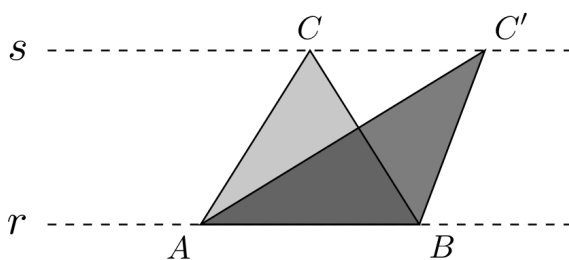


Polígonos Equivalentes

OBJETIVO: Desenvolver habilidades relacionadas à visualização e geometria por meio do estudo da transformação de um polígono em um triângulo equivalente.

DESENVOLVIMENTO:

A área de todo triângulo com uma certa base b e uma altura a é $(b \cdot a)/2$. Também sabemos que a distância entre duas retas paralelas é fixa. Assim, tem-se que, para r e s retas paralelas, quaisquer dois triângulos com uma mesma base sobre a reta r e um vértice sobre a reta s são *equivalentes*, isto é, possuem mesma área, porque têm a mesma base e a mesma altura. Na figura abaixo, os triângulos ABC e ABC' são equivalentes.



Sabendo dessa propriedade, podemos pensar no problema de obter um triângulo que seja equivalente a um polígono qualquer.

Começaremos com um quadrilátero (fig. 1). Podemos traçar uma das diagonais desse quadrilátero, destacando um triângulo, e considerar essa diagonal como a base desse triângulo. Então, traçamos uma reta paralela à sua base e que passa pelo vértice oposto a ela, que vamos chamar de A (fig. 2). Pela propriedade que vimos antes, esse vértice A pode ser movido livremente sobre essa reta paralela sem alterar a área da figura (fig 3).

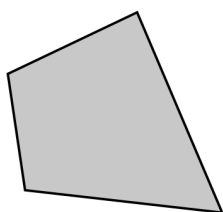


fig. 1

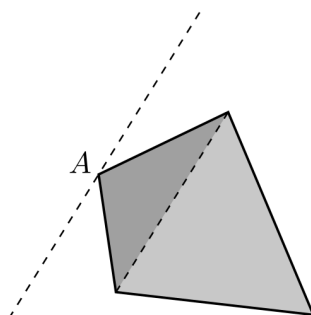


fig. 2

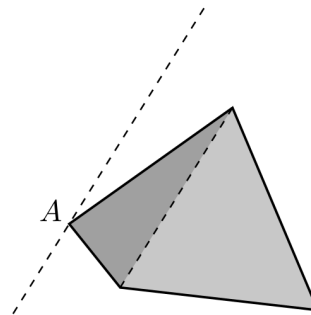


fig. 3

Então, prolongamos um dos lados do quadrilátero que contém um vértice adjacente ao A e movemos o vértice A até a interseção dessas retas (fig. 4). O resultado é um triângulo equivalente ao quadrilátero original (fig. 5).

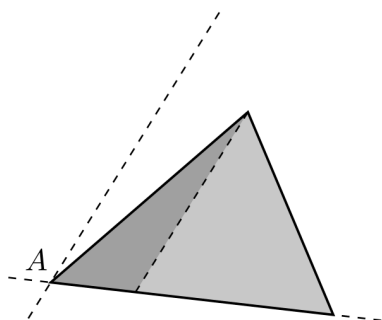


fig. 4

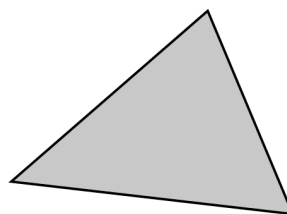


fig. 5

Agora, vamos pensar no caso de um pentágono (fig. 6). De maneira similar ao que fizemos anteriormente, traçamos uma das diagonais desse pentágono, determinando um triângulo. Pelo vértice A o oposto a essa diagonal traçamos uma paralela a ela (fig. 7). Então prolongamos um dos lados do pentágono que contém um vértice adjacente ao A e movemos o vértice A até a interseção das retas (fig. 8). O resultado é um quadrilátero equivalente ao pentágono original (fig. 9)

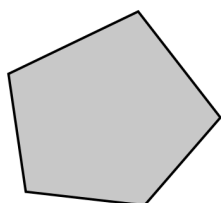


fig. 6

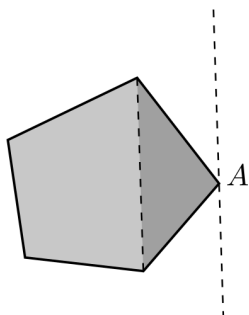


fig. 7

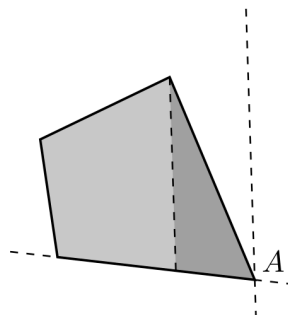


fig. 8

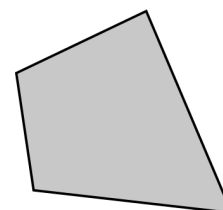


fig. 9

A partir do quadrilátero repetimos os passos do primeiro caso para obter um triângulo equivalente ao pentágono.

De forma geral, aplicando essa transformação em um polígono de n lados, construímos um polígono de $n-1$ lados equivalente. Então, basta repetir o processo quantas vezes for necessário até chegar em um triângulo equivalente ao polígono original de n lados.