

MAT2454 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia II

2ª lista de exercícios - 2011

1. Ache as derivadas parciais de primeira ordem das funções:

(a) $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$ (b) $f(x, y) = \ln(1 + \cos^2(xy^3))$

2. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável. Calcule as derivadas parciais de primeira ordem de:

(a) $u(x, y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$ (b) $u(x, y) = f(ax + by)$, sendo a e b constantes.

3. Dada a função $f(x, y) = x(x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} e^{\operatorname{sen}(x^2y)}$, ache $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 0)$.

Sugestão: Neste caso, usar a definição de derivada parcial é menos trabalhoso do que aplicar as regras de derivação.

4. Verifique que a função $u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ é solução da equação de Laplace bidimensional

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

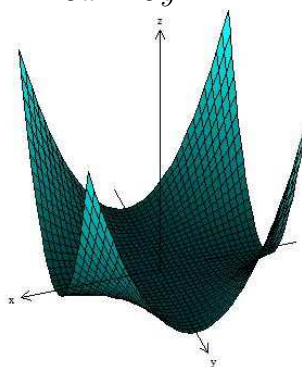
5. Sejam f e g funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} , deriváveis até 2ª ordem.

(a) Mostre que $u(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$ satisfaz a equação $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

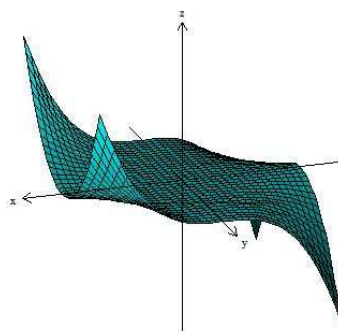
(b) Mostre que $u(x, y) = xf(x + y) + yg(x + y)$ é solução da equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

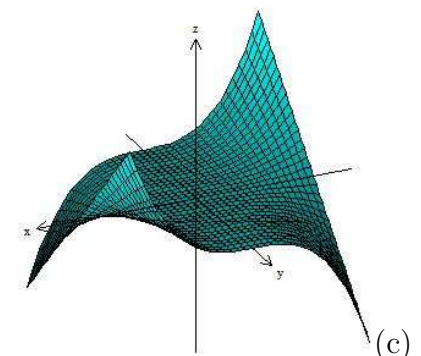
6. As superfícies abaixo são os gráficos de uma função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e de suas derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$. Identifique cada superfície e justifique sua resposta.



(a)



(b)



(c)

7. Sejam $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}}$ e $g(x, y) = |xy|^{\frac{5}{4}}$. Mostre que f e g são de classe C^1 em \mathbb{R}^2 .

8. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} + \sin(x + 3y), & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Mostre que as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ existem em todos os pontos.

(b) f é contínua em $(0, 0)$?

(c) f é diferenciável em $(0, 0)$?

9. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Mostre que f é contínua em $(0, 0)$.

(b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

(c) É f diferenciável em $(0, 0)$?

(d) São $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ contínuas em $(0, 0)$?

10. Considere $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Mostre que f é diferenciável em $(0, 0)$.

(b) As derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ são contínuas em $(0, 0)$?

11. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin((x^2 + y^2)^2)}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Verifique que f é contínua em $(0, 0)$.

(b) Determine $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

(c) A função $\frac{\partial f}{\partial y}$ é contínua em $(0, 0)$? Justifique sua resposta.

(d) A função f é diferenciável em $(0, 0)$? Justifique sua resposta.

12. Seja $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Verifique que $\frac{\partial f}{\partial x}(0, y) = -y$ para todo y , e que $\frac{\partial f}{\partial y}(x, 0) = x$, para todo x .

(b) Verifique que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) = 1$ e que $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0) = -1$.

13. Determine o conjunto de pontos de \mathbb{R}^2 onde f **não** é diferenciável, sendo:

(a) $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$

(b) $f(x, y) = x|y|$

(c) $f(x, y) = e^{\sqrt{x^4 + y^4}}$

(d) $f(x, y) = \cos(\sqrt{x^2 + y^2})$

14. Mostre que não existe nenhuma função diferenciável $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gradiente é dado por: $\nabla f(x, y) = (x^2 y, y^2), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

15. Calcule $\frac{\partial w}{\partial t}$ e $\frac{\partial w}{\partial u}$ pela regra da cadeia e confira os resultados por meio de substituição seguida de aplicação das regras de derivação parcial.

(a) $w = x^2 + y^2; x = t^2 + u^2, y = 2tu$.

(b) $w = \frac{x}{x^2 + y^2}; x = t \cos u, y = t \sin u$.

(c) $w = x^2 + y^2 + z; x = tu, y = t + u, z = t^2 + u^2$.

16. O raio de um cilindro circular está decrescendo à taxa de 1,2cm/s enquanto sua altura está crescendo à taxa de 3cm/s. Qual a taxa de variação do volume do cilindro no instante em que o raio vale 80 cm e a altura vale 150 cm?

17. Um carro A está viajando para o norte a 90km/h e um carro B está viajando para o oeste a 80km/h. O carro A está se aproximando e o carro B está se distanciando da intersecção das duas estradas. Em um certo instante, o carro A está a 0,3km da intersecção e o carro B a 0,4km. Neste instante, estão os carros se aproximando ou se distanciando um do outro? A que velocidade?

18. Sejam $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, diferenciável em \mathbb{R}^2 , com $\nabla f(-2, -2) = (a, -4)$ e

$$g(t) = f(2t^3 - 4t, t^4 - 3t).$$

Determine a para que a reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa 1 seja paralela à reta $y = 2x + 3$.

19. Seja $f(x, y)$ uma função de classe \mathcal{C}^2 e sejam a, b, c, d constantes tais que

$a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1$ e $ac + bd = 0$. Seja $g(u, v) = f(au + bv, cu + dv)$. Mostre que:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial u^2}(u, v) + \frac{\partial^2 g}{\partial v^2}(u, v) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(au + bv, cu + dv) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(au + bv, cu + dv).$$

20. Seja $v(r, s)$ uma função de classe \mathcal{C}^2 em \mathbb{R}^2 e defina $u(x, t) = v(x + ct, x - ct)$, onde c é constante. Verifique que

$$u_{tt}(x, t) - c^2 u_{xx}(x, t) = w(x + ct, x - ct),$$

onde $w(r, s) = -4c^2 v_{rs}(r, s)$.

21. Seja $u = u(x, y)$ função de classe \mathcal{C}^2 em \mathbb{R}^2 e defina $v(r, \theta) = u(r \cos \theta, r \sin \theta)$. Verifique que

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}(r, \theta) = \Delta u(r \cos \theta, r \sin \theta),$$

sendo Δu , por definição, dado por $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$.

22. Seja $f = f(x, y)$ função de classe \mathcal{C}^2 em \mathbb{R}^2 . Se $u(s, t) = f(e^s \cos t, e^s \sin t)$, mostre que

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}(e^s \cos t, e^s \sin t) \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial y}(e^s \cos t, e^s \sin t) \right]^2 = e^{-2s} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial s}(s, t) \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t}(s, t) \right)^2 \right]$$

e que

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(e^s \cos t, e^s \sin t) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(e^s \cos t, e^s \sin t) = e^{-2s} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}(s, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(s, t) \right].$$

23. Seja $f = f(x, y)$ uma função de classe \mathcal{C}^2 e seja $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$g(u, v) = uf(u^2 - v, u + 2v)$$

(a) Determine $\frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}$ em função das derivadas parciais de f .

(b) Sabendo que $3x + 5y = z + 26$ é o plano tangente ao gráfico de f , $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 4) =$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 4) = 1 \text{ e } \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1, 4) = -1, \text{ calcule } \frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}(-2, 3).$$

24. Seja $F(r, s) = G(e^{rs}, r^3 \cos(s))$, onde $G = G(x, y)$ é uma função de classe \mathcal{C}^2 em \mathbb{R}^2 .

(a) Calcule $\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}(r, s)$ em função das derivadas parciais de G .

(b) Determine $\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}(1, 0)$ sabendo que $\frac{\partial G}{\partial y}(t^2 + 1, t + 1) = t^2 - 2t + 3$.

25. Ache a equação do plano tangente e a equação da reta normal a cada superfície no ponto indicado:

(a) $z = e^{x^2+y^2}$, no ponto $(0, 0, 1)$ (b) $z = \ln(2x + y)$, no ponto $(-1, 3, 0)$

(c) $z = x^2 - y^2$, no ponto $(-3, -2, 5)$ (d) $z = e^x \ln y$, no ponto $(3, 1, 0)$

26. Determine o plano que passa por $(1, 1, 2)$ e $(-1, 1, 1)$ e é tangente ao gráfico de $f(x, y) = xy$. Existe mesmo só um?
27. Determine a equação do plano que passa pelos pontos $(0, 1, 5)$ e $(0, 0, 6)$ e é tangente ao gráfico de $g(x, y) = x^3y$.
28. Determine $k \in \mathbb{R}$ para que o plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = \ln(x^2 + ky^2)$ no ponto $(2, 1, f(2, 1))$ seja perpendicular ao plano $3x + z = 0$.
29. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável. Mostre que todos os planos tangentes à superfície $z = xf\left(\frac{x}{y}\right)$ passam pela origem.
30. Se $f(x, y) = x^2 + 4y^2$, ache o vetor gradiente $\nabla f(2, 1)$ e use-o para achar a reta tangente à curva de nível 8 de f no ponto $(2, 1)$. Esboce a curva de nível, a reta tangente e o vetor gradiente.
31. Seja r a reta tangente à curva $x^3 + 3xy + y^3 + 3x = 18$ no ponto $(1, 2)$. Determine as retas que são tangentes à curva $x^2 + xy + y^2 = 7$ e paralelas à reta r .
32. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável em \mathbb{R}^2 . Fixado um certo $P = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$, sabe-se que o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ tem equação $-2x + 2y - z + 3 = 0$. Determine, entre as curvas abaixo, uma que **não pode** ser a curva de nível de f que contém o ponto P :
- (a) $\gamma(t) = \left(-\frac{1}{t}, t\right)$; (b) $\gamma(t) = \left(\frac{t^5}{5}, -\frac{2t^3}{3} + 3t\right)$; (c) $\gamma(t) = (t^2, t^3 + t)$.
33. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, f com derivadas parciais contínuas em \mathbb{R}^2 e tal que $2x + y + z = 7$ é o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(0, 2, f(0, 2))$. Seja

$$g(u, v) = u f(\sin(u^2 - v^3), 2u^2v).$$

Determine $a \in \mathbb{R}$ para que o plano tangente ao gráfico de g no ponto $(1, 1, g(1, 1))$ seja paralelo ao vetor $(4, 2, a)$.

34. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável tal que as imagens das curvas $\gamma(t) = (2, t, 2t^2)$ e $\mu(t) = (2t^2, t, 2t^4)$ estejam contidas no gráfico de f . Determine o gradiente de f no ponto $(2, 1)$.

35. O gradiente de $f(x, y) = x^2 + y^4$ é tangente à imagem da curva $\gamma(t) = (t^2, t)$ em um ponto $P = \gamma(t_0)$ com $t_0 > 0$. Considere a curva de nível de f que contém P . Encontre a equação da reta tangente a essa curva no ponto P .
36. Sabe-se que a curva $\gamma(t) = (t^2 + 1, t^3 + t^2 + t)$ é uma curva de nível da função diferenciável $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, com $f(\gamma(t)) = 2, \forall t \in \mathbb{R}$. Admita que existem 2 pontos $(x_0, y_0) \in \text{Im}\gamma$ com a propriedade de que o plano tangente ao gráfico de f em $(x_0, y_0, 2)$ é paralelo ao plano $x + y - z = 0$. Encontre esses 2 pontos.
37. Ache a derivada direcional máxima de f no ponto dado e dê a direção em que ela ocorre.
- (a) $f(x, y) = xe^{-y} + 3y, (1, 0)$; (b) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2), (1, 2)$;
38. Seja f uma função diferenciável em \mathbb{R}^2 e considere os pontos $A(1, 3), B(3, 4), C(2, 4)$ e $D(6, 15)$. Sabe-se que a derivada direcional de f em A na direção e sentido do vetor $\overrightarrow{AB}/\|\overrightarrow{AB}\|$ é $3\sqrt{5}$ e que a derivada direcional de f em A na direção e sentido do vetor $\overrightarrow{AC}/\|\overrightarrow{AC}\|$ é $\sqrt{8}$. Encontre o vetor gradiente $\nabla f(1, 3)$ e a derivada direcional de f em A na direção e sentido do vetor $\overrightarrow{AD}/\|\overrightarrow{AD}\|$.
39. Mostre que $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2y}$ é contínua em $(0, 0)$ e tem todas as derivadas direcionais em $(0, 0)$. É f diferenciável em $(0, 0)$?
40. Seja f uma função diferenciável em \mathbb{R}^2 tal que $\gamma(t) = (t + 1, -t^2), \forall t \in \mathbb{R}$ é uma curva de nível de f . Sabendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, -4) = 2$, determine a derivada direcional de f no ponto $(-1, -4)$ e na direção e sentido do vetor $\vec{u} = (3, 4)$.
41. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$
- (a) Calcule o gradiente de f no ponto $(0, 0)$.
- (b) Mostre que $\frac{d}{dt}f(\gamma(t)) \neq \nabla f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)$ em $t = 0$, onde $\gamma(t) = (-t, -t)$.
- (c) Seja $\vec{u} = (m, n)$ um vetor unitário (isto é, $m^2 + n^2 = 1$). Use a definição de derivada direcional para calcular $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0, 0)$.
- (d) É f diferenciável em $(0, 0)$? Justifique.
42. Sabe-se que $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é diferenciável em \mathbb{R}^2 e que o gráfico de f contém as imagens de ambas curvas $\gamma(t) = \left(-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right)$ e $\sigma(u) = \left(u + 1, u, u + 2 + \frac{1}{u}\right), u \neq 0$. Determine

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{u}} \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right), \text{ onde } \vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

43. Seja $f(x, y) = (xy)^{1/3}$.

- (a) Determine as derivadas parciais de f nos pontos (x, y) tais que $xy \neq 0$.
 (b) Calcule as derivadas parciais de f em $(0, 0)$.
 (c) Se a e b são números reais não-nulos, existem as derivadas parciais $f_x(0, b)$ e $f_y(a, 0)$?
 (d) Determine os pontos em que f é diferenciável. Justifique.

44. A curva de nível 1 da função diferenciável $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ pode ser parametrizada por $\gamma(t) = (t, 2t^2), t \in \mathbb{R}$. A curva $\sigma(u) = (-u, u^3, u^6 - u^5 - 2u^4 + 1), u \in \mathbb{R}$ tem sua imagem contida no gráfico de f .

- (a) Determine o vetor tangente à curva σ no ponto $(-2, 8, 1)$.
 (b) Determine o vetor tangente à curva γ no ponto $(-2, 8)$.
 (c) Calcule o gradiente de f em $(-2, 8)$.

45. Seja $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$F(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, t) dt$$

sendo $a, b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções deriváveis e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe \mathcal{C}^1 . Mostre que

$$F'(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) dt + f(x, b(x)) b'(x) - f(x, a(x)) a'(x)$$

46. Calcule $F'(x)$ para:

(a) $F(x) = \int_0^x e^{\frac{x^2-t^2}{2}} dt$

(b) $F(x) = \int_0^1 \frac{x}{x^2+t^2} dt$

(c) $F(x) = \int_{\cos x}^{\cosh x} \text{sen}(x^2 t^2) dt$

RESPOSTAS

1) (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -\frac{y}{x^2+y^2}$; $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}$.

2) (a) $\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \frac{1}{y} f' \left(\frac{x}{y} \right)$; $\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = -\frac{x}{y^2} f' \left(\frac{x}{y} \right)$.

(b) $\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = a f'(ax + by)$; $\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = b f'(ax + by)$.

3) -2 8) (b) Não é contínua em $(0,0)$. (c) Não é diferenciável em $(0,0)$.

9) (b) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$. (c) Não.

d) Nenhuma das derivadas parciais é contínua em $(0, 0)$. 10) (b) Não

$$11) (b) \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{4x^2y(x^2+y^2)^2 \cos((x^2+y^2)^2) - 2x^2y \sin((x^2+y^2)^2)}{(x^2+y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(c) Sim. (d) Sim.

13) (a) f não é diferenciável em nenhum ponto da reta $y = -x$.

(b) f não é diferenciável nos pontos da forma $(a, 0)$ com $a \neq 0$.

(c) f é diferenciável em \mathbb{R}^2 pois é de classe C^1 em \mathbb{R}^2 . (d) O mesmo que o item (c).

16) $-9600\pi \text{ cm}^3/\text{s}$ 17) Distanciando-se a $10\text{km}/\text{h}$. 18) $a = 3$ 23) b) 21.

$$24) (a) \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = s^2 e^{2rs} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + 6r^2 e^{rs} s \cos s \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} + 9r^4 \cos^2 s \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + s^2 e^{rs} \frac{\partial G}{\partial x} + 6r \cos s \frac{\partial G}{\partial y}; \quad (b) 0.$$

25) (a) $z = 1; X = (0, 0, 1) + \lambda(0, 0, 1), \lambda \in \mathbb{R}$.

(b) $2x + y - z - 1 = 0; X = (-1, 3, 0) + \lambda(2, 1, -1), \lambda \in \mathbb{R}$.

(c) $6x - 4y + z + 5 = 0; X = (-3, -2, 5) + \lambda(6, -4, 1), \lambda \in \mathbb{R}$.

(d) $e^3 y - z - e^3 = 0; X = (3, 1, 0) + \lambda(0, e^3, -1), \lambda \in \mathbb{R}$.

26) $x + 6y - 2z - 3 = 0$ (sim, só um) 27) $6x - y - z + 6 = 0$ 28) $k = 8$

30) $\nabla f(2, 1) = (4, 8)$ e a reta é $x + 2y - 4 = 0$. 31) $X = (\pm 1, \pm 2) + \lambda(5, -4), \lambda \in \mathbb{R}$.

32) (c) 33) $a = -4$ 34) $(1, 4)$ 35) $X = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) + \lambda(-1, 1), \lambda \in \mathbb{R}$.

36) $(2, -1)$ e $(10/9, -7/27)$. 37) (a) $\sqrt{5}, (1, 2)$; (b) $\frac{2}{\sqrt{5}}, (\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$.

38) $\nabla f(1, 3) = (11, -7)$ e a derivada direcional pedida é $-29/13$.

39) f não é diferenciável em $(0, 0)$. 40) $4/5$ 41) (d) Não é. 42) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

43) (a) $f_x(x, y) = \frac{y}{3(xy)^{2/3}}; f_y(x, y) = \frac{x}{3(xy)^{2/3}}$ (b) $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$

(c) não existem. (d) f é diferenciável no conjunto $\{(x, y) | xy \neq 0\}$.

44-c) $\nabla f(-2, 8) = (96, 12)$