

CAEM-IME-USP

Virada Malba Tahan 2021

Revista Malba, Ano VI, n. 6

Se ainda não encontrou a solução de algum problema, antes de consultar as respostas, veja algumas dicas e tente mais um pouco!

Dicas

Problema 1 (página 2)

Dica: Pense no caso em que uma caixa escolhida aleatoriamente é aberta e reflita sobre o que pode ocorrer.

Desafio Numérico I (página 2)

Dica: Escreva o número 98 por extenso.

Desafio com palitos I (página 2)

Dica: Tente subdividir a superfície em figuras geométricas menores (decomposição em triângulos, por exemplo) para que você consiga dividir exatamente o continente em duas partes de mesma área.

Problema 2 (página 3)

Dica: Analise todas as possibilidades: Ao ser perguntada sobre a cor de seus olhos, qual resposta pode ter dado a princesa A, ou qualquer outra princesa? Com isso, o que se pode concluir da resposta da princesa B? Ela mentiu ou falou a verdade? Ou ainda, será que é possível que A e B sejam as duas princesas que falam sempre a verdade? Um bom detetive, quer dizer, um bom calculista, sempre analisa todos os casos (ou possibilidades).

Problema 3 (página 6)

Dica: Inicialmente, em 10 pessoas, cada um pagaria $1/10$ do valor do presente, e depois, em 8, a esse valor, deve-se acrescentar 800 reais (100 reais de cada um).

Desafio com palitos II (página 6)

Dica: As bases dos copos virados se transformam em bases dos copos com os gelos. Aí é só completar os copos.

Desafio numérico II (página 6)

Dica: É possível encontrar uma solução usando apenas a operação de adição e números de diferentes ordens formados por algarismos "8". Qual tal começar com o maior número inferior a 1000 formado apenas com algarismos 8?

Problema 4 (página 7)

Dica: Tente contar quantos caminhos diferentes você consegue seguir a partir de cada ponto da figura. Aqui, vale testar caso a caso para tentar perceber o que ocorre com esses pontos.

Desafio com palitos III (página 7)

Dica: Calcule o dobro de 758 e tente acrescentar o algarismo que falta com palitos dos outros algarismos.

Problema 5 (página 8)

Dica: Faça um desenho e tente organizar todas as informações fornecidas por Patty, representando cada distância fornecida e lembrando que a distância total percorrida de A até D é dada.

Resoluções & Respostas

Problema 1 (página 2)

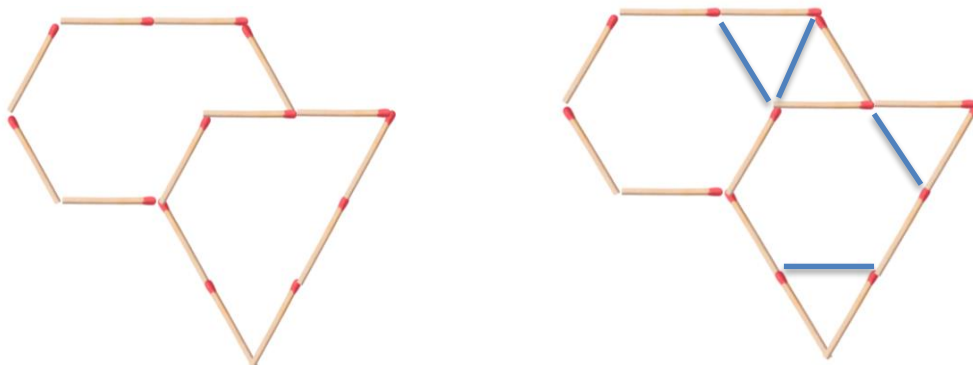
Resolução: Suponha que o diamante se encontra na 8ª caixa, isso implica que as mensagens presentes nas tampas das caixas 7 e 9 são verdadeiras, o que não pode acontecer. Sendo assim, pode-se afirmar que o diamante não estará em nenhuma caixa que não seja a primeira ou a última, pois elas são as únicas que possuem somente uma caixa ao seu lado que obedece ao critério de apenas uma mensagem verídica. É justamente uma delas que deve ser aberta para descobrir onde o diamante está. Com isso, a resposta é afirmativa: sim, é possível encontrar o diamante abrindo a tampa de uma única caixa.

Desafio Numérico I (página 2)

Resolução: 98 por extenso é “noventa e oito”. Transformando de volta, teríamos “90 e 8”. A solução aparece quando trocamos a letra “e” pela letra “x”. E o 98 transforma-se em: $90 \times 8 = 720$.

Desafio com palitos II (página 2)

Resposta: Note que cada parte é formada por um hexágono regular e dois triângulos equiláteros.



Problema 2 (página 3)

Resolução: Explicação para a dedução de Beremiz:

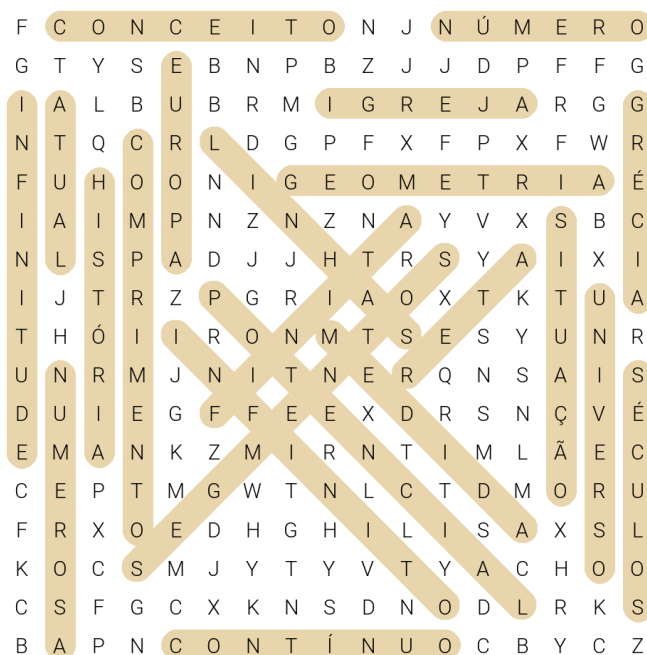
Em primeiro lugar, se perguntarmos a qualquer das cinco escravas qual a cor dos seus olhos, sua resposta só poderá ser “pretos”, tenha ela olhos azuis ou negros, pois na primeira hipótese ela mentirá (tem olhos azuis e mente, então dirá preto) e na segunda dirá a verdade (tem olhos pretos e diz a verdade). Logo, a resposta da princesa B indica que ela mentiu e, portanto, seus olhos são azuis. Como C disse que os olhos de B eram azuis, C falou a verdade, logo seus olhos são pretos. Também porque C fala a verdade, os olhos de A são pretos. Como somente duas princesas têm olhos pretos, segue-se que os olhos de B, D e E são azuis.

O método usado por Beremiz não permite resolver o problema sempre. Se os olhos de A fossem azuis (admitindo ainda que B tenha olhos azuis e C negros), ele só poderia concluir que entre D e E, uma teria olhos azuis e a outra olhos pretos, mas não poderia dizer qual delas. Em outras palavras: o raciocínio utilizado por Beremiz permite determinar apenas as cores dos olhos de A, B e C. Por exclusão, conclui-se que D e E tem as cores que faltam, mas não se pode especificar a cor de cada uma quando essas cores forem diferentes.

Beremiz poderia ter usado um outro método infalível para determinar a cor dos olhos de cada uma das princesas *fazendo apenas uma única pergunta!* Bastava chegar junto a uma das princesas (digamos, A) e perguntar: “Qual a cor dos olhos de cada um de vocês?” Como há 3 escravas de olhos azuis e 2 de olhos pretos, só haveria duas respostas possíveis. Se A tivesse olhos negros, sua resposta mencionaria duas escravas de olhos pretos e três de olhos azuis e seria a resposta certa. Se A tivesse olhos azuis, sua resposta diria três escravas de olhos pretos e duas de olhos azuis e, neste caso, bastariam inverter sua resposta para obter a verdade.

(Fonte: AZAMBUJA FILHO, A. As escravas de olhos azuis. **RPM – Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, Seção “Livros”, vol. 07, 1984.)

Caça-palavras (página 5)



Problema 3 (página 6)

Resolução: Chamaremos de P o valor do presente. Sendo assim, sabemos que, inicialmente, cada um dos dez amigos deveria contribuir com $P/10$ reais.

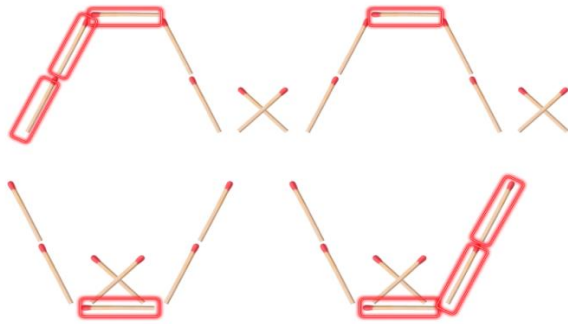
Porém, dois amigos acabaram desistindo e cada um dos oito restantes precisou desembolsar 100 reais a mais para completar o valor P .

$$\text{Ou seja, sabemos que } P = 8 \frac{P}{10} + 800 \Rightarrow P = \frac{8P+8000}{10} \Rightarrow 10P = 8P + 8000 \Rightarrow 2P = 8000 \Rightarrow P = 4000 \text{ reais.}$$

Verificando a resposta: de fato, em 10 pessoas, cada um gastaria 400 reais. Com a desistência de 2 pessoas, em 8 esse valor subiu para 500 reais (100 a mais para cada um).

Desafio com palitos II (página 6)

Resposta:



Desafio numérico II (página 6)

Resposta: $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$.

Será que existe outra solução? Se encontrar, envie par nós publicarmos!

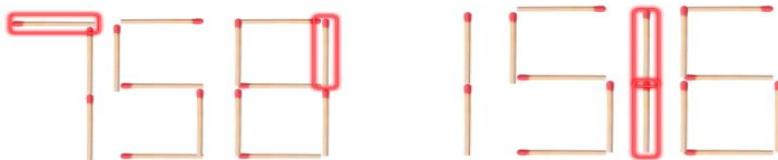
(caem.estagiarios.21@ime.usp.br)

Problema 4 (página 7)

Resposta: Vai ser possível fazer um desenho, obedecendo às regras do problema, sempre que a figura tiver, no máximo, dois pontos de onde saem um número ímpar de segmentos de reta.

Desafio com palitos III (página 7)

Resposta:



Problema 5 (página 8)

Resolução: Denotamos a distância entre as duas cidades da seguinte forma:

A distância entre as cidades A e B será chamada de AB , a distância entre C e D de CD e assim por diante.

Uma das informações dadas é que “há 10 quilômetros a mais de A a B do que de C a D”. Ou seja, $CD = AB + 10$.

Além disso, temos “10 quilômetros a mais de B a C do que de C a D”, isto é, $BC = CD + 10$. Por último, nos é dito que a distância entre as cidades A e D é de 390, logo, $AD = 390$.

Com todas essas informações é possível determinar a distância entre A e B (AB)

Começemos por notar que a distância $AD = AB + BC + CD$. Substituindo pelos valores que sabemos, temos:

$$390 = AB + (CD + 10) + (AB + 10) \Rightarrow$$

