

# ENSINO DE LOGARITMOS POR MEIO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS FEITAS EM SALA DE AULA

Daniel Cergoli, IME-USP, cergoli@ime.usp.br<sup>1</sup>

Martha Salerno Monteiro IME-USP, martha@ime.usp.br<sup>2</sup>

## Resumo

Este trabalho se propõe a apresentar propostas de sequências didáticas para o ensino de logaritmos, sendo uma para professores e outra para alunos do ensino médio. Tais sequências estão embasadas no processo de investigação matemática, mais especificamente, nos trabalhos realizados pelo Prof. João Pedro da Ponte. As propostas apresentadas têm como ponto de partida tabelas de progressões geométrica e aritmética, explorando as propriedades do que virá a ser definido como logaritmo. A definição usual de logaritmo como solução de uma equação exponencial, apresentada na maioria dos livros didáticos, é bastante abstrata e, por isso, torna-se um obstáculo à aprendizagem. As sequências didáticas propostas, além de resgatarem a ideia original da criação dos logaritmos, evitam a abstração da definição usual.

**Palavras-chave:** Logaritmo. Investigação Matemática. Tabelas de Progressões Geométrica e Aritmética.

## 1. Exploração das propriedades das tabelas de PG e PA

Neste trabalho são propostos muitos exemplos numéricos e atividades que despertam

a curiosidade dos estudantes. As sequências didáticas apresentadas trabalham com a observação de propriedades existentes em várias tabelas (como a Tabela 1), com números  $q$  e  $r$  variados. Pelo processo de investigação matemática (ver PONTE, J. P. *Investigar, ensinar e aprender*, 2003), os estudantes devem notar que o produto dos elementos situados nas linhas  $i$  e  $j$  na coluna da PG corresponde à soma dos respectivos elementos na coluna da PA. Analogamente, observa-se

PG	PA
1	0
$q$	$r$
$q^2$	$2r$
$q^3$	$3r$
$q^4$	$4r$
$\vdots$	$\vdots$
$q^n$	$nr$

Tabela 1

que a divisão de dois elementos na coluna da PG corresponde à subtração na coluna da PA, ainda a  $k$ -ésima potência de um elemento na linha  $i$  da PG corresponde a  $k$  vezes o elemento da mesma linha da PA e a raiz de índice  $k$  de um elemento na coluna da PG

<sup>1</sup> Mestrando do MPEM - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP.

<sup>2</sup> Professora orientadora do MPEM do IME-USP.

corresponde à divisão por  $k$  do elemento correspondente na coluna da PA. É primordial que as tabelas contenham o número 1 na coluna da PG e o número 0 na coluna da PA.

## 2. Definição de logaritmo e de sua base

As observações nas tabelas levam a conjecturas que devem ser validadas por meio de atividades específicas. Finalmente, nomeia-se cada tabela apresentada como uma “tabela de logaritmos”. Nessa tabela, a cada número à esquerda corresponde o seu logaritmo à direita. Assim, na tabela 1 por exemplo,  $\log(q^k) = kr$ .

Note-se que a expressão *base do logaritmo* não foi mencionada até o momento. Na sequência didática apresentada aos professores, foi discutida a questão da existência de vários logaritmos para um mesmo número. Por exemplo, na tabela 2, tem-se  $\log 3 = 2$  e, na tabela 3,  $\log 3 = 1$ . Para esclarecer essa aparente inconsistência, foi ensinado que, de fato, existem vários logaritmos, que são distinguidos por sua *base*. A base do logaritmo foi definida como sendo o número na coluna da PG que corresponde ao número 1 na coluna da PA. Já na sequência didática apresentada aos alunos, escolheu-se mostrar a vantagem de se trabalhar com tabelas nas quais a razão  $r$  da PA é  $r = 1$ . Neste caso, o logaritmo de  $q$  elevado a  $k$  é  $k$ , ou seja, o logaritmo é o expoente e o número  $q$  é convenientemente chamado *base do logaritmo* (ver tabela 4).

PG	PA
1	0
3	2
9	4
27	6
81	8
243	10

Tabela 2

PG	PA
1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5

Tabela 3

PG	PA
1	0
$q$	1
$q^2$	2
$q^3$	3
$\vdots$	$\vdots$
$q^n$	$n$

Tabela 4

Observe como essa definição é poderosa: na tabela 3, por exemplo, sabe-se que  $\log_3 9 = 2$  e  $\log_3 27 = 3$ . Para se calcular  $\log_3(9 \cdot 81)$ , pode-se fazer  $\log_3 9 + \log_3 81 = 2 + 3 = 5$ .

As sequências didáticas também mostraram o problema de tornar as tabelas mais completas. Com isso foram propostas atividades de interpolação de meios aritméticos e geométricos nas tabelas, isto é, à média geométrica dos elementos situados nas linhas  $i$  e  $j$  da coluna da PA, corresponde à média geométrica dos respectivos termos na coluna da PA.

Este processo é muito trabalhoso e enaltece o grande trabalho feito por John Napier e Henry Briggs para completar suas tabelas.

### **Referências**

PONTE, J. P.; FERREIRA, C.; BRUNHEIRA, L.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. **Investigando as Aulas de Investigações Matemáticas**. Publicado originalmente em inglês com o título **Investigating mathematical investigations**, incluído no livro de ABRANTES, P, PORFÍRIO, J. & BAÍA, M (Orgs.), 1998.

PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat**, Lisboa: APM, 2003.