

**MAT2456 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV**  
**Escola Politécnica - 1<sup>a</sup> Prova - 11/09/2018**

Tipo A

Nome : \_\_\_\_\_

N<sup>o</sup>USP : \_\_\_\_\_

Professor(a) : \_\_\_\_\_ Turma : \_\_\_\_\_

**Instruções:**

- Cada questão possui uma única alternativa correta;
- **Assinale a caneta no quadro abaixo as respostas de cada questão;**
- Não serão analisadas respostas das questões nas demais folhas;
- O gabarito do aluno (última folha) pode ser levado para casa. **As demais folhas devem ser entregues!**

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
<b>NOTA</b>	



**1ª Questão:** Sejam  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  e  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  seqüências numéricas e considere as seguintes afirmações:

- I) Se  $a_n \rightarrow a$  e  $a_n > 0$  então  $a > 0$ .
- II) Se  $(a_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  e  $(a_n - b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  são convergentes então  $(a_n \cdot b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  é convergente.
- III) Se  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  é decrescente e  $(-1)^n a_n$  converge então  $a_n \rightarrow 0$ .

São afirmações corretas:

- a) apenas (II).
- b) apenas (III).
- c) apenas (II) e (III).
- d) (I), (II) e (III).

**2ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^p \frac{n!}{n^n},$$

onde  $p \in \mathbb{R}$ .

Quanto a sua convergência, é correto afirmar que:

- a) a série diverge se e somente se  $p \geq 1$ .
- b) a série diverge para todo  $p \in \mathbb{R}$ .
- c) a série converge se e somente se  $p < 0$ .
- d) a série converge para todo  $p \in \mathbb{R}$ .

**3ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{4^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n^2}}.$$

O conjunto dos valores de  $x \in \mathbb{R}$  para os quais a série converge é:

- a)  $[2 - 2e, 0]$ .
- b)  $]2 - 2e, 2 + 2e[$ .
- c)  $]2 - 4e^2, 2 + 4e^2[$ .
- d)  $[2 - 4e^2, +\infty[$ .

**4ª Questão:** Sejam (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  duas séries com termos não-negativos. Considere a série (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ . Assinale a alternativa **falsa**.

- a) Se as séries (A) e (B) divergem, então a série (C) diverge.
- b) Se as séries (A) e (B) divergem, então a série (C) pode convergir ou divergir.
- c) Se a série (A) converge e a série (B) diverge, então a série (C) diverge.
- d) Se as séries (A) e (B) convergem, então a série (C) converge.

**5ª Questão:** Considere as séries

$$(A) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}$$

e

$$(B) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{(n+1)\sqrt{n+1}-1}.$$

Assinale a alternativa verdadeira.

- a) Ambas as séries convergem condicionalmente.
- b) A série (A) converge condicionalmente e a série (B) converge absolutamente.
- c) A série (A) converge absolutamente e a série (B) converge condicionalmente.
- d) A série (A) diverge e a série (B) converge condicionalmente.

**6ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin^p \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right),$$

onde  $p \in \mathbb{R}$ . Assinale a alternativa verdadeira.

- a) A série converge se e somente se  $p > 0$ .
- b) A série converge se e somente se  $p \neq 0$ .
- c) A série converge se e somente se  $p > 2$ .
- d) A série converge se e somente se  $p > 1$ .

**7ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + nx^2}$$

e assinale a alternativa verdadeira.

- a) Se  $x \in [-1/2, 1/2]$  então a série converge.
- b) A série converge se e somente se  $x = 0$ .
- c) Se  $x < -1/2$  a série converge absolutamente.
- d) Se  $x < -1/2$  a série converge condicionalmente.

**8ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \log^p(n)},$$

onde  $p \in \mathbb{R}$ .

Assinale a alternativa verdadeira.

- a) A série diverge para todo  $p \in \mathbb{R}$ .
- b) A série converge se e somente se  $p > 0$ .
- c) A série converge para todo  $p \in \mathbb{R}$ .
- d) A série converge se e somente se  $p > 1$ .

**9ª Questão:** Considere a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  tais que  $a_n > 0$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ , e sejam  $S_n = \sum_{k=0}^n a_k$  suas somas parciais. Assinale a alternativa verdadeira.

- a) Se a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  diverge, então a série  $\sum_{n=0}^{\infty} (1/S_n)$  converge.
- b) Se a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  converge, então a série  $\sum_{n=0}^{\infty} (1/S_n)$  diverge.
- c) Se a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  diverge, então a série  $\sum_{n=0}^{\infty} (1/S_n)$  diverge.
- d) Se a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  converge, então a série  $\sum_{n=0}^{\infty} (1/S_n)$  converge.

**10ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{2n^3 + 200 \arctan(n) - 1}$$

e sua soma parcial

$$S_N = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n^2}}{2n^3 + 200 \arctan(n) - 1}.$$

O menor valor de  $N \in \mathbb{N}$  para o qual  $|S - S_N| \leq 10^{-3}$  é:

- a)  $N = 6$ .
- b)  $N = 7$ .
- c)  $N = 5$ .
- d)  $N = 8$ .

**11ª Questão:** Considere as sequências  $(a_n)_{n \geq 1}$  e  $(b_n)_{n \geq 1}$  definidas por

- $a_n = \frac{n}{(\ln n)^{\ln n}}$
- $b_n = \frac{e^{-\frac{1}{n}}}{n^2 \cos(\frac{\pi n}{2}) + n^2 + 1}$

Assinale a alternativa verdadeira.

- a) Ambas as sequências são convergentes.
- b)  $(a_n)_{n \geq 1}$  diverge e  $(b_n)_{n \geq 1}$  converge.
- c) Ambas as sequências são divergentes.
- d)  $(a_n)_{n \geq 1}$  converge e  $(b_n)_{n \geq 1}$  diverge.

**12ª Questão:** Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 - \cos(\frac{1}{n})}{n^p},$$

onde  $p \in \mathbb{R}$ .

Quanto a sua convergência, é correto afirmar que:

- a) Se  $-2 < p \leq -1$  então a série converge condicionalmente.
- b) Se  $p > -2$  então a série converge.
- c) Se  $p > -1$  então a série converge absolutamente.
- d) Se  $-2 < p \leq 0$  então a série diverge.



**MAT2456 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV**  
**Escola Politécnica - 1<sup>a</sup> Prova - 11/09/2018**

Tipo A

Nome : \_\_\_\_\_

N<sup>o</sup>USP : \_\_\_\_\_

**GABARITO DO ALUNO**

<b>Questão</b>	<b>Resposta</b>
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

**MAT2456 – Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia IV**  
**Escola Politécnica - Prova 1 - 11/09/2018**

**Gabarito**

Tipo A

<b>Questão</b>	<b>Resposta</b>
1	c
2	d
3	b
4	a
5	c
6	d
7	a
8	d
9	b
10	c
11	d
12	a ou b ou c