

Técnicas de Análise de Formas

Aplicadas em Representações por Landmark

MAC5701 - Tópicos em Ciência da Computação

Celina Maki Takemura

Orientador: Dr. Roberto Marcondes Cesar Jr.

IME - Instituto de Matemática e Estatística

USP - Universidade de São Paulo

Resumo

Este documento refere-se a um levantamento bibliográfico de descritores utilizados para análise e classificação de formas, inseridos na área de visão computacional. Será dada especial atenção à teoria das *Wavelets* [3, 2], a qual será testada através de sua aplicação ao problema de análise da morfologia de mandíbulas de roedores da família *Thrichomys apereoides* [11, 9].

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Recursos utilizados no decorrer do desenvolvimento do plano de trabalho	4
1.2	Organização do Trabalho	8
2	Características Monoescala	9
2.1	Perímetro	9
2.2	Área	10
2.3	Compacidade	11
2.4	Centróide ou Centro de Massa	11
2.5	Distância Média à Borda	12
2.6	Diâmetro	12
2.7	Normas	13
2.7.1	Norma Euclidiana	13
2.7.2	Tamanho médio	14
2.7.3	Tamanho da Centróide	15
2.8	Maior e Menor Eixos	15
2.9	<i>Thickness</i>	16
2.10	Características Baseadas em “ <i>Buracos</i> ”	16
2.11	Momentos Estatísticos	16
2.12	Simetria	17
2.13	Assinaturas	18
2.14	Descritores Topológicos	18
2.15	Descritores Baseados em Aproximação Poligonal	19
2.16	Descritores de Complexidade	21

2.17	Fractais	22
2.17.1	<i>Box-Counting</i>	22
2.17.2	Método de Dilatações ou Salshicha de <i>Minkowsky</i>	23
2.18	Curvatura	23
2.19	Descritores de <i>Fourier</i>	24
3	Características Multiescala	25
3.1	Espaço-Escala	25
3.2	Transformadas de Tempo-Frequência	27
3.3	Transformadas Tempo-Escala ou Transformadas em Wavelets	27
3.4	Curvatura Multiescala Baseada em <i>Fourier</i>	32
3.5	Energias Multiescala	35
3.5.1	Energia de Dobramento	35
3.5.2	Energia de Wavelet	37
4	Conceitos de Morfometria	38
4.1	Tipos de Dados em Morfometria	38
4.2	Espaços Morfométricos	40
5	Aplicação da Teoria de Wavelets	42
5.1	Obtenção dos Landmarks	42
5.2	Validação do Método	43
5.2.1	Criação de Populações	43
5.2.2	Extração da <i>Representação-W</i>	45
5.3	Resultados Obtidos	51
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	54

Capítulo 1

Introdução

Uma grande variedade de problemas relacionados às mais diversas disciplinas requerem a análise de imagens em um determinado ambiente. Em muitos casos, esses problemas podem ser reduzidos à análise de formas.

Dentro desse contexto, embora alguns artigos já tenham apresentado amplas revisões de métodos de pré-processamento, representação e classificação de formas [10, 6, 5], pouca atenção tem sido dada para realização de um levantamento sistemático das diversas características de formas descritas na literatura. O presente trabalho faz parte de um projeto que visa suprir esta carência, concentrando-se principalmente nos descritores baseados na transformada em *Wavelets* [3].

Será abordado, para motivo de exemplificação da aplicação da teoria de *Wavelets*, um problema de morfometria relacionado ao estudo da teoria da evolução de estruturas morfológicas complexas (veja figuras 1.2 e 1.3). Os dados estudados referem-se a populações de *Thrichomis apereoides* encontradas no nordeste brasileiro.

Outro aspecto que motiva o desenvolvimento deste documento, pode ser percebido na multidisciplinaridade do problema de análise de formas [3, 4]. Por exemplo, métodos de análise de formas podem ser aplicados:

- na Medicina, para ajudar no reconhecimento de tumores, na análise de patologias genéticas, e na laparoscopia.



Figura 1.1: Marcos anatômicos da mandíbula dos *T. apereoides* [9, 11]

- em se tratando de segurança, podem ser aplicados descritores de formas para o reconhecimento de pessoas.
- na Zoologia, para estudar estruturas morfológicas, como o será mostrado no capítulo 5.
- para reconhecer traços de determinados artistas em pinturas, esculturas.
- na indústria, para a qual podem ser implementados sistemas para controle de qualidade baseados nos conceitos desta disciplina.

1.1 Recursos utilizados no decorrer do desenvolvimento do plano de trabalho

O objetivo deste trabalho é o levantamento de características para auxiliar o desenvolvimento de um dicionário para, dado um determinado ambiente, ajudar na escolha de características que melhor se apliquem ao problema. Levando essa afirmativa em consideração, temos a necessidade de estudar o maior número de descritores de formas, levantando vantagens e desvantagens de sua aplicação.

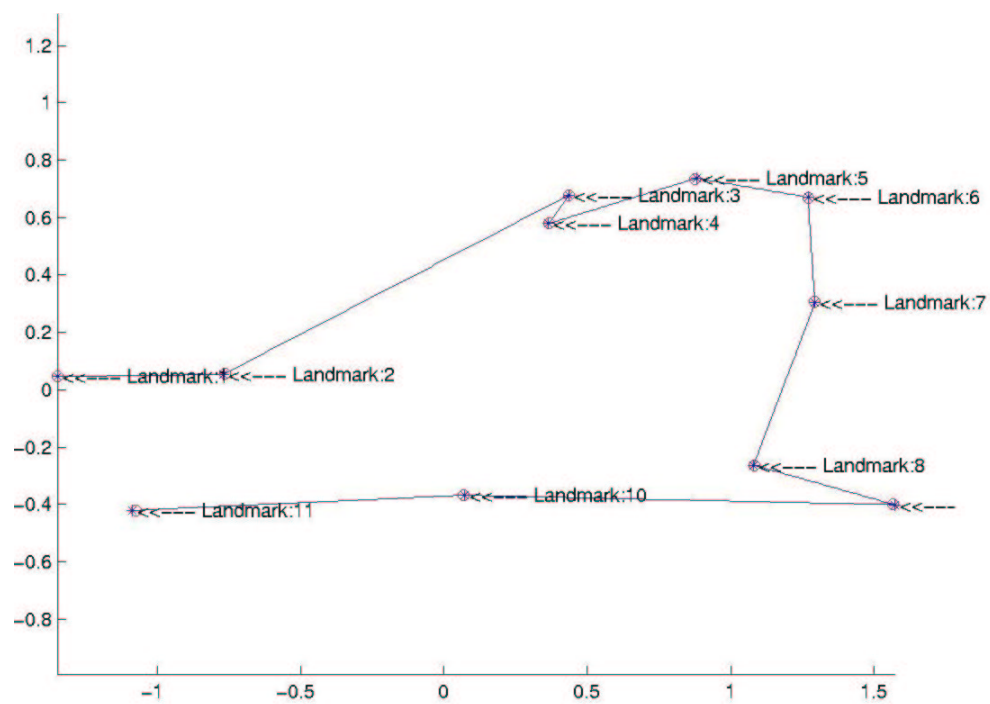


Figura 1.2: Representação da mandíbula de um *Thrichomys apereoides*

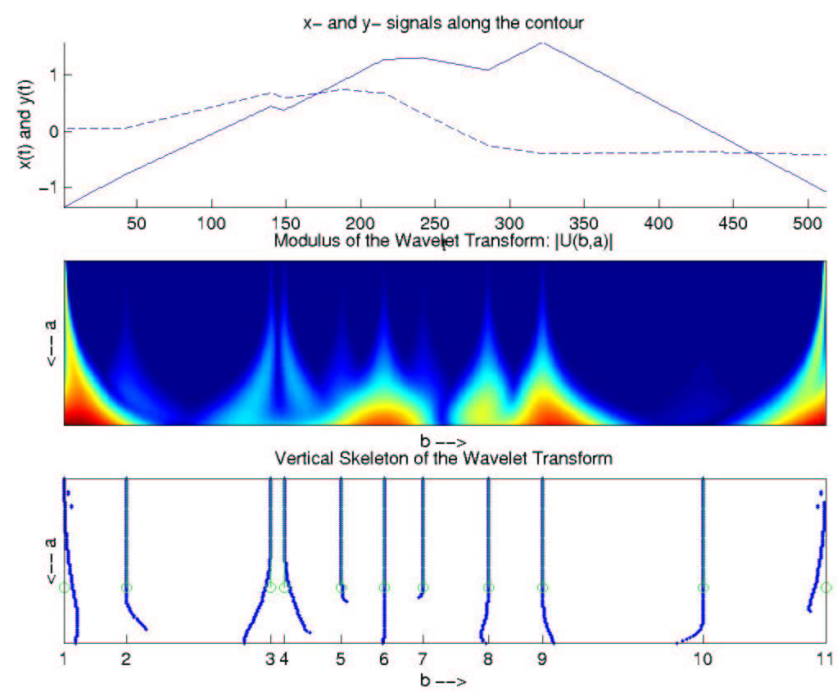


Figura 1.3: Resultado da transformada em *Wavelet* na Figura 1.2

Neste sentido, a principal referência, é dada pelos capítulos 6 e 7 do livro “*Shape Analysis and Classification - Theory and Practice*” [3], que apresentam um grande número de descritores relativos à análise de formas. Tal livro foi o primeiro a fazer um levantamento das características de formas em maior profundidade. Antes disso, encontramos na literatura levantamentos de representação e, principalmente, de classificação, como já mencionado.

Outras referências podem ser citadas, como [5], [2] e [6], em que se encontram alguns critérios de avaliação de características a serem utilizados. Além dos critérios de avaliação, em [5] tem-se uma revisão de vários métodos de análise de formas, enfocando conceitos básicos e fornecendo uma visão geral de algumas teorias de percepção visual.

Os artigos de Pavlidis [10] e Marshall [6], apresentam outras revisões, sugerindo uma série de características divididas em uma classificação similar à [5].

Alguns trabalhos clássicos sobre representação e análise multiescala de formas a serem estudados são os apresentados nos artigos de Mokhtarian e Mackworth [7, 8], onde são apresentados outros critérios de avaliação de representação de curvas além de uma abordagem para a descrição e reconhecimento de contornos invariante sob os aspectos de rotação, escala e translação.

Todo este estudo, tem como meta a implementação dos descritores, posteriormente disponibilizados em uma *toolbox*, para a ferramenta *Matlab*. Este ambiente será utilizado para os testes realizados com os dados das mandíbulas dos roedores.

Em relação ao exemplo a ser tratado através da utilização da teoria de *Wavelets*, temos como base para realização destes testes os trabalhos de Sérgio Reis (UNICAMP), [9] e [11].

Para elaboração do relatório final deverão ser utilizados recursos do LPI - Laboratório de Processamento de Imagens do IME, assim como material bibliográfico disponível nas bibliotecas da USP.

1.2 Organização do Trabalho

Neste primeiro capítulo foram apresentados os objetivos do trabalho, assim como as motivações para o estudo da área de análise de formas. Nos capítulos 2 e 3, serão descritas algumas das características mais utilizadas dentro deste contexto. A seguir serão apresentados alguns conceitos pertencentes a disciplina de morfometria. As ferramentas e outros materiais aplicados ao projeto assim como os métodos utilizados para avaliação da utilização da teoria de *Wavelets* no problema a ser abordado, serão tratados no capítulo 5.

Capítulo 2

Características Monoescala

2.1 Perímetro

O *perímetro* é definido como sendo o comprimento da borda de uma forma.

Para motivo de análise computacional, temos duas abordagens, referentes à definição de vizinhança. Em formas representadas por vizinhança de 4, podemos tratar o perímetro como sendo o número de pixels de sua borda.

No caso de formas 8-conectadas, a distância entre pixels não é constante. Observe, na figura 2.1, que a distância de P aos vizinhos v_1 , v_3 , v_5 e v_7 é diferente da distância entre P à v_0 , v_2 , v_4 e v_6 .

Em geral, consideramos $\sqrt{2}$ a distância de um pixel P aos seus vizinhos diagonais e 1 a distância aos demais. Assim, podemos representar o perímetro de uma forma 8-conectada como sendo

$$P = N_p + N_i\sqrt{2} \tag{2.1}$$



Figura 2.1: Vizinhança de 4 e de 8 de um pixel P. [3]

onde N_p representa o número de códigos pares e N_i o número de códigos ímpares na representação do contorno através do código da cadeia.

Se a forma é representada através de um contorno dado como um sinal complexo $u(n) = x(n) + iy(n)$, com $i = \sqrt{-1}$ e $n = 0, \dots, N-1$, seu perímetro pode ser calculado através da somatória das distâncias entre todos os pontos consecutivos.

$$P = \sum_{n=0}^{N-1} |u(n) - u(n-1)| \quad (2.2)$$

onde $u(-1) = u(N-1)$, para contornos fechados, e $|u(n)|$ é o módulo complexo de $u(n)$.

2.2 Área

Podemos estimar a *área* de uma forma, considerando o histograma de uma imagem cujos componentes conexos são rotulados. O número de pixels com um determinado rótulo representa a área do objeto com este rótulo.

2.3 Compacidade

A *compacidade* [4] é uma característica adimensional, invariante à escala e à orientação, derivada da área e do perímetro e dada por

$$C = \frac{P^2}{A} \quad (2.3)$$

onde P representa o perímetro e A a área da forma.

2.4 Centróide ou Centro de Massa

A *centróide* de um objeto dado por uma região pode ser calculada pela média dos valores das coordenadas dos pontos que o representam.

Formas representadas por contornos dados por um sinal complexo $u(n)$ podem ter seu centro de massa estimado da seguinte maneira:

$$M = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} u(n)}{N} \quad (2.4)$$

onde $M = z_1 + jz_2$ é um número complexo e (z_1, z_2) dão a coordenada da centróide.

Algumas medidas derivadas da centróide podem ser interessantes a certas aplicações. Em geral podemos citar:

- Distância máxima entre um ponto de borda e a centróide (D_{max}).

- Distância mínima entre um ponto de borda e a centróide (D_{min}).
- Distância média entre pontos de borda e a centróide (D_{med}).
- Histograma das distâncias entre a centróide e os pontos de borda.
- Razões entre as medidas citadas acima.

2.5 Distância Média à Borda

A média das distâncias entre pontos internos e pontos de borda de uma imagem é dada pela equação 2.5

$$\beta = \frac{1}{N} \sum d(r, boundary(g)) \quad (2.5)$$

onde a forma do objeto analisado é dada por g , sendo que g é composto por N pontos e a função $d(r, boundary(g))$ retorna a menor distância de um ponto $r \in g$ e a borda da forma.

β também pode ser calculada através da *transformada da distância* [3]. A *transformada da distância* de uma forma S é definida como o processo de associar a cada ponto P externo a S a distância respectiva $d(P, S)$

$d(P, S)$ refere-se a menor distância entre um ponto qualquer de uma dada uma forma binária 2-D S e um ponto P .

2.6 Diâmetro

O *diâmetro* de uma forma é definido como a maior distância entre dois pontos de uma forma.

Podemos computar o diâmetro de uma forma comparando todas as distâncias entre dois pontos pertencentes a borda.

O seguimento que liga os pontos mais distântes de uma forma é conhecido como *corda máxima*.

2.7 Normas

2.7.1 Norma Euclidiana

Considere uma forma S , representada por dois vetores S_x e S_y , de tamanho n , que contém as coordenadas de seus *landmarks*. A *norma euclidiana* é dada por

$$\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_{x,i}^2 + \sum_{i=1}^n S_{y,i}^2} \quad (2.6)$$

Observe que esta norma não é invariante a translação. Uma solução é normalizar a forma, movendo seu centro de massa (ou *centróide*), representado pela vetor $S_0 = (S_{x,0}, S_{y,0})$, à origem do sistema de coordenadas.

Lembrando da equação 2.4, temos que

$$S_{x,0} = \frac{\sum_{i=1}^n S_{x,i}}{n} \quad (2.7)$$

$$S_{y,0} = \frac{\sum_{i=1}^n S_{y,i}}{n} \quad (2.8)$$

A norma euclidiana invariante a translação é dada agora pela equação 2.9. Essa equação mostra também que a norma euclidiana é invariante a rotação.

$$\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (S_{x,i} - S_{x,0})^2 + \sum_{i=1}^n (S_{y,i} - S_{y,0})^2} \quad (2.9)$$

Em algumas situações, é interessante considerar algum tipo de normalização 2.10. Como resultado desta normalização, temos a raiz quadrada do tamanho médio (*root mean square size - RMS*), mostrada na equação 2.10

$$\|S\| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_{x,i} - S_{x,0})^2 + \sum_{i=1}^n (S_{y,i} - S_{y,0})^2}{2n}} \quad (2.10)$$

2.7.2 Tamanho médio

Uma definição alternativa para o tamanho de uma forma S é dada pela distância média entre cada um dos *landmarks* até o centro de massa.

$$\|S\| = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(S_{x,i} - S_{x,0})^2 + (S_{y,i} - S_{y,0})^2}}{n} \quad (2.11)$$

Este tamanho é, como a norma euclidiana, invariante à rotações e translações.

2.7.3 Tamanho da Centróide

O *tamanho da centróide* é definido como a raiz quadrada da soma das distâncias euclidianas entre cada *landmark* e o centro de massa.

$$\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(S_{x,i} - S_{x,0})^2 + (S_{y,i} - S_{y,0})^2]} \quad (2.12)$$

Observe que, embora definida de outra maneira, o tamanho da centróide corresponde a norma euclidiana. Observe também que, como consequência de sua definição, suas versões normalizadas diferem.

$$\|S\| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(S_{x,i} - S_{x,0})^2 + (S_{y,i} - S_{y,0})^2]}{n}} \quad (2.13)$$

2.8 Maior e Menor Eixos

A direção na qual a forma é mais alongada é chamada *maior eixo*. Perpendicular ao maior eixo, temos o *menor eixo*. O maior e o menor eixos são chamados *eixos principais*.

Os eixos principais podem ser computados a partir de auto-vetores da matriz de covariância C da forma S . O auto-vetor associado ao maior auto-valor é o maior eixo da forma, e o segundo maior auto-valor está relacionado ao menor eixo.

Outra forma de encontrar os eixos principais é dada através do cálculo do menor retângulo envolvente de uma forma.

Algumas outras características podem ser obtidas do maior e menor eixos, incluindo:

- Tamanho dos eixos principais, dado pelo auto-valor associado.
- *Aspect ratio*, também conhecido como *alongamento*, definido pela razão entre o tamanho dos eixos principais.
- *Retangularidade*, definida como a razão entre a área da forma e a área do menor retângulo envolvente.

2.9 *Thickness*

Esta característica é definida como o número de erosões, usando um mesmo elemento estruturante, necessárias para erodir completamente o objeto.

Um descritor derivado deste pode ser dado pelo número de erosões necessárias para quebrar a conectividade da forma.

2.10 Características Baseadas em “*Buracos*”

Em formas que apresentam buracos, estes podem ser considerados para extração de diferentes características. Um caso em particular, é o uso do número de buracos para a diferenciar “B” e “D” em aplicações como OCR¹.

Esta é uma característica associada à topologia da forma. Alguns outros descritores topológicos serão discutidos na seção 2.14.

2.11 Momentos Estatísticos

Momentos estatísticos, juntamente com os descritores de *Fourier* e curvatura, são os descritores de forma mais populares.

¹*Optical Character Recognition*

Seja g a forma. Os momentos podem ser definidos como

$$m_{r,s} = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} p^r q^s g(p, q) \quad (2.14)$$

Para obter momentos invariantes a translação podem ser aplicados os momentos centrais

$$\mu(r, s) = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} (p - \bar{p})^r (q - \bar{q})^s g(p, q) \quad (2.15)$$

onde, $\bar{p} = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}$ e $\bar{q} = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$

2.12 Simetria

Existem vários tipos de *simetria*. Para motivo de exemplificação, nesta seção trataremos da *simetria bilateral*.

Para calcular o grau de simetria de uma forma, podemos refletir a forma em relação ao maior eixo, passando pelo centro de massa. Em seguida, soma-se a imagem original à esta nova forma refletida.

Temos agora três valores de pixel,

- 0 - pixels de *background*
- 2 - pixels formados pela sobreposição das duas formas
- 1 - pixels assimétricos.

Seja N o número de pixels de valores 1 ou 2 e N_2 , o número de pixels de valor 2. O grau de simetria bilateral pode ser estimado como a razão $\frac{N_2}{N}$

2.13 Assinaturas

A idéia básica deste tipo de descritor é encontrar sinais 1D para representar formas 2D. Alguns exemplos podem ser citados:

- sinais x e y : coordenadas paramétricas obtidas por um algoritmo de extração de contornos podem ser utilizadas separadamente como sinais 1D. Outra assinatura pode ser definida em termos de um sinal complexo $x + jy$.
- código da cadeia e número da forma: o código da cadeia e o número da forma podem também ser adotado como uma assinatura 1D.
- curvatura: a curvatura pode ser adotada como um sinal 1D.
- distância a centróide: podemos ter um sinal 1D obtido através do cálculo das distâncias entre cada ponto do contorno e a centróide.
- assinaturas baseadas em projeção: podemos definir assinaturas de regiões através da projeção dos valores dos pixels da imagem ao longo de linhas perpendiculares a uma orientação de referência.

2.14 Descritores Topológicos

Alguns aspectos estruturais das formas podem ser usados como características das mesmas. Um exemplo é o número de buracos (veja seção 2.10) que a forma apresenta e o número de componentes conexos [3].

Descritores estruturais podem ser vistos como grafos e em termos de linguagens formais [5]. Assim, dentro da disciplina de análise de formas, podem ser aplicados métodos sintáticos, apresentando a vantagem de entrar num campo bem desenvolvido, Teoria das Linguagens Formais (TLF).

A TLF é utilizada em diferentes campos incluindo projeto de compiladores, teoria dos autômatos, linguagens de programação, reconhecimento de padrões, e processamento de imagens. Uma desvantagem da utilização de métodos sintáticos é a necessidade de codificar a forma em termos que podem ser dados como entrada a um analisador sintático(*parser*).

2.15 Descritores Baseados em Aproximação Poligonal

A aproximação poligonal é utilizada para encontrar uma aproximação da borda da forma usando linhas retas. Estes métodos são baseados no uso de critérios de aproximação, tais como de erro mínimo, perímetro mínimo do polígono, área interna máxima do polígono ou área externa máxima [5, 3].

Dois métodos usados para determinar uma aproximação poligonal são descritos a seguir:

- **Algoritmo de *Rammer***

Este algoritmo procura uma aproximação poligonal do contorno através de um mecanismo iterativo, que parte de uma solução inicial, por exemplo, o segmento de reta \overline{AB} na figura 2.2.

A distância máxima entre a linha poligonal traçada pelo algoritmo e a curva a ser aproximada é usada como critério de parada. Se esta distância é maior que o parâmetro de erro pré-definido, “*dividimos*” o segmento, criando dois outros, \overline{AC} e \overline{CB} , onde C é o ponto mais distante entre \overline{AB} e o contorno.

A solução inicial pode ser especificada de diferentes maneiras. No caso de curvas abertas podemos tomar como solução inicial, o primeiro e o ultimo ponto da curva. Se a curva é fechada, é suficiente prover dois pontos do contorno e tratá-lo como duas curvas abertas.

A algoritmo de *Rammer* é simples e pode produzir bons resultados, entretanto é dependente do contorno e da solução inicial.

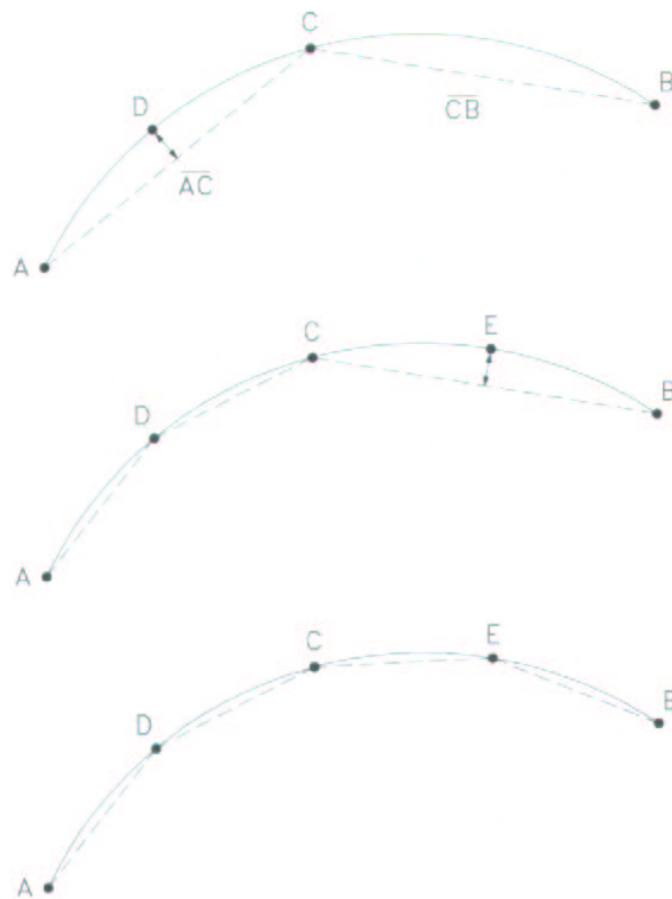


Figura 2.2: Aproximação poligonal de um segmento de contorno - Algoritmo de *Rammer* [3]

- Algoritmo *Split-Merge*

Nesta abordagem, o segmento do contorno é analisado e se não pode ser aproximado por um segmento de reta, é dividido em duas partes, ao mesmo tempo em que segmentos adjacentes são analisados e eventualmente unidos.

Podemos citar algumas características interessantes baseadas na aproximação poligonal [3]

- Número de cantos ou vértices.
- Tamanho do maior e menor lado, assim como a razão destes valores.
- Medidas de simetria.

2.16 Descritores de Complexidade

Medir a complexidade de uma forma é uma tarefa bastante complicada, já que não temos um conceito exato do que seja complexidade.

Algumas características que podem ser associadas à complexidade.

- Circularidade, definida como a razão entre o quadrado do perímetro e a área.
- *Thinness ratio*, dada por $4\pi(\frac{\text{área}}{\text{perímetro}^2})$, onde 4π é uma constante de normalização.
- Razão da área pelo perímetro - $\frac{\text{área}}{\text{perímetro}}$
- Retangularidade definida como a razão entre a área da forma e a área do menor retângulo envolvente.
- Temperatura
 $T = \log_2(\frac{2\text{perímetro}}{\text{perímetro} - H})$, onde H é o perímetro do casco convexo.
- Dimensão fractal (veja a seção 2.17).

2.17 Fractais

Medidas fractais são utilizadas quando o problema requer análise de complexidade de estruturas “auto-similares” ao longo de várias escalas. Uma medida fractal largamente aplicada é a *dimensão fractal*, que será definido a seguir.

A *dimensão topológica* (d_T) é dada pelo número de graus de liberdade que caracteriza a posição de um ponto num conjunto. Por exemplo, a dimensão topológica de um ponto é 0, de uma curva é 1, de um plano é 2.

Um outro conceito de dimensão pode ser apresentado (Dimensão de “*Hausdorff-Besicovitch*”, denotado por d).

No R^N , $0 \leq d \leq N$ e $0 \leq d_T \leq N$ (observe que $d \geq d_T$) e a dimensão topológica assume valores inteiros, o que não acontece no caso da dimensão de *Hausdorff – Besicovitch*. No caso de curvas planares, essa dimensão tem um importante conceito que pode ser aplicado a análise de complexidade, quanto mais próximo de 2 é a dimensão, mais a curva “preenche” o plano a qual pertence. Como d pode assumir valores não inteiros, foi atribuído a ele o nome *dimensão fractal*.

A seguir serão apresentadas duas abordagens para estimar a dimensão fractal de uma forma.

2.17.1 *Box-Counting*

Seja S um conjunto no R^2 , e $M(\varepsilon)$ o número de bolas abertas de raio ε necessários para cobrir S . Uma bola aberta de raio ε e centro em (x_0, y_0) , em R^2 , pode ser definida como um conjunto $\{(x, y) \in R^2 | ((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)^{\frac{1}{2}} < \varepsilon\}$. A dimensão fractal d dada pela abordagem *box-counting* é definida como

$$M(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-d} \quad (2.16)$$

2.17.2 Método de Dilatações ou Salshicha de *Minkowsky*

Podemos definir a área de influência de uma forma como sendo o conjunto de pontos localizados dentro de uma distância D desta forma. Uma abordagem para encontrar esta área é dilatar a forma com um disco de diâmetro D . Esse método é chamado *salshicha de Minkowsky*.

A dimensão fractal pode ser obtida através da análise da variação da área de influência em relação a D .

2.18 Curvatura

Definimos *curvatura* ($k(t)$) de uma curva paramétrica $c(t) = (x(t), y(t))$ como sendo

$$k(t) = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{(\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.17)$$

A curvatura é uma característica consideravelmente grande e altamente redundante. Podemos derivar dela algumas medidas que amenizam estes problemas:

- *Sampled Curvature* - ao invés de usar todos os valores da curvatura, é possível amostrar o sinal.
- *Curvature Statistics* - o histograma da curvatura reflete uma série de medidas globais, como curvatura média, mediana, variância, momentos, etc.
- Pontos de Máximo, Mínimo e de Inflexão.
- Energia de Dobramento (*Bending Energy*)

2.19 Descritores de *Fourier*

O termo *descritores de Fourier* (FDs) denomina uma classe de métodos que consiste em representar a forma em termos de sinais 1D ou 2D, nos quais é aplicada a transformada de *Fourier*, e dos quais são mensurados os FDs.

Algumas propriedades interessantes dos FDs [3]:

- Simplicidade e eficiência de implementação. As FDs podem ser calculadas eficientemente através da utilização do algoritmo FFT.
- As informações mais importantes estão concentradas nos coeficientes de menor frequência.
- Muitas outras características podem ser obtidas a partir dos FDs.
- A maior desvantagem de qualquer método associado a transformada de *Fourier* é que esta não provê informação local, após a aplicação da transformada a informação local é distribuída a todos os coeficientes [5].

Como exemplo desta classe, podemos citar o método de *Zahn* e *Roskies*, citado em [5], que tem como entrada o ângulo da tangente versus o *arc length* da borda, que é analisada no sentido horário, produzindo ângulos negativos em relação ao ponto inicial.

A transformada de *Fourier* é então aplicada a essa representação do contorno e os coeficientes resultantes são utilizados como descritores da forma.

Temos assim um descritor invariante a escala (pois o *arc length* pode ser normalizado) e à translação (visto que o ângulo da tangente é invariante a posição da forma). A rotação causa mudança de fase no resultado da transformada de *Fourier*, entretanto, se for levado em consideração somente o módulo dos coeficientes, podemos dizer que ela é invariante à rotação.

Capítulo 3

Características Multiescala

A análise multiescala de formas envolve sua representação através de um sinal $u(t)$. Este sinal pode ser caracterizado através de uma transformada multiescala $U(b, a)$, que envolve dois parâmetros: b , associado à variável de tempo t de $u(t)$ e a , associado à escala.

3.1 Espaço-Escala

Esta abordagem está associada à idéia de que características importantes de um sinal estão, geralmente, associados a pontos de máximo ou mínimo local [3, 7, 6].

Os pontos de máximo local correspondem aos *zero-crossings* da primeira derivada do sinal. Um fato a ser levado em consideração é a tendência a enfatizar ruídos das altas frequências nos métodos de diferenciação, que pode ser compensado com o uso de filtros passa-baixa.

Como exemplo, utilizaremos o filtro da gaussiana. Neste caso, podemos encontrar o sinal desejado através da convolução da derivada do sinal $u(t)$, representada por $u^{(1)}(t)$, com a Gaussiana $g(t)$, aplicando a propriedade da convolução

$$u^{(1)}(t) * g(t) = (u(t) * g(t))^{(1)} = u(t) * g^{(1)}(t) \quad (3.1)$$

Os pontos extremos de $u(t)$ podem ser encontrados a partir da busca por *zero-crossings* do resultado da convolução.

É importante notar que o filtro da Gaussiana tem um parâmetro, referente ao desvio padrão e que controla o grau de suavização do filtro. O espaço-escala de $u(t)$ é definido como uma evolução do conjunto de pontos extremos ao longo do parâmetro de escala.

Seja $u(t)$ o sinal a ser analisado, e $g_a(t)$ a Gaussiana com desvio padrão $a > 0$

$$g_a(t) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-t^2}{2a^2}\right) \quad (3.2)$$

A convolução entre $u(t)$ e $g_a(t)$ é definida como

$$U(t, a) = u(t) * g_a(t) \quad (3.3)$$

Assim, podemos definir espaço-escala como sendo o conjunto de *zero-crossings* de $U^{(1)}(t, a)$, onde

$$U^{(1)}(t, a) = u(t) * g_a^{(1)}(t) \quad (3.4)$$

3.2 Transformadas de Tempo-Frequência

A transformada de *Fourier* descreve um sinal de forma global. Uma alternativa para análise local de dados é dada pela *transformada de Fourier de tempo reduzido*, que introduz uma janela que permite selecionar uma porção do sinal.

Seja a transformada de *Fourier* de um sinal $u(t)$ denotada da seguinte maneira

$$U(f) = F(u(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.5)$$

A transformada de *Fourier* de tempo reduzido é dada por

$$U(f) = Fu(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t - b)u(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.6)$$

onde $g(t)$ representa a função janela.

A análise de tempo-frequência baseada na aplicação da Gaussiana como função janela é chamada de *transformada de Gabor*. Uma propriedade muito interessante da transformada de *Gabor* é que ela permite análise local também no domínio do tempo.

3.3 Transformadas Tempo-Escala ou Transformadas em Wavelets

As *transformadas em Wavelets* são aplicadas a dados que exibem conteúdos de frequência que mudam rapidamente ao longo do tempo, para os quais a transformada de *Fourier* não é adequada, pois não permite uma análise local do conteúdo de frequência do sinal.

Eventos que ocorrerem em intervalos de tempos distintos, mesmo que bastante remotos, contribuem de maneira global para a transformada, afetando a representação como um todo, visto que a transformada de *Fourier* está baseada na integração de toda a função para o cálculo de cada frequência (como mostra a equação 3.5).

A transformada de *Fourier* janelada permite uma análise da frequência do sinal localmente no tempo. Apesar disso, utiliza a mesma janela para todas as frequências, enquanto as transformadas em *Wavelets* levam em consideração o fato de que altas frequências ocorrem em curtos intervalos de tempo enquanto componentes de baixa frequência mantêm força durante a evolução do sinal, sendo definida, no caso contínuo como

$$U[\psi, u](b, a) = U_\psi(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) u(t) dt \quad (3.7)$$

$$U_\psi(b, a) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(a, f) U(f) e^{j2\pi f b} df$$

nesta equação, $a > 0$ refere-se à escala e b está associado ao deslocamento da janela.

Uma das características mais importantes das transformadas em *Wavelets* é a habilidade de separar eventos transientes, evitando que modificações locais no sinal afetem toda a representação. Esta representação é desejável em casos como oclusão parcial.

A *representação-w* de um sinal $u(t)$ tem como características

- **Unicidade.** As transformadas em *Wavelets* tem inversa.

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a^{-\frac{1}{2}} U_\psi(b, a) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{(db)(da)}{a^2} \quad (3.8)$$

- **Invariância a transformações geométricas.** As transformadas em *Wavelet* possuem as propriedades de linearidade e a covariância, o que nos permite afirmar que são invariantes à:

1. *Translação.* Transladar formas em uma imagem por um vetor $\vec{v} = (x_0, y_0)$ é equivalente a adicionar uma constante complexa $z = x_0 + jy_0$ ao sinal $u(t)$. Esta operação não afeta a representação-w pois

$$U[\psi, u(t) + z] = U[\psi, u(t)] + U[\psi, z] = U[\psi, u(t)], z \in C \quad (3.9)$$

2. *Escala.* Escala homogênea do contorno por uma constante c afeta a magnitude e a parametrização de $u(t)$. Neste caso, a representação-w é covariante a transformação pois

$$U[\psi, c_1 u(\frac{t}{c_2})](b, a) = c_1 U[\psi, u(t)](\frac{b}{c_2}, \frac{a}{c_2}), c_1, c_2 \in R^+ \quad (3.10)$$

3. *Rotação.* Rotacionar um objeto por um ângulo θ implica na multiplicação do sinal $u(t)$ por $e^{j\theta}$ e no deslocamento da parametrização por uma constante t_0 . Assim,

$$U[\psi, e^{j\theta} u(t - t_0)](b, a) = e^{j\theta} U[\psi, u(t)](b - t_0, a), t_0 \in C, \theta \in [0, 2\pi) \quad (3.11)$$

- **Modificações locais na forma.** A representação-w geralmente é afetada localmente por modificações na forma devido a característica de rápido decaimento da maioria da *Wavelets*.
- **Eficiência e fácil implementação** Calcular a representação-w envolve convoluções circulares implementadas de maneira fácil e computacionalmente eficiente tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

Duas *Wavelets* largamente utilizadas serão citadas a seguir.

- **Derivadas da Gaussiana.** Em particular, temos a derivada de segunda ordem da gaussiana, conhecida como *Wavelet de Marr* ou *Chapéu Mexicano*.

$$\psi_g^{(2)}(t) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}(t^2 - 1)e^{-\frac{t^2}{2}} \iff \Psi_g^{(2)}(f) = -(2\pi f)^2 e^{-\frac{f^2}{2}} \quad (3.12)$$

- **Wavelet de Morlet.** Definida como

$$\psi_M(t) = e^{j2\pi f_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} + \eta(t) \quad (3.13)$$

é dada por uma gaussiana modulada por um exponencial complexo. O termo η é necessário pois uma gaussiana sozinha não é uma *Wavelet* admissível.

A *Wavelet de Morlet* é similar ao filtro de *Gabor*, tendo uma diferença importante, a banda do filtro varia com a frequência (escala). A *Wavelet de Morlet* varia o desvio padrão da gaussiana, mantendo constante a frequência da exponencial complexa, enquanto o filtro de *Gabor* mantém constante o desvio padrão e varia a frequência da exponencial complexa (Figura 3.1).

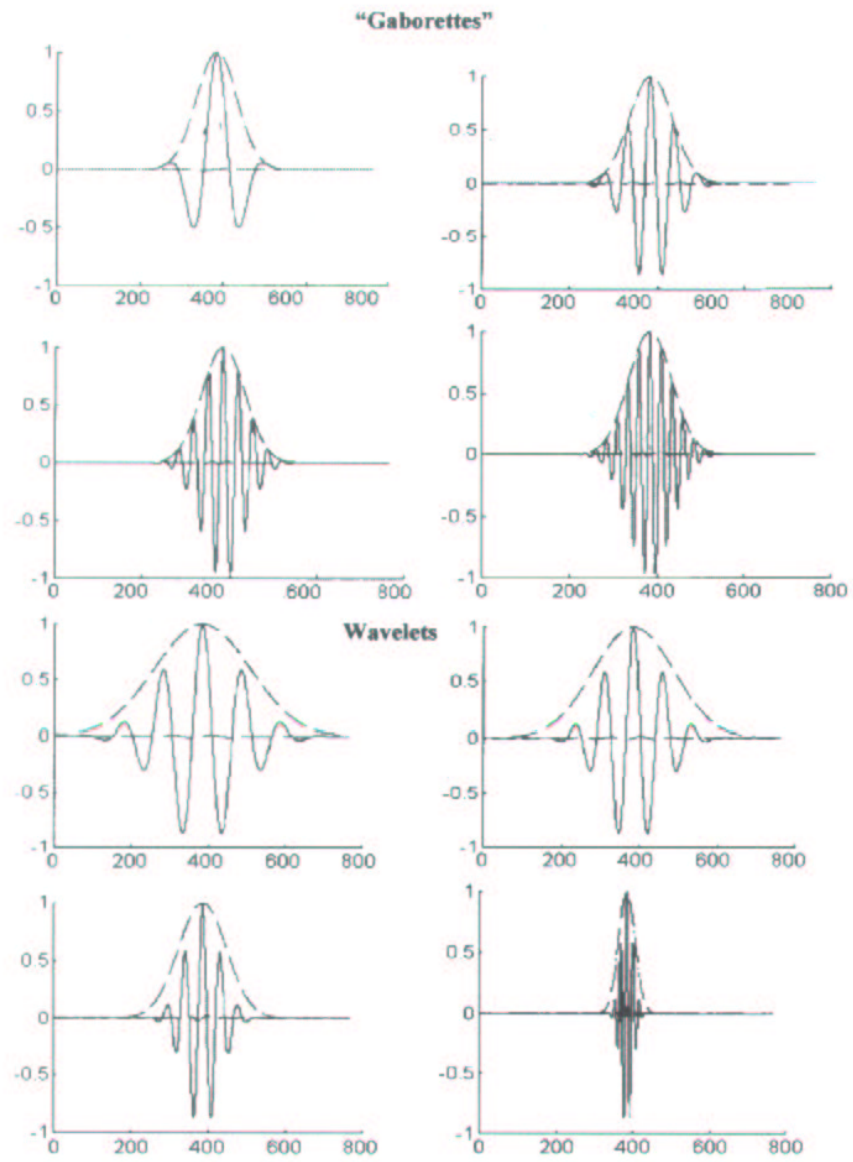


Figura 3.1: Filtros de Gabor e *Wavelet* de Morlet [3]

3.4 Curvatura Multiescala Baseada em *Fourier*

O cálculo da estimativa da curvatura usando a propriedade da derivada de *Fourier* pode ser realizada em contornos representados por sinais $x(t)$ e $y(t)$ ou em contornos representados por sinais complexos $u(t)$.

1. $c(t) = (x(t), y(t))$

No caso em que o contorno é representado por um sinal paramétrico, a curvatura $k(t)$ é representada pela equação 2.17.

É necessário então, o cálculo da primeira e da segunda derivada dos sinais $x(t)$ e $y(t)$. Seja $X(f)$ e $Y(f)$ as transformadas de *Fourier* de $x(t)$ e $y(t)$ respectivamente. A propriedade da derivada de *Fourier* nos fornece

$$\begin{aligned}\dot{X}(f) &= j2\pi f X(f) \\ \dot{Y}(f) &= j2\pi f Y(f) \\ \ddot{X}(f) &= -(2\pi f)^2 X(f) \\ \ddot{Y}(f) &= -(2\pi f)^2 Y(f)\end{aligned}\tag{3.14}$$

Onde j é o número complexo e $\dot{X}(f)$, $\dot{Y}(f)$, $\ddot{X}(f)$ e $\ddot{Y}(f)$ denotam as transformadas de *Fourier* $\dot{x}(f)$, $\dot{y}(f)$, $\ddot{x}(f)$ e $\ddot{y}(f)$ respectivamente, assim

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F^{-1}(\dot{X}(f)) \\ \dot{y}(t) &= F^{-1}(\dot{Y}(f)) \\ \ddot{x}(t) &= F^{-1}(\ddot{X}(f)) \\ \ddot{y}(t) &= F^{-1}(\ddot{Y}(f))\end{aligned}\tag{3.15}$$

2. $u(t) = x(t) + jy(t)$

As derivadas de $u(t)$ são dadas por

$$\begin{aligned}\dot{u}(t) &= \dot{x}(t) + j\dot{y}(t) \\ \ddot{u}(t) &= \ddot{x}(t) + j\ddot{y}(t)\end{aligned}\tag{3.16}$$

E as transformadas de *Fourier* de $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ podem ser definidos através de $U(f)$.

$$\begin{aligned}\dot{U}(f) &= j2\pi f U(f) \\ \ddot{U}(f) &= -(2\pi f)^2 U(f)\end{aligned}\tag{3.17}$$

Assim, $\dot{u}(t) = F^{-1}(\dot{U}(f))$ e $\ddot{u}(t) = F^{-1}(\ddot{U}(f))$.

Temos ainda que considerar

$$\dot{u}(t)\ddot{u}^*(t) = \dot{x}(t)\dot{y}(t) + \ddot{x}(t)\ddot{y}(t) - j(\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t))\tag{3.18}$$

$$|\dot{u}(t)|^3 = (\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2})^3 = (\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2)^{\frac{3}{2}}\tag{3.19}$$

Verifique que a parte imaginária da equação 3.18 é igual a -1 multiplicado pelo numerador da equação 2.17 e que $|u(t)|^3$ equivale ao denominador (equação 3.19). Portanto, podemos denotar a curvatura de um sinal complexo como sendo

$$k(t) = \frac{-Im(\dot{u}(t)\ddot{u}^*(t))}{|\dot{u}(t)|^3} \quad (3.20)$$

Observe que a propriedade da derivada de *Fourier* pode ser aplicada à $u(t)$, $x(t)$ ou $y(t)$, para estimar os sinais necessários para o cálculo da curvatura, no entanto, é importante enfatizar que os sinais obtidos são consequência de um filtro passa-alta, o que acentua a influência de ruídos de alta frequência.

Este problema pode ser amenizado com a utilização de um filtro passa-baixa multiescala.

Podemos aplicar por exemplo um filtro gaussiano $g(t)$, com desvio padrão a .

$$g(t) = g_a(t) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-t^2}{2a^2}\right) \iff G(f) = G_{\frac{1}{a}}(f) = \exp\left(\frac{-(2\pi)^2 f^2}{2(\frac{1}{a})^2}\right) \quad (3.21)$$

onde a representa a *escala analisada* e $\frac{1}{a}$ está associado à *banda da frequência do filtro*.

Podemos então denotar como $\hat{u}(t, a)$ como sendo uma família de curvas suavizadas definidas como resultado da multiplicação de $U(f)$ pelo filtro $G_{\frac{1}{a}}(f)$

$$\hat{u}(t, a) = u * g_a(t) = F^{-1}(U_{\frac{1}{a}}(f)) = F^{-1}(U(f)G_{\frac{1}{a}}(f)) \quad (3.22)$$

Assim, definimos

$$\begin{aligned}\hat{u}(t, a) &= \dot{u} * g_a(t) = F^{-1}(\dot{U}_{\frac{1}{a}}(f)) = F^{-1}(\dot{U}(f)G_{\frac{1}{a}}(f)) \\ \hat{u}(t, a) &= \ddot{u} * g_a(t) = F^{-1}(\ddot{U}_{\frac{1}{a}}(f)) = F^{-1}(\ddot{U}(f)G_{\frac{1}{a}}(f))\end{aligned}\tag{3.23}$$

Notemos que o filtro gaussiano modifica a representação da amplitude do contorno, implicando no efeito *shrinking*. É importante notar que isto influi na estimativa da curvatura pois a curvatura não é invariante a escala. Este problema pode ser minimizado através da conservação de energia ou do perímetro do sinal.

Normalizando $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ de forma a prevenir o *shrinking*, podemos definir **curvograma** de $u(t)$ como sendo

$$k(t, a) = \frac{-Im(\dot{u}(t, a)\ddot{u}^*(t, a))}{|\dot{u}(t, a)|^3}\tag{3.24}$$

3.5 Energias Multiescala

3.5.1 Energia de Dobramento

A *energia de dobramento* é uma medida global, invariante a translação, rotação e reflexão, podendo ser normalizado com relação a mudança de escala, sendo freqüentemente utilizado como medida de complexidade.

A energia de dobramento expressa a quantidade de energia necessária para transformar um contorno fechado em um círculo com o mesmo perímetro do contorno original [3, 6], sendo definida no caso discreto como

$$\hat{B} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} k(n)^2 \quad (3.25)$$

onde N representa o número de pontos do contorno e $k(n)$ a curvatura no ponto n do contorno.

A versão multiescala da energia de dobramento é definida pela aplicação da equação 3.25 nas linhas do curvograma, indexado pelo parâmetro de escala a .

$$\hat{B}(a) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} k(a, n)^2 \quad (3.26)$$

Note que, por utilizar a curvatura, que é uma medida variante à escala, a energia de dobramento multiescala é dependente da escala, o que significa que está relacionada a um círculo de mesmo perímetro L que o contorno original. Podemos utilizar L^2 como fator de normalização e definir *energia de dobramento multiescala normalizada* (*normalized multiscale bending energy* - NMBE).

$$B(a) = \frac{L^2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} k(a, n)^2 \quad (3.27)$$

3.5.2 Energia de Wavelet

Uma alternativa à energia de dobramento que utiliza a *representação-w* ao invés do curvograma como representação multiescala do contorno é dada pela *energia de Wavelets*.

A *energia multiescala de Wavelets normalizada* (*normalized multiscale Wavelet energy* - NMWE) é dada por

$$NMWE_{\psi}(a) = \frac{1}{K^2 L} \int_{-\infty}^{\infty} |U_{\psi}(b, a)|^2 db \quad (3.28)$$

onde a representa a escala analisada, K é um fator de normalização da escala. A versão discreta do NMWE é apresentada a seguir.

$$NMWE_{\psi}(a) = \frac{1}{K^2 L} \sum_{m=1}^N |U_{\psi}(b_m, a)|^2 db \quad (3.29)$$

Capítulo 4

Conceitos de Morfometria

Este capítulo tem como objetivo dar uma visão geral da disciplina de morfometria, apresentando os conceitos necessários para a aplicação das técnicas de representação e análise de formas na verificação da relação da variação geográfica na forma da mandíbula de pequenos mamíferos encontrados no nordeste brasileiro.

Neste trabalho, utilizaremos a definição de *morfometria* dada por *Bookstein* e citada em [9], que implica que a morfometria estuda as causas das diferenças de forma entre organismos.

“Morfometria é o estudo estatístico da covariância entre mudanças de forma e fatores causais”

Dentro deste contexto, a *forma* de um organismo é o conjunto de “*propriedades de uma configuração de pontos que não se alteram por efeitos de tamanho, posição e orientação*”.

4.1 Tipos de Dados em Morfometria

Existe uma infinidade de variáveis que podem ser utilizadas em estudos morfométricos, que podem ser adquiridos através de sistemas de vídeo ou mesas de digitalização, ou no caso 3D, mesas eletromagnéticas, por exemplo. Podemos citar, dentre estas características:

1. ***Tamanho de partes homólogas.*** Temos, como exemplo deste tipo de medida, o volume ou peso de um órgão, bem como o comprimento de alguma estrutura do organismo.

Observe que, se o comprimento for utilizado, deve ser garantido que seja medido entre pontos homólogos na amostra. Mesmo desta maneira, perdemos informações, tais como a posição relativa ou a orientação da estrutura medida.

2. ***Homologia.*** Podemos observar duas características em relação à esta classe de dados morfométricos.

- *Homologia operacional.* Refere-se à correspondência biológica da posição de marcos de forma para forma.
- *Homologia táxica ou evolutiva.* Representa a similaridade devida à ancestralidade comum.

Na prática, os estudos morfométricos, geralmente, utilizam dados de homologia operacional pois tratam da comparação entre espécies de famílias próximas tentando evitar problemas de identificação de marcos anatômicos.

3. ***Contornos.*** Nos casos em que as estruturas biológicas não apresentam um número de marcos anatômicos identificáveis suficiente, a forma pode ser descrita em termos de coordenadas Cartesianas sem correspondência biológica.
4. ***Marcos anatômicos.*** Referem-se a um mapeamento de pontos relacionados a processos biológicos, e são considerados os mais ricos em informações que os citados anteriormente, sendo divididos em três categorias.

- Justaposição de tecidos: Relacionam pontos de encontro entre três estruturas se encontram.

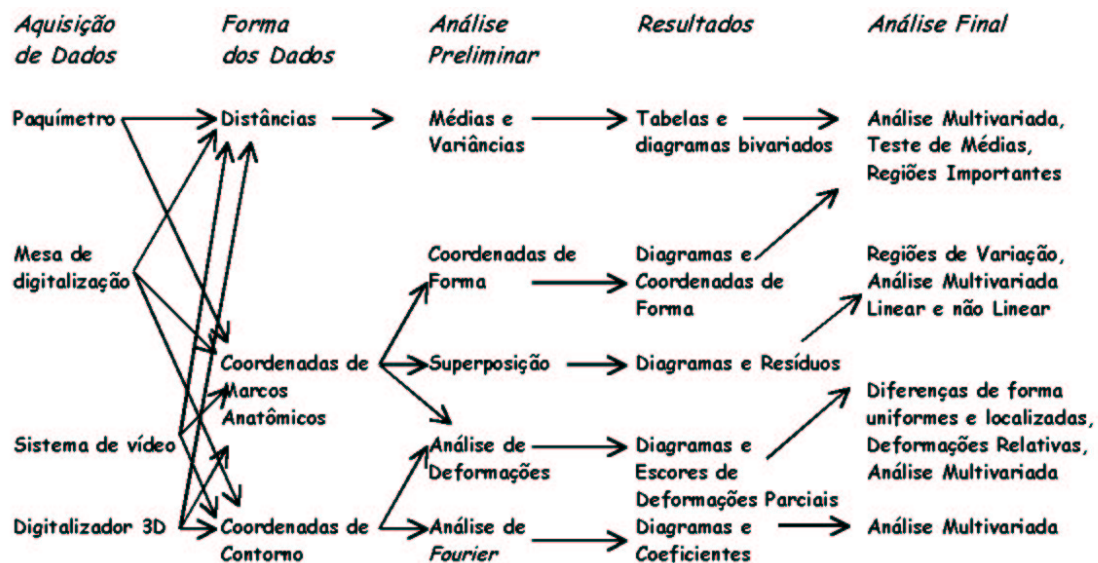


Figura 4.1: Passos na análise morfométrica. Adaptada de [9]

- Pontos de máxima curvatura ou outros processos morfogenéticos locais: Incluem extremidades e vales de invaginação.
- Pontos extremos: Descrevem pontos relacionados à maior distância que pode ser medida em uma estrutura. Observa-se que a utilização deste tipo de marco pode levar a resultados biologicamente *deficientes*, tanto quanto os obtidos com contorno.

A escolha do tipo de representação a ser utilizada, assim como do método de análise, depende de um conhecimento prévio dos organismos de estudo e do problema em particular. Na figura 4.1 está descrita a seqüência de passos a serem aplicados na análise morfométrica.

4.2 Espaços Morfométricos

Com relação à classificação de estruturas, devem ser definidos uma medida de distância e um espaço onde ela se encontra.

Será apresentada a seguir uma série de espaços utilizados para análise de dados morfométricos citados em [9] e relacionados com um conjunto de técnicas denominado *métodos de superposição de marcos anatômicos*. Estes métodos de superposição têm como objetivo auxiliar o estudo de diferenças entre configurações, dispondo-as em diferentes espaços (*espaços morfométricos*) cuja relação entre as características é constante e conhecida.

1. ***Espaço da figura***. Possui dimensão pk , em que p é o número de pontos (marcos) e k é a dimensão em que os dados foram coletados.
2. ***Espaço pré-form***. É definido quando da translação das configurações para uma mesma centróide. Observe que, enquanto *shape* designa “forma”, *form* designa “forma + tamanho”.
3. ***Espaço form***. Dado pela rotação das configurações do espaço pré-form segundo um critério de otimização.
4. ***Espaço pré-shape***. Neste espaço os dados são transladados da mesma maneira dada no espaço pré-form, e normalizados. Nesta caso consideramos que o tamanho é uma constante.
5. ***Espaço shape***. Se as configurações estão centradas em um lugar comum, normalizadas e rotacionadas segundo um critério de otimização, dizemos que estão no espaço shape.

A distância usada no *espaço shape* é chamada *distância de Procrustes*, sendo definida como a soma dos quadrados das distâncias entre pontos homólogos num par de configurações após a aplicação do processo de superposição.

Capítulo 5

Aplicação da Teoria de Wavelets

5.1 Obtenção dos Landmarks

Trataremos, nesta seção, dos critérios utilizados para o levantamento dos marcos anatômicos da mandíbulas de espécimes de populações de *Thrichomys apereoides* estudados.

As medições foram feitas em amostras pertencentes ao Museu Nacional (Rio de Janeiro), sendo divididas em nove populações relacionadas às seguintes localidades, distribuídas em quatro estados do nordeste brasileira.

1. **Ceará** Itapagé
Campos Sales
Crato
2. **Pernambuco** Bodocó Triunfo
Caruaru
Pesqueira
3. **Alagoas** Santana do Ipanema
4. **Bahia** Palmeiras

Neste trabalho, foram utilizados, para motivo de representação dos roedores a serem analisados, marcos antômicos localizados na superfície lateral esquerda da mandíbula, como mostrado na figura 1.1.

Estes marcos estão relacionados a locais de inserção de músculos e desenvolvimento de dentes nestes animais.

A representação das mandíbulas utilizadas no trabalho foram movidas para o *espaço shape*, sofrendo translação para origem do centro de coordenadas, mudança de escala (relacionada ao tamanho da centróide) e rotação visando minimizar a soma dos quadrados das distâncias Euclidianas entre pontos homólogos nos indivíduos.

5.2 Validação do Método

Tentando evitar quaisquer problemas com relação ao levantamento das características das amostras, foi elaborada uma metodologia para validação, que envolveu a criação de populações a partir da aplicação de transformações afins sobre um dado *indivíduo modelo*, seguida da aplicação do método nestes dados. Os resultados obtidos serão mostrados nesta seção.

5.2.1 Criação de Populações

Foi implementada uma função no *Matlab* para criar um conjunto de indivíduos resultantes de alguma transformação afim aplicada a um contorno modelo.

Definimos Transformação Afim como sendo qualquer transformação que pode ser expressa na seguinte forma:

$$\vec{q} = \alpha(A\vec{s} + \vec{b}) \quad (5.1)$$

em que:

A é qualquer matriz 2x2 real, não singular;

\vec{b} é qualquer vetor 2x1 real; e

α é qualquer valor escalar real.

As transformações afins são classificadas em

1. **Movimento Euclidiano.** Um movimento euclidiano é qualquer transformação T envolvendo uma rotação, seguida de uma translação.
2. **Corpo Rígido.** Uma transformação de corpo rígido T preserva todas as distâncias entre quaisquer dois pontos da forma.
3. **Similaridade** Uma transformação de similaridade T consiste de um movimento euclidiano seguido por uma escala.

function pop=populacao(modelo, tamanho_pop, directorio, arquivo)

Os parâmetros da função serão apresentados a seguir.

1. **modelo:** Lista de landmarks que serão derivados a partir de uma transformação afim, cujos parâmetros serão sorteados aleatoriamente, representados na forma de uma matriz 2 por n (número de landmarks).
2. **tamanho_pop.** Número de indivíduos a serem derivados do modelo.
3. **directorio.** Diretório onde será armazenado o arquivo com dados da população.
4. **arquivo.** Nome de arquivo onde serão armazenados os dados da população(sem extensão).

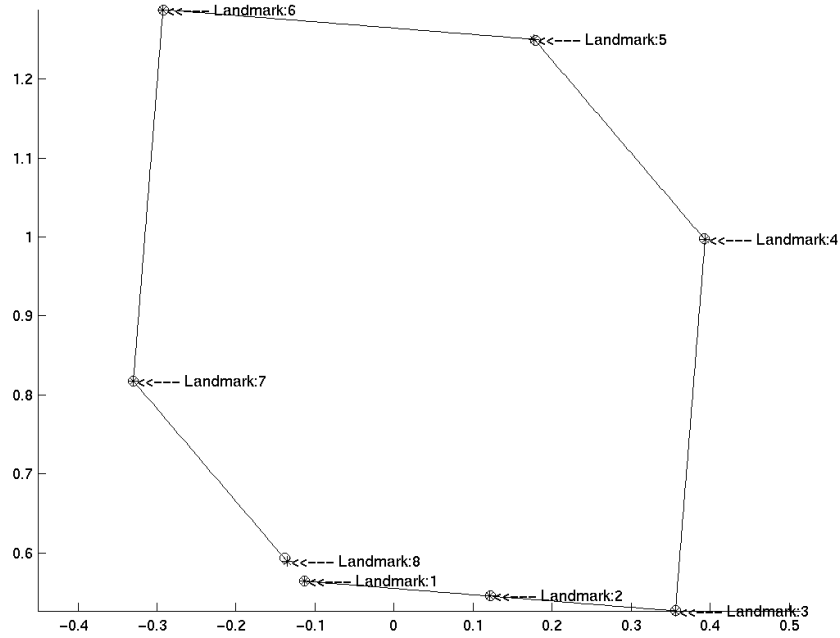


Figura 5.1: Exemplo de indivíduo - Hexágono

5.2.2 Extração da *Representação-W*

Foi criado um conjunto de teste de três populações, dado a partir de modelos de *quadrado*, *triângulo* e *hexagono* (veja exemplos de indivíduos nas figuras 5.1, 5.2, e 5.3).

Nestes indivíduos, aplicamos uma transformada em *Wavelets* (figuras 5.4, 5.5, e 5.6) e a partir dos dados gerados desta aplicação, utilizamos um classificador simples para *clusterizar* os indivíduos, denominado *linkage* [3]. Este classificador divide os dados através da distância entre eles, que neste caso está baseada nas diferenças entre os dados obtidos da transformação.

Obtivemos um resultado ótimo, visto que, da aplicação desta metodologia, temos que indivíduos de mesma população são considerados muito semelhantes entre si, enquanto indivíduos de populações distintas são considerados muito diferentes.

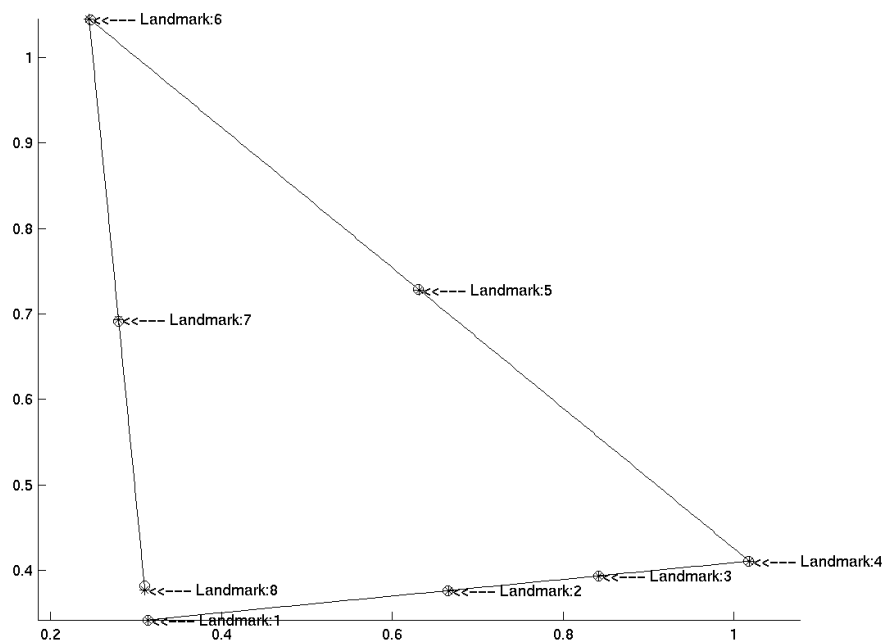


Figura 5.2: Exemplo de indivíduo - Triângulo

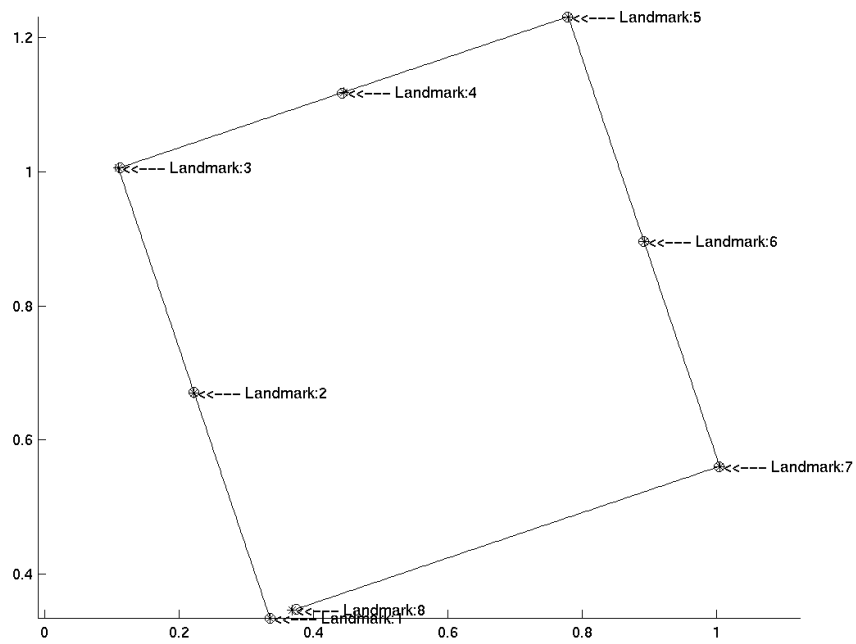


Figura 5.3: Exemplo de indivíduo - Quadrado

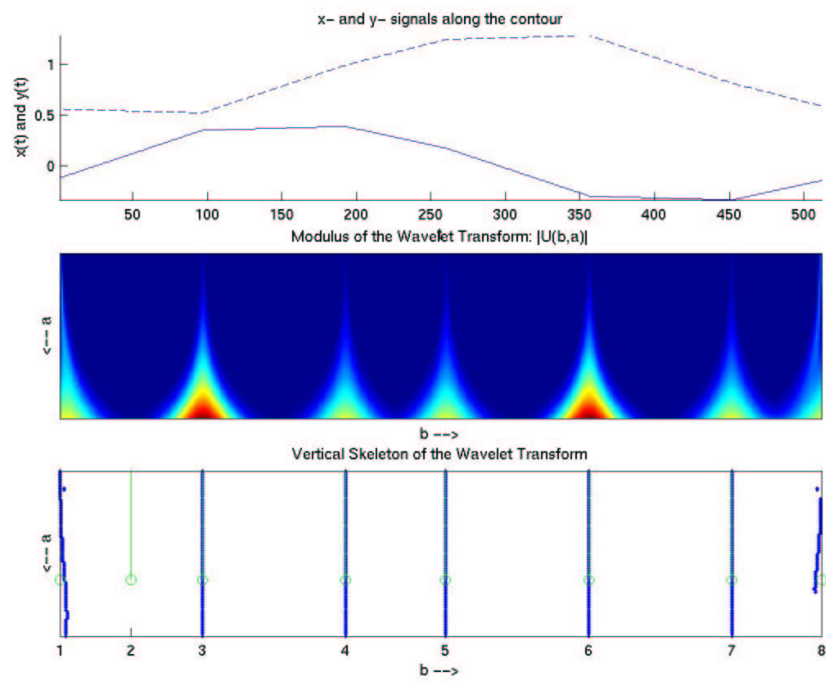


Figura 5.4: Resultado da transformada em *Wavelets* na figura 5.1, usando a segunda derivada da gaussiana.

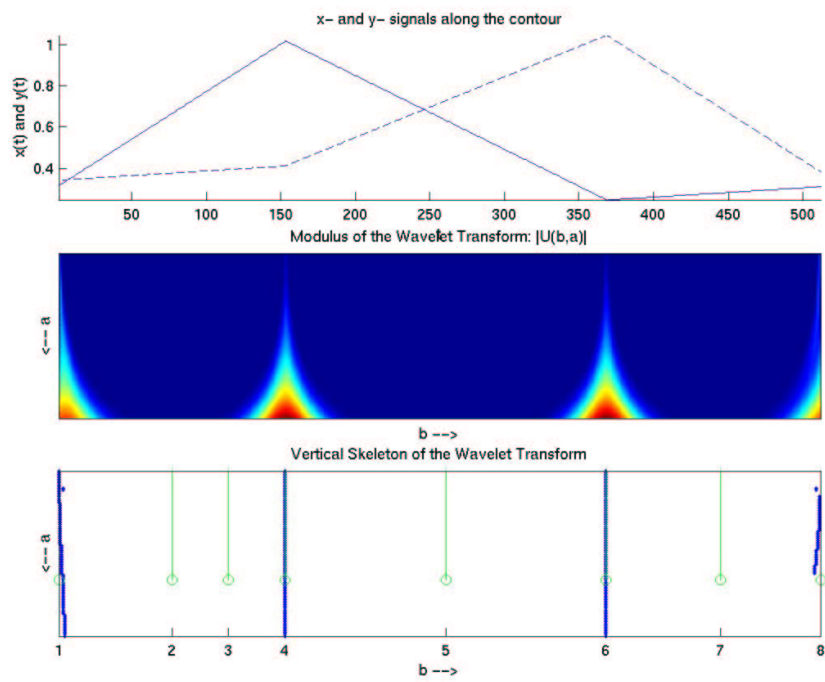


Figura 5.5: Resultado da transformada em *Wavelets* na figura 5.2, usando a segunda derivada da gaussiana.

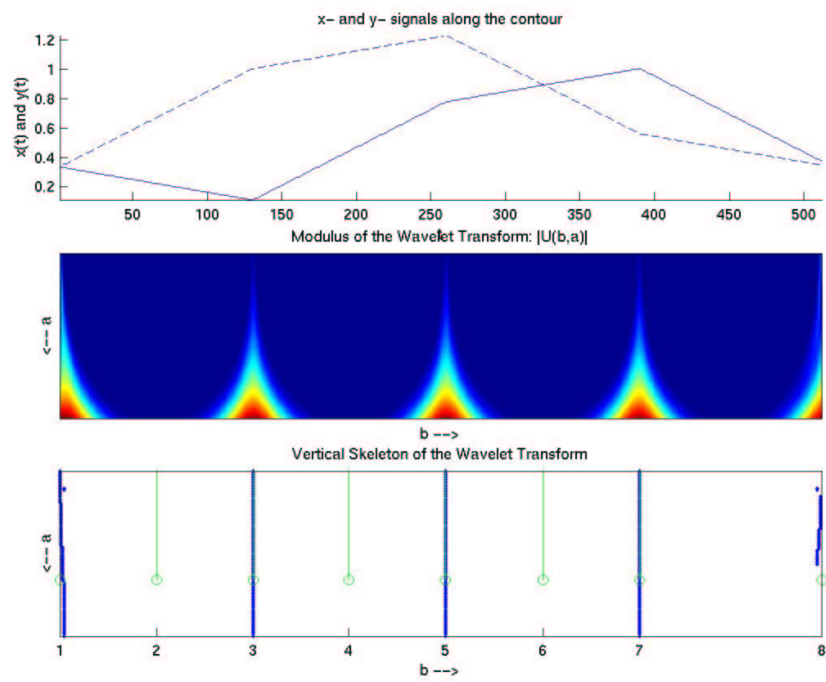


Figura 5.6: Resultado da transformada em *Wavelets* na figura 5.3, usando a segunda derivada da gaussiana.

5.3 Resultados Obtidos

Aplicamos a técnica descrita na seção 5.2 à média dos landmarks das amostras de mandíbulas, sem aplicar nenhum tipo de normalização.

Os primeiros resultados mostram grande diferença com relação aos obtidos por Sérgio Reis nos seus trabalhos [9] [11]. Observamos pois, que nenhum dos dois demonstram correspondência direta entre a forma da mandíbula destes roedores e a localização geográfica das populações.

No momento estamos em processo de melhoramento dos métodos e discussão dos resultados com nossos colaboradores da UNICAMP.

Nas figuras 5.7 e 5.8 podemos observar a relação entre as populações. Observe que quanto mais próximas na hierarquia do dendrograma, maior é a semelhança entre elas.

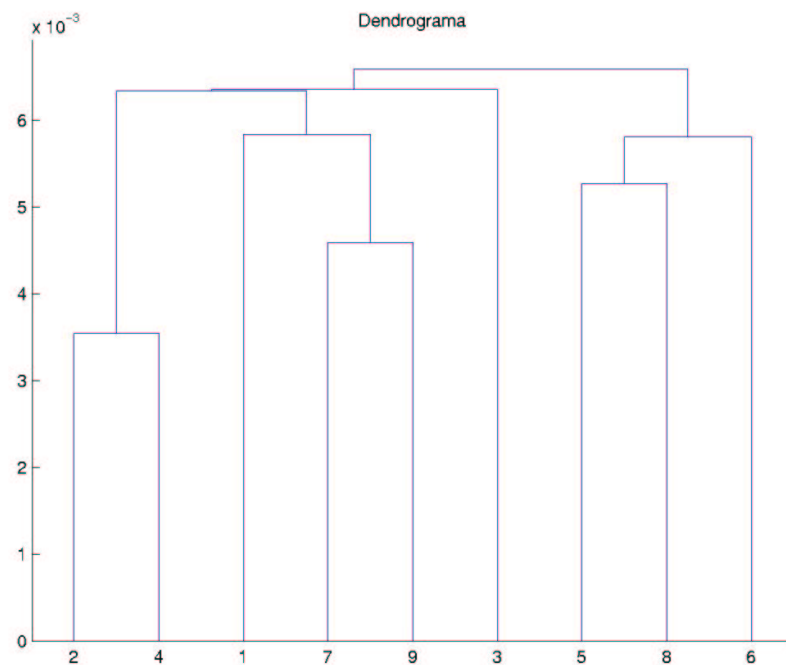


Figura 5.7: Aplicação da *Wavelet de Marr*

Legenda:

1. Campos Sales
2. Caruaru
3. Crato
4. Itapagé
5. Palmeiras
6. Pesqueira
7. Santana do Ipanema
8. Triunfo
9. Bodocó

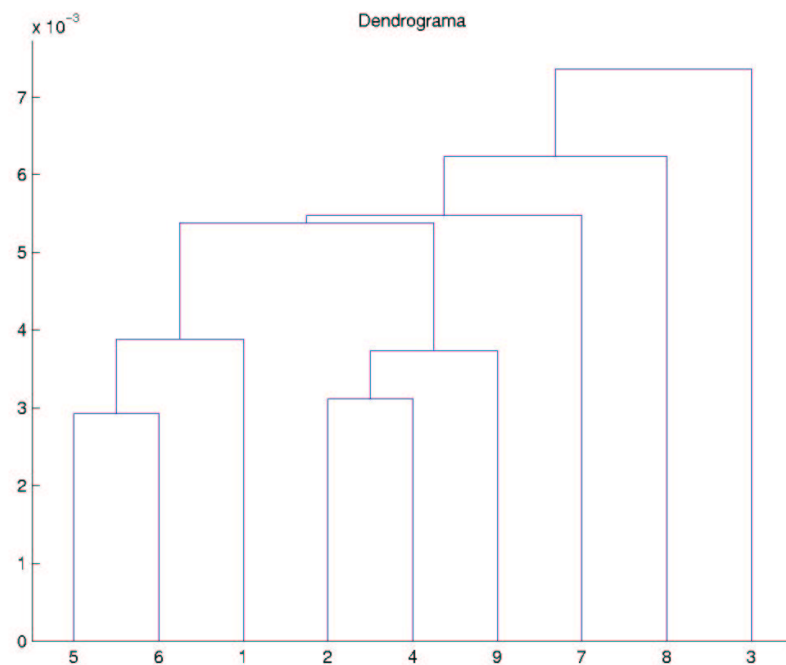


Figura 5.8: Aplicação da *Wavelet de Morlet*

Legenda:

1. Campos Sales
2. Caruaru
3. Crato
4. Itapagé
5. Palmeiras
6. Pesqueira
7. Santana do Ipanema
8. Triunfo
9. Bodocó

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste documento foi descrito um subconjunto dos possíveis descritores de formas. Observa-se que o levantamento destas características, bem como suas possíveis aplicações é de grande valia para a iniciação na área de processamento de imagens e nas infinitas disciplinas em que é aplicada.

Com relação ao problema de como relacionar o desenvolvimento de um organismo ao seu posicionamento geográfico, observa-se que ele ainda está em aberto, mesmo porque a relação entre eles, biologicamente falando, ainda não é bem definida.

Apresenta-se como proposta de trabalho a aplicação de técnicas citadas neste documento para extração de represtação baseada na teoria de *Wavelets* nos dados encontrados em [1], também relacionados à morfometria.

Outra possibilidade de desenvolvimento é a criação de novas características, em especial, deseja-se combinar as vantagens da *representação-w* a outras métricas.

Referências Bibliográficas

- [1] BROOK, S. Morphometrics at suny stony brook. <http://life.bio.sunyab.edu/morph>, 2001.
- [2] ANTOINE, J.P., BARACHE, D., CESAR Jr., R. M., COSTA, L. F. Shape characterization with the wavelet transform. *Signal Processing*, 62:265–290, apr 1997.
- [3] COSTA, L.F., CESAR Jr., R. M. *Shape analysis and classification: theory and practice*. CRC Press, Boca Raton, 2001.
- [4] WOODS, R. E. GONZALEZ, R. C. *Processamento de imagens digitais*. Edgard Blücher LTDA., São Paulo, 2000.
- [5] LONCARIC, S. A survey of shape analysis techniques. *Pattern Recognition*, 31(8):983–1001, oct 1998.
- [6] MARSHALL, S. Review of shape coding techniques. *Image and Vision Computing*, 7(4):281–294, nov 1989.
- [7] MOKHTARIAN, F., MACKWORT, A. Scale-based description and recognition of planar curves and two-dimensional shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-8(1):34–43, jan 1986.
- [8] MOKHTARIAN, F., MACKWORT, A. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(8):789–805, aug 1992.
- [9] MONTEIRO, L. R., REIS, S. F. dos. *Princípios de morfometria geométrica*. CRC Press, Boca Raton, 2001.

- [10] PAVLIDIS, T. Algorithms for shape analysis of contours and waveforms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-2(4):301–312, jul 1980.
- [11] REIS, S. F. dos, et al. Variation in mandible shape in *thrichomys apereoides* (mamalia: Rodentia): geometric analysis of a complex morphological structure. *Syst. Biol*, 49(3):563–578, 2000.