MAT 0226, 2º Semestre de 2008, 4ª Lista

1 - A equação $e^x \sec y - \tan y + y' = 0$ tem um fator integrante da forma $\mu(x, y) = e^{ax} \cos y$. Determine a e resolva a equação.

2 - A equação $x(y^2 - 1)(\ln x)y' + y(y^2 + 1) = 0$ tem um fator integrante da forma $\mu(x, y) = x^m y^n$. Determine m e n e resolva a equação.

3 - (a) Seja u uma função de classe C^1 definida em um aberto de $\mathbb{R}^2$ satisfazendo $u(\lambda x, \lambda y) = \lambda^p u(x, y)$ para todo $\lambda > 0$ e para todo (x, y) do domínio (diz-se então que u é *homogênea de grau* p). Mostre que u satisfaz a equação diferencial parcial $pu = xu_x + yu_y$. Dica: Derive em relação a λ e depois faça $\lambda = 1$.
(b) Sejam M e N de classe C^1 e homogêneas de grau p. Mostre que $\mu(x, y) = (xM(x, y) + yN(x, y))^{-1}$ é um fator integrante para a equação diferencial ordinária $N(x, y)y' + M(x, y) = 0$.

4 - Seja n inteiro, $n > 1$. Determine a família de curvas ortogonais à família $y = \lambda x^n$, $\lambda > 0$. Faça figuras para $n = 2$ e para $n = 3$.

5 - Dados $a > b > 0$, considere as famílias de curvas

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \ \lambda > -b^2 \tag{1}$$

e

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \ -a^2 < \lambda < -b^2 \tag{2}$$

(a) Mostre que estas famílias descrevem soluções da equação diferencial

$$(y')^2 + \frac{x^2 - y^2 - a^2 + b^2}{xy} y' - 1 = 0 \tag{3}$$

(b) Mostre que a família (1) é ortogonal à família (2).
Dica: Troque y' por $-1/y'$ em (3)
(c) Faça uma figura com algumas curvas de cada família.