



Virada Malba Tahan na Escola

A Misteriosa Conjectura de Collatz

PERCURSOS INVESTIGATIVOS – SALA DOS 1001 PROBLEMAS

UM GUIA PARA EXPLORAR, MEDIAR E ORGANIZAR EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS

Organização do espaço

Preparação do espaço:

Para explorar *A Misteriosa Conjectura de Collatz*, é necessário preparar um espaço composto por uma mesa de investigação e um painel para registro das descobertas realizadas pelos participantes. Para isso, serão necessários:

- papéis, lápis e borrachas;
- post-its e canetões (ou, alternativamente, post-its, tarrachinhas e barbantes).

Esta atividade tem como propósito a produção coletiva de um painel que represente a conjectura proposta pelo matemático alemão Lothar Collatz, em 1937. A ideia é que o painel seja construído gradualmente ao longo do evento, ampliando-se à medida que novas sequências são investigadas e registradas pelos visitantes.

Visitação:

Durante a visitação, o monitor deve instigar os participantes a investigar o que acontece com determinados números naturais, escolhidos livremente pelos próprios visitantes, ao serem submetidos ao algoritmo de Collatz:

- se o número for par, divide-se por 2;
- se o número for ímpar, multiplica-se por 3 e soma-se 1.

Para isso, devem estar disponíveis materiais para o registro dos cálculos realizados.

Após observarem que a sequência numérica, em algum momento, atinge o número 1 – entrando então no ciclo $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$ – os participantes podem registrar sua sequência no

painel da exposição, preferencialmente afixado em uma parede, mural ou superfície semelhante. Nesse momento, o monitor pode orientá-los a conectar sua sequência a outras já registradas, sempre que possível, evidenciando os pontos de encontro entre diferentes trajetórias numéricas e contribuindo para a construção de uma grande rede de ramificações.

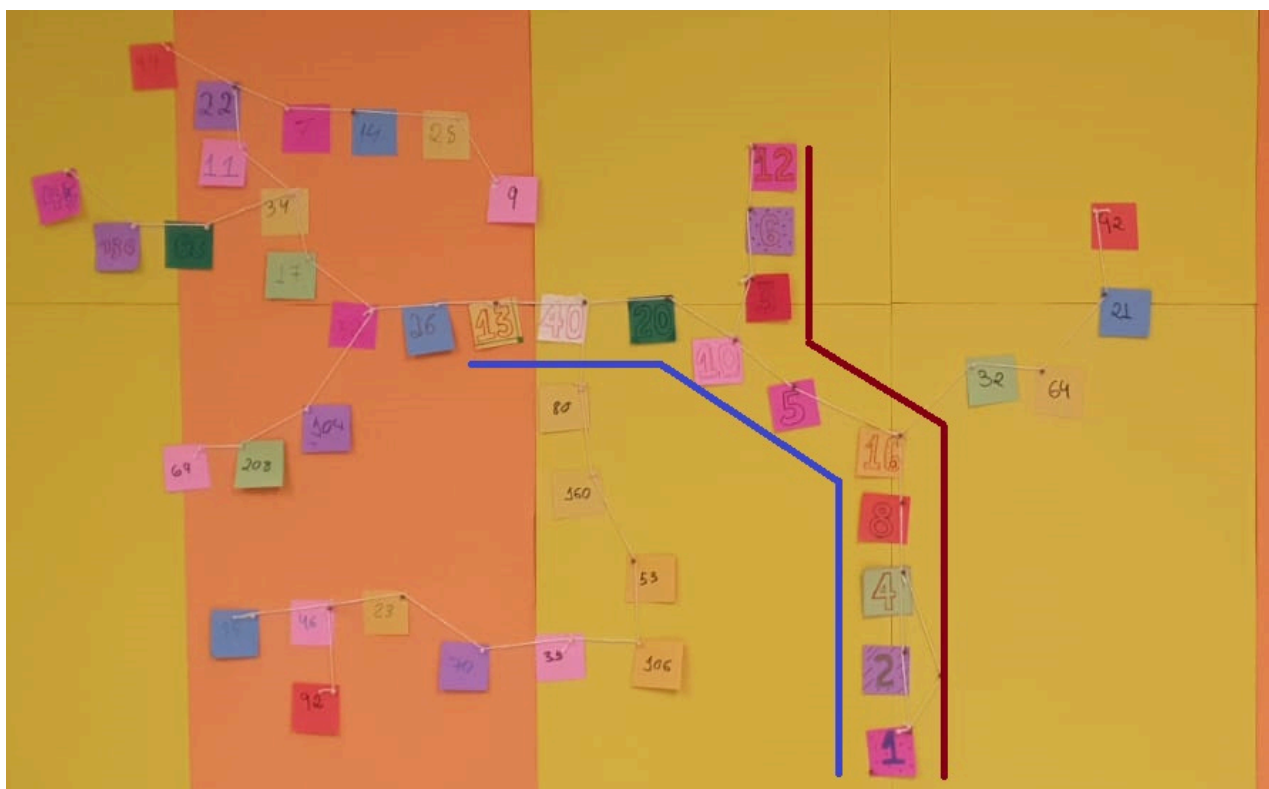
Estratégias de Exploração

A beleza da Conjectura de Collatz reside no fato de produzir sequências de numéricas que, independentemente do número de partida, sempre terminará no número 1. Embora esse comportamento tenha sido verificado para uma quantidade imensa de números, até hoje não existe uma demonstração matemática que prove que isso ocorre para todos os números naturais, justificando a terminologia utilizada: conjectura.

Diferentemente de muitos dos problemas propostos na VMTE, aqui não há propriamente um desafio a ser resolvido. O objetivo é investigar, observar regularidades, reforçar/validar a conjectura e participar da construção coletiva de uma representação visual desse intrigante resultado matemático.

Espera-se que a produção do painel pelos próprios visitantes revele, pouco a pouco, os padrões e conexões que tornam a Conjectura de Collatz tão fascinante.

Nas edições da VMT realizadas pelo CAEM, iniciávamos o painel com duas sequências: uma partindo do número 12 e outra do número 13. À medida que novos participantes investigavam outros números e registravam seus resultados, o painel passava gradualmente a assumir a forma ilustrada na imagem abaixo.



Pode acontecer de alguns participantes cometerem erros durante os cálculos, fazendo com que suas sequências não convirjam para o número 1. Nesses casos, o monitor deve auxiliá-los na revisão dos cálculos realizados. Uma estratégia interessante consiste em verificar se algum número da sequência produzida aparece em outra ramificação já registrada no painel. Caso isso ocorra, as duas sequências deveriam coincidir a partir daquele ponto, o que pode ajudar na identificação de possíveis erros.

Outro desafio recorrente surge quando o número escolhido gera uma sequência muito extensa antes de alcançar o número 1. Isso pode tornar a investigação excessivamente longa e cansativa. O número 27, por exemplo, produz uma sequência com 112 termos até atingir o número 1.

Uma primeira alternativa para contornar este problema é sugerir que os monitores investiguem previamente quais são esses números mais “problemáticos”, podendo sugerir alternativas mais adequadas aos visitantes. Nesse sentido, recomendamos o uso do applet **Collatz Conjecture**, disponível em:

<https://www.geogebra.org/m/bnrge7dg> (acesso em 07/06/2026).

Caso a escola considere pertinente, esse recurso pode ser utilizado como ferramenta auxiliar na investigação da conjectura. Embora sua interface não esteja em português, seu funcionamento é bastante intuitivo. Ao inserir um número inicial, o aplicativo exibe a sequência correspondente, informa a quantidade de termos gerados e indica o maior número alcançado durante o processo. Na figura abaixo, por exemplo, observa-se que a sequência iniciada em 27 possui 112 termos e atinge o número 9232 antes de convergir para 1.

Collatz Conjecture

Number

{27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91}
{274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890}
{445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438}
{719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308}
{1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106}

Length of the array = 112

Highest element of array = 9232

Observe que a sequência exibida pelo aplicativo termina no número 106. Isso ocorre porque o recurso apresenta apenas os 100 primeiros termos da sequência. Entretanto, basta reiniciar a investigação utilizando 106 como número inicial para continuar acompanhando o restante do processo.

Collatz Conjecture

Number

{106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?}

{?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?}

{?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?}

{?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?}

{?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?}

Length of the array = 13

Highest element of array = 160

Problemas Introdutórios/ de Ampliação

Sem sugestões

Materiais e Recursos

1. Link para as artes do painel

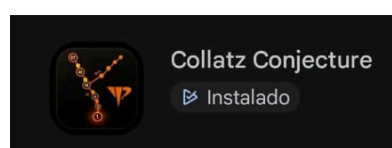
https://drive.google.com/file/d/1uKL3ngGbnfG2IyhOz-TYAvudOLS4_exV/view?usp=drive_link

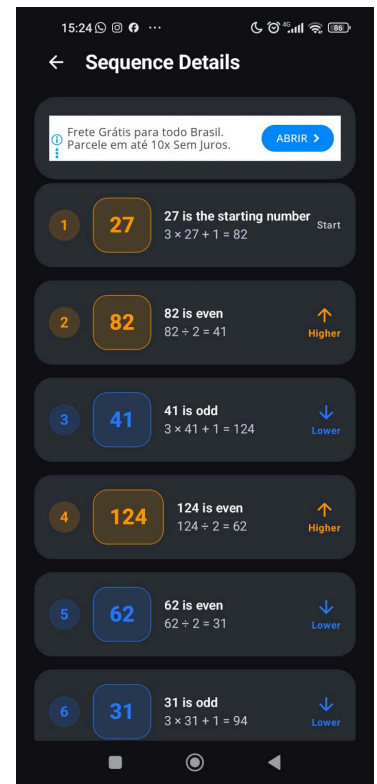
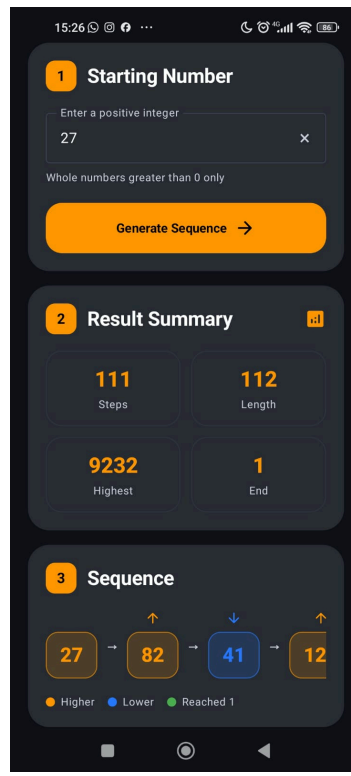
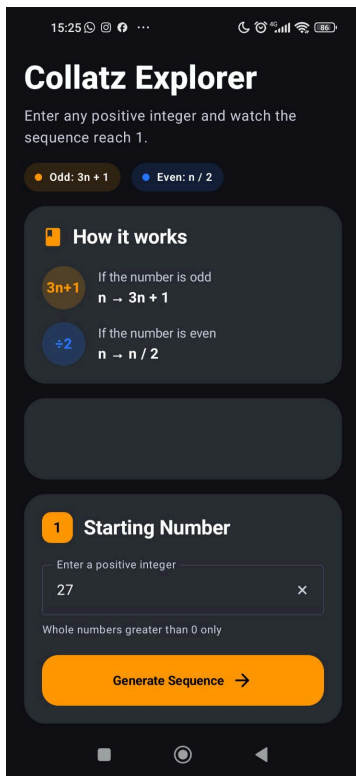
2. Visualizador da Conjectura de Collatz

<https://collatz-conjecture-visualizer-puce.vercel.app>



3. Aplicativo para Android: Collatz Conjecture





4. Site Think Maths, utilizado como inspiração para esta exposição

<https://think-maths.co.uk/resources/collatz-collab/>

5. Exemplo de painel

<https://drive.google.com/file/d/1fMm1KLhfYTRK5OORfkix2r0aDEcbMOTd/view?usp=sharing>

