

Mais detalhes

PL05: Valor de π

Tópicos: Probabilidade e Modelos, Medidas resumo

Recursos: computador com planilha.

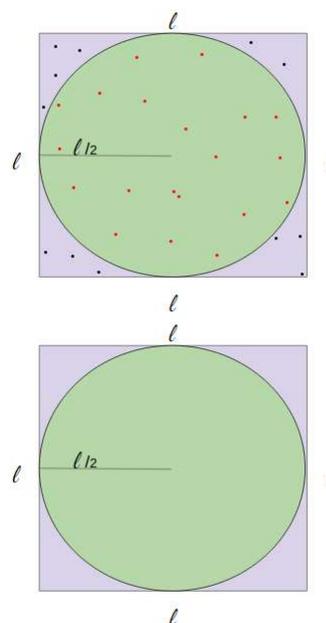
Nível de Ensino: Médio, Superior.

Duração: 2 horas-aula.

Nessa atividade convidamos os estudantes a usar os conceitos de Geometria e Estatística para dar um palpite sobre o valor do número irracional π . Para informações sobre π ver https://pt.wikipedia.org/wiki/Pi#.E2.80.9C.Hist.C3.B3.ria.E2.80.9D_do_.CF.80 (Wikipédia). Nesse portal, um cálculo mencionado indica o valor de π como sendo 3,1415926535 (com 10 casas decimais).

Considere um quadrado de lado ℓ e com um círculo inscrito de raio $\ell/2$ (ver figura ao lado). A área do quadrado é ℓ^2 , enquanto que a área do círculo é $\pi\ell^2/4$. Dessa forma, escolhendo um ponto ao acaso nessa figura, a probabilidade¹ desse ponto cair dentro do círculo é o quociente das áreas acima (círculo por quadrado), resultando em $\pi/4$.

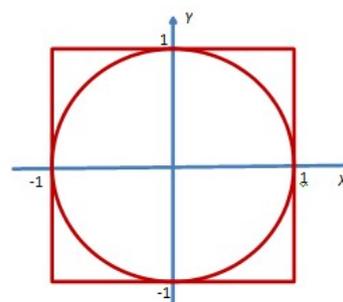
Uma forma simples de obter uma estimativa, para essa probabilidade, seria escolher pontos aleatórios dentro deste quadrado, como ilustrado ao lado. Então, contamos quantos desses pontos ficam dentro do círculo. O quociente entre o número de pontos no círculo e o número de pontos gerados é uma estimativa da probabilidade $\pi/4$. Esse valor multiplicado por 4, fornece uma estimativa para π .



O experimento

No laboratório de informática, peça para os estudantes se organizarem em duplas para simular a escolha de pontos no quadrado. Isto será feito gerando valores aleatórios numa planilha eletrônica usando as funções, ou comandos, disponíveis. Essas funções costumam ter redação similar nas várias planilhas e, as descritas aqui, são as do *software* Excel (a aplicação de funções nas células precisa ser precedida do sinal de “=”).

A figura ao lado contém o quadrado inserido em um plano cartesiano. Os estudantes devem usar duas colunas (A e B), uma para guardar a abscissa e outra para a ordenada do ponto a ser gerado. A função **ALEATÓRIO()** gera um valor aleatório entre 0 e 1 e, calculando **1-2*ALEATÓRIO()**, obtemos um valor aleatório no intervalo $[-1, 1]$. Para simular a escolha do ponto, aplicamos o cálculo na coluna A e B. Dessa forma, geramos as coordenadas de um ponto escolhido ao acaso em um quadrado de lado dois.



1. A probabilidade calculada é denominada algumas vezes *probabilidade geométrica*. Ela é uma versão geométrica da definição clássica de probabilidade que é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Na probabilidade geométrica o quociente se dá entre medidas de comprimento, área ou volume.

Valor de π

O professor pede aos estudantes para repetirem esse procedimento e obterem 100 pontos. Obtidos esses pontos, é preciso verificar quais caíram dentro ou fora do círculo. Um ponto está dentro dos limites de um círculo de raio um, se a distância do ponto até a origem é menor ou igual a um. Em uma terceira coluna (C), baseando-se na fórmula da distância da geometria analítica, a função $SE((RAIZ((A2^2)+(B2^2)))<=1; 1; 0)$ verifica a localização. O resultado dessa função será 1, caso o ponto caia dentro do círculo, e 0 caso contrário.

Após isso, usando a função $SOMA()$ na coluna (C) obtemos o número de pontos que caíram dentro do círculo. Em seguida, cada dupla de estudantes obtém um valor aproximado de π , fazendo a divisão do número de pontos dentro do círculo por 100 e multiplicando o resultado por quatro

Discutindo o experimento

O professor solicita a cada dupla que apresente o valor que obtiveram e promove uma discussão geral, iniciando com a pergunta: *Por que os valores obtidos por cada dupla não são iguais já que todos geraram a mesma quantidade de pontos e usaram a mesma “fórmula” para se chegar ao valor aproximado de π ?*

Pode ser interessante solicitar que registrem os valores (por exemplo, com 4 casas decimais) em uma planilha para ajudar na comparação. Entre as conclusões da discussão, o professor deve apontar que as diferenças são devidas à aleatoriedade envolvida no processo. Note que existem diferenças entre os resultados dos estudantes e, também, destes resultados para o valor “real” de π .

Aprofundando a discussão

Haveria alguma maneira de melhorar o valor dessa aproximação? Uma sugestão seria aumentar o número de pontos gerados. Peça aos pares de estudantes que gerem, e anotem os resultados de π , usando 10 pontos, depois sucessivamente 100, 500, 1.000 e 5.000 pontos (talvez mais se desejarem). Com mais pontos esperamos um valor mais próximo do real. Entretanto, não podemos esquecer que o aleatório está sempre presente e não há garantias de melhor resultado, apenas “maior probabilidade” de um melhor resultado!

Veja também a atividade de sala de aula **SA21: Valor de π** que, com argumentos geométricos idênticos, utiliza um molde do quadrado para obter uma aproximação para π .