 + \cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[A] Todas as séries (I), (II), (III).

[B] Apenas (II).

[C] Apenas (II) e (III).

■ Apenas (I) e (II).

[E] Apenas (I) e (III).

Questão 10 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

[A] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

[B] A série converge se e só se $\alpha < 0$.

[C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

[E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (II) e (III).
- [B] (III).
- [C] (I) e (II).
- [D] (I) e (III).
- ■ (I).

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\dfrac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- [A] (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).
- [C] (I) e (IV).
- [D] (III) e (IV).
- [E] (II) e (III).

+57/9/32+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A ■ C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] ∞.
- [B] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [redacted] $\frac{3}{2}$.
- [D] $\frac{9}{4}$.
- [E] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

Questão 2 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [C] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [D] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [E] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

Questão 3 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

B A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

[redacted] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

D A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

E Ambas as séries são divergentes.

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (I) e (III).

D Apenas (II) e (III).

[redacted] Apenas (I) e (II).

Questão 5 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série converge se e só se $\alpha < 0$.

B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

D A série converge se e só se $\alpha = 1$.

E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 6 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

B (I) e (III).

■ (II) e (III).

D (I) e (II).

E (II) e (IV).

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (I) e (III).
- B (II) e (III).
- C (I) e (II).
- ■ (I).
- E (III).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\dfrac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 9 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

B Todas as afirmações são verdadeiras.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 11 Considere as séries:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

A (I) e (IV).

B (III) e (IV).

C (I) e (II).

D (II) e (III).

■ (II) e (IV).

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).

B Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

D Todas são falsas.

E Apenas (IV).

+58/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- B ∞.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- E $\frac{9}{4}$.

Questão 2 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \text{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- D A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 3 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

■ Apenas (I) e (II).

B Todas as séries (I), (II), (III).

C Apenas (II) e (III).

D Apenas (II).

E Apenas (I) e (III).

Questão 4 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

C Todas são falsas.

D Apenas (IV).

E Apenas (III).

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- B Ambas as séries são divergentes.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- E A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- C A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- D Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).
B (III) e (IV).
C (II) e (III).
D (I) e (II).
E (I) e (IV).

Questão 8 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
B Todas as afirmações são verdadeiras.
■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
D Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
E Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (I) e (II).

■ (II) e (III).

C (III) e (IV).

D (I) e (III).

E (II) e (IV).

Questão 10 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 11 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).
B (I) e (II).
C (I) e (III).
■ (I).
E (III).

Questão 12 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
C A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
E A série converge se e só se $\alpha = 1$.

+59/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01:	A	B	■	D	E
Questão 02:	A	■	C	D	E
Questão 03:	■	B	C	D	E
Questão 04:	A	■	C	D	E
Questão 05:	A	B	C	■	E
Questão 06:	A	■	C	D	E

Questão 07:	■	B	C	D	E
Questão 08:	A	B	■	D	E
Questão 09:	A	■	C	D	E
Questão 10:	A	B	C	D	■
Questão 11:	A	B	C	■	E
Questão 12:	A	■	C	D	E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (II) e (III).

B Apenas (I) e (III).

C Apenas (II).

■ Apenas (I) e (II).

E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 2 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (I) e (III).

C (I) e (II).

■ (II) e (III).

E (III) e (IV).

Questão 3 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [E] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [C] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [D] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [E] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- [B] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [C] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}>1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (III).
- [B] (II) e (III).
- ■ (I).
- [D] (I) e (III).
- [E] (I) e (II).

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

- A (III) e (IV).
- B (I) e (IV).
- ■ (II) e (IV).
- D (II) e (III).
- E (I) e (II).

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^{2}}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \left(\frac{2^{n}\, n!}{n^{n}}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- C Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 9 Seja $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- D $\frac{9}{4}$.
- E ∞.

Questão 10 Considere as séries:

(A) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- C A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- D A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- E As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 12 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Todas são falsas.

B Apenas (III).

C Apenas (IV).

D Apenas (II) e (IV).

■ Apenas (I) e (III).

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: A ■ C D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\text{sen}\,(n) - \text{sen}\,(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [D] Ambas as séries são divergentes.
- [E] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

Questão 2 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- [A] Todas são falsas.
- [B] Apenas (III).
- ■ Apenas (I) e (III).
- [D] Apenas (IV).
- [E] Apenas (II) e (IV).

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

[A] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

[B] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

[D] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

[E] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

[A] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[B] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

[C] Todas as afirmações são verdadeiras.

[D] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II) e (III).
- B Todas as séries (I), (II), (III).
- C Apenas (I) e (III).
- D Apenas (II).
- ■ Apenas (I) e (II).

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- ■ (II) e (IV).
- B (II) e (III).
- C (III) e (IV).
- D (I) e (IV).
- E (I) e (II).

Questão 7 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- [A] (I) e (II).
- [B] (III).
- [C] (I) e (III).
- ■ (I).
- [E] (II) e (III).

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^p}$

(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 9 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- B A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- D A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- E A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n \, n!}{n^n} \right)$

Podemos afirmar que:

- A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 11 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (II) e (IV).

B (I) e (III).

C (III) e (IV).

■ (II) e (III).

E (I) e (II).

Questão 12 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

B ∞.

C $\frac{9}{4}$.

■ $\frac{3}{2}$.

E $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

+61/9/52+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B C ■ E

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B ■ D E

Questão 10: A ■ C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ________________________________

Questão 1 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

E Todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 2 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

A A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

B A série converge se e só se $\alpha = 1$.

C A série converge se e só se $\alpha < 0$.

D A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 3 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

C $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

D ∞.

E $\frac{9}{4}$.

Questão 4 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

E A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

Questão 5 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2^n\,n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

B A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

E A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

Questão 6 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (I) e (II).

B (II) e (III).

C (I) e (III).

■ (I).

E (III).

Questão 7 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [B] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [C] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.
- [D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

Questão 8 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1)\right)$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [B] Ambas as séries são divergentes.
- [C] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [D] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- [E] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 9 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (III).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (II).
- ■ (II) e (III).
- E (II) e (IV).

Questão 10 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (II).
- B Todas as séries (I), (II), (III).
- ■ Apenas (I) e (II).
- D Apenas (I) e (III).
- E Apenas (II) e (III).

Questão 11 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- C Apenas (IV).
- D Apenas (III).
- E Todas são falsas.

Questão 12 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).
- C (I) e (IV).
- D (III) e (IV).
- E (II) e (III).

+62/9/42+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: ■ B C D E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____________________________________

Questão 1 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [B] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [redacted] As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [D] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- [E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 2 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- [C] ∞.
- [redacted] $\frac{3}{2}$.
- [E] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Questão 3 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- A Todas são falsas.
- B Apenas (III).
- C Apenas (II) e (IV).
- ■ Apenas (I) e (III).
- E Apenas (IV).

Questão 4 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\left(\ln(n)\right)^2}$

São convergentes:

- A (I) e (IV).
- B (III) e (IV).
- C (I) e (II).
- ■ (II) e (IV).
- E (II) e (III).

Questão 5 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

- A (II) e (III).
- B (I) e (III).
- ■ (I).
- D (I) e (II).
- E (III).

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

- A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
- B Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.
- C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
- ■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
- E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 7 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

A Apenas (I) e (III).

B Apenas (II) e (III).

C Apenas (II).

D Todas as séries (I), (II), (III).

■ Apenas (I) e (II).

Questão 8 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

A Todas as afirmações são verdadeiras.

■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

E Apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 9 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- A: A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- B: A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- C: A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- D: A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.

Questão 10 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- B: Ambas as séries são divergentes.
- C: A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- D: A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.
- E: A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 11 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\,\text{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

A (III) e (IV).

[redacted] (II) e (III).

C (I) e (II).

D (II) e (IV).

E (I) e (III).

Questão 12 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

B A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

C A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.

D A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.

[redacted] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

+63/9/32+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B ■ D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A ■ C D E

Questão 09: A B C D ■

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C D ■

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^n \, n!}{n^n} \right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.

■ A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.

C Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

D A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.

E Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.

Questão 2 Considere as séries:

(A) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(B) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

(C) $\sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{sen}(n) \left(\frac{1}{n(\ln(n))^3} \right)$

Podemos afirmar que:

A As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.

C A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.

D A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.

E A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.

Questão 3 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

- A Apenas (I) e (III).
- [redacted] Apenas (I) e (II).
- C Apenas (II).
- D Apenas (II) e (III).
- E Todas as séries (I), (II), (III).

Questão 4 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- A Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C Todas as afirmações são verdadeiras.
- D Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [redacted] Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2-1)\,\mathrm{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- A (I) e (II).
- B (II) e (IV).
- C (III) e (IV).
- D (I) e (III).
- ■ (II) e (III).

Questão 6 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^n}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^2}$

São convergentes:

- A (III) e (IV).
- B (II) e (III).
- ■ (II) e (IV).
- D (I) e (IV).
- E (I) e (II).

Questão 7 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [D] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- [E] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.

Questão 8 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\text{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [B] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.

Questão 9 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{3^n} n^2 x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)} x^n$,

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, (B) diverge para $x > 3/2$.

(II) (A) converge para $-3 < x < 3$, (B) diverge para $x > 3/2$ e $x < -3/2$.

(III) (A) diverge para $x > \sqrt{3}$, (B) diverge para $x < -3/2$.

(IV) (A) converge para $x > 3$, (B) converge para $-3/2 < x < 3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

A Apenas (III).
B Apenas (II) e (IV).
C Apenas (IV).
■ Apenas (I) e (III).
E Todas são falsas.

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).
B (III).
■ (I).
D (I) e (III).
E (I) e (II).

Questão 11 Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

■ $\frac{3}{2}$.

B $\sqrt{\frac{11}{7}}$.

C $\frac{9}{4}$.

D $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

E ∞.

Questão 12 Considere as seguintes séries:

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\sum_{n=0}^{\infty} (\operatorname{sen}(n) - \operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.

■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.

C Ambas as séries são divergentes.

D A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

E A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.

+64/9/22+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A ■ C D E

Questão 04: A B C D ■

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: ■ B C D E

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Podemos afirmar que:

- [A] A série converge se e só se $\alpha < 0$.
- [B] A série diverge se e só se $\alpha > 0$.
- [C] A série converge se e só se $\alpha = 1$.
- ■ A série converge se e só se $\alpha > 1$.
- [E] A série diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Questão 2 Seja a_n a sequência numérica definida por $a_0 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$. Considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é sequência monótona crescente.

(II) a_n é limitada superiormente por 3.

(III) $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

Podemos afirmar que:

- [A] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [B] Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [C] Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [E] Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Questão 3 Considere as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

(C) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\operatorname{sen}(n)\left(\frac{1}{n(\ln(n))^3}\right)$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente, a série (B) é convergente, e a série (C) é divergente.
- ■ As três séries (A), (B) e (C) são convergentes.
- [C] A série (A) é divergente e ambas as séries (B) e (C) são convergentes.
- [D] A série (A) é divergente, a série (B) é condicionalmente convergente e a série (C) é divergente.
- [E] As três séries (A), (B) e (C) são divergentes.

Questão 4 Seja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente e

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2 + 9}}{\sqrt{3a_n + 4}}.$$

Podemos afirmar que o valor de L é:

- [A] $\sqrt{\frac{11}{7}}$.
- [B] $\frac{9}{4}$.
- ■ $\frac{3}{2}$.
- [D] $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- [E] ∞.

Questão 5 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1/2+\cos n}{n^3}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{5^n}$

Podemos afirmar que convergem absolutamente:

[redacted] Apenas (I) e (II).
B Apenas (I) e (III).
C Apenas (II).
D Todas as séries (I), (II), (III).
E Apenas (II) e (III).

Questão 6 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{n^2}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{2^n\, n!}{n^n}\right)$

Podemos afirmar que:

A A série (A) é absolutamente convergente e a série (B) é divergente.
B Ambas as séries (A) e (B) são absolutamente convergentes.
C A série (A) é divergente e a série (B) é condicionalmente convergente.
[redacted] A série (A) é divergente e a série (B) é absolutamente convergente.
E Ambas as séries (A) e (B) são divergentes.

Questão 7 Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

(B) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\operatorname{sen}(n)-\operatorname{sen}(n+1))$

Podemos afirmar que:

- [A] Ambas as séries são divergentes.
- ■ A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é divergente.
- [C] A série (A) é convergente com soma 0 e a série (B) é convergente com soma 1.
- [D] A série (A) é divergente e a série (B) é convergente com soma 0.
- [E] A série (A) é convergente com soma 1 e a série (B) é convergente com soma 0.

Questão 8 Dadas as séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{3^n}n^2x^{2n}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}x^n,$

considere as afirmações:

(I) (A) converge para $-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$, (B) diverge para $x>3/2$.

(II) (A) converge para $-3<x<3$, (B) diverge para $x>3/2$ e $x<-3/2$.

(III) (A) diverge para $x>\sqrt{3}$, (B) diverge para $x<-3/2$.

(IV) (A) converge para $x>3$, (B) converge para $-3/2<x<3/2$.

Podemos afirmar que são corretas:

- ■ Apenas (I) e (III).
- [B] Todas são falsas.
- [C] Apenas (II) e (IV).
- [D] Apenas (III).
- [E] Apenas (IV).

Questão 9 Considere as séries:

(I) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

(II) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos(n)}{e^{n}}$

(III) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$

(IV) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln(n))^{2}}$

São convergentes:

■ (II) e (IV).

B (I) e (IV).

C (III) e (IV).

D (II) e (III).

E (I) e (II).

Questão 10 Seja $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ uma série numérica. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

(II) Se $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.

(III) Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge então $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ converge.

Podemos afirmar que são corretas apenas as alternativas:

A (II) e (III).

B (III).

C (I) e (II).

■ (I).

E (I) e (III).

Questão 11 Seja p um número real positivo. Considere as seguintes séries:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right)\right)^2$

Podemos afirmar que:

- [A] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 1$.
- ■ A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.
- [C] A série (A) é convergente se, e somente se, $p > 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > 2$.
- [D] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$.
- [E] A série (A) é convergente se, e somente se, $p \leq 1$ e a série (B) é convergente se, e somente se, $p > \frac{1}{2}$.

Questão 12 Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de reais e considere as seguintes afirmações:

(I) Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são ambas divergentes então $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

(II) Se a_n é convergente, então a_n é limitada.

(III) Se a_n é crescente e diverge então $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

(IV) Se $\lim_{n\to\infty} a_n^2 = 1$ então $\left((a_n^2 - 1)\operatorname{sen}(a_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ pode divergir.

São verdadeiras as afirmações :

- [A] (I) e (III).
- [B] (III) e (IV).
- [C] (II) e (IV).
- ■ (II) e (III).
- [E] (I) e (II).

+65/9/12+

MAT 2456 — Cálculo Diferencial e Integral IV — EP–USP

Primeira Prova — 10/09/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ____________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A ■ C D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E