

**MAT 111 - Turma 45 - 1º sem. 2003**  
**6ª Lista de Exercícios**

1. a) Para cada  $n$  natural, ache os polinômios de Taylor de ordem  $2n + 1$  de  $f(x) = \cos x$  em torno de  $x = 0$ .

b) Mostre que, para todo natural  $n$  e para todo real  $x$ , tem-se:

$$\left| \cos x - \left[ 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} \right] \right| \leq \frac{|x|^{2k+2}}{(2k+2)!}$$

2. Use a fórmula de Taylor para obter um número racional que diste menos que  $10^{-5}$  de  $\sqrt[4]{85}$ .

3. a) Mostre que, para todo natural  $n$  e para todo real  $x$ , tem-se:

$$\left| e^{x^2} - \left( 1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \dots + \frac{x^{2n}}{n!} \right) \right| \leq \frac{e^{x^2} \cdot x^{2n+2}}{(n+1)!}$$

b) Qual a derivada de ordem 1000 de  $f(x) = e^{x^2}$  em  $x = 0$ ?

4. Considere  $f(x) = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$ ,  $x \in (-1, 1)$ .

a) Encontre o polinômio de Taylor de ordem 4 de  $f$  em torno de  $x = 0$ .

b) Mostre que

$$\frac{56}{81} < \ln 2 < \frac{56}{81} + \frac{1}{100}$$