MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

17 de Outubro de 2014

Prova 1 — $\boxed{\textbf{C}}$

2014210

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b.
- $\cosh x$ é a função cosseno hiperbólico, dada por $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite* $L = \lim_{x\to 1} \frac{x^{12}-1}{x^3-1}$.

(a) $L = \frac{1}{4}$;
(b) $L = 1$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = 4$;
(e) $L = 0$.

Questão 2. *Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo* y*, da região* R*:*

$$R = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq \arctan x\big\}.$$

(a) $\pi^2 - \dfrac{\pi}{2}$;
(b) $\dfrac{\pi^2}{2} - \pi$;
(c) $\dfrac{\pi}{2} - \pi^2$;
(d) $\pi^2 - \pi$;
(e) $\dfrac{\pi^2}{2} + \pi$.

Questão 3. *Indique qual é a fórmula correta para o cálculo do volume* V *do sólido gerado pela rotação, em torno do eixo* x*, da região* R*:*

$$R = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b,\ f(x) \leq y \leq g(x)\big\},$$

onde f *e* g *são funções contínuas em* $[a,b]$*, com* $f(x) \leq g(x)$ *para todo* $x \in [a,b]$.

(a) $V = 2\pi \int_a^b x\big[f(x)^2 - g(x)^2\big]\,\mathrm{d}x$;
(b) $V = \pi \int_a^b \big[f(x) - g(x)\big]^2\,\mathrm{d}x$;
(c) $V = 2\pi \int_a^b \big[f(x)^2 - g(x)^2\big]\,\mathrm{d}x$;
(d) $V = 2\pi \int_a^b x\big[f(x) - g(x)\big]\,\mathrm{d}x$;
(e) $V = \pi \int_a^b \big[f(x)^2 - g(x)^2\big]\,\mathrm{d}x$.

Questão 4. *Qual das seguintes afirmações é correta?*

(a) Se F é uma primitiva de f, então $xF(x)$ é uma primitiva de $xF(x) + f(x)$;
(b) Se F é uma primitiva de f, então $xF(x)$ é uma primitiva de $xf(x) + F(x)$;
(c) Se F é uma primitiva de f, então $xF(x)$ é uma primitiva de $\frac{1}{2}x^2F(x)$;
(d) Se F é uma primitiva de f, então $xF(x)$ é uma primitiva de $xf(x)$;
(e) Se F é uma primitiva de f, então $xF(x)$ é uma primitiva de $xF(x)$.

Questão 5. *Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = F(b)$;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f.

Questão 6. *Determine o domínio da função* $f(x) = \ln(1 + x^5)$.

(a) $\mathbb{R}$;
(b) $]0, +\infty[$;
(c) $]1, +\infty[$;
(d) $[1, +\infty[$;
(e) $]-1, +\infty[$.

Questão 7. *Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo x, do gráfico da função $f(x) = x + 1$, $1 \leq x \leq 4$.*

(a) $21\sqrt{2}\,\pi$;
(b) $21\sqrt{3}\,\pi$;
(c) $23\sqrt{2}\,\pi$;
(d) $20\sqrt{2}\,\pi$;
(e) $20\sqrt{3}\,\pi$.

Questão 8. *Determine os pontos críticos da função*

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6.$$

(a) $x = 0$ e $x = 6$;

(b) $x = 3$;

(c) $x = 2$ e $x = 3$;

(d) $x = 3$ e $x = 6$;

(e) f não possui pontos críticos.

Questão 9. *Calcule a integral definida* $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, \mathrm{d}x$.

(a) 0;

(b) $-\dfrac{1}{4}$;

(c) $\dfrac{1}{4}$;

(d) $\dfrac{1}{2}$;

(e) $\dfrac{1}{3}$.

Questão 10. *Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região R dada por:*

$$R = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi,\ 0 \leq y \leq \sin x\big\}.$$

(a) $V = \dfrac{\pi}{2}$;

(b) $V = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$;

(c) $V = \dfrac{\pi^2}{2}$;

(d) $V = \pi^2$;

(e) $V = 0$.

Questão 11. *Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y, da região R:*

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4,\ 1 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

(a) $\frac{9}{8}\pi$;
(b) $\frac{7}{4}\pi$;
(c) $\frac{23}{5}\pi$;
(d) $\frac{21}{8}\pi$;
(e) $\frac{49}{5}\pi$.

Questão 12. *Calcule a integral definida* $\int_0^3 x\sqrt{1+x}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\frac{16}{115}$;
(b) $\frac{116}{15}$;
(c) $\frac{16}{15}$;
(d) $\frac{115}{16}$;
(e) $\frac{116}{115}$.

Questão 13. *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x}$.

(a) $L = -\infty$;
(b) $L = e$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = 0$;
(e) $L = 1$.

Questão 14. *Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região R dada por:*

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ \sqrt{x} \leq y \leq 3\right\}.$$

(a) $\dfrac{17}{4}\pi$;
(b) $\dfrac{16}{3}\pi$;
(c) $\dfrac{17}{2}\pi$;
(d) $\dfrac{17}{3}\pi$;
(e) $\dfrac{16}{5}\pi$.

Questão 15. *Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos o gráfico da f tem concavidade para cima.*

(a) $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$;
(b) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;
(c) $]-\infty, 0[$;
(d) $\left]-\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$;
(e) $\left]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}\right[$ e $\left]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty\right[$.

Questão 16. *Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{(x-1)^2}$.*

(a) $x = 1$ e $x = -1$;
(b) $x = 0$ e $x = 1$;
(c) $x = -1$;
(d) $x = 1$;
(e) $x = 0$.

Questão 17. *Calcule a integral indefinida $\displaystyle\int x^2 e^x \, \mathrm{d}x$.*

(a) $\frac{1}{3}x^3 e^x + C$;
(b) $\frac{1}{3}x^3 e^x + x^2 e^x + C$;
(c) $x^2 e^x + 2e^x + C$;
(d) $x^2 e^x - 2xe^x + C$;
(e) $x^2 e^x - 2xe^x + 2e^x + C$.

Questão 18. *Dada a função* $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$*, determine em quais intervalos é decrescente.*

(a) $\left]-\infty, -\frac{3}{4}\right[$ e $\left]0, \frac{3}{4}\right[$;

(b) $\left]-\frac{3}{4}, 0\right[$;

(c) $\left]0, \frac{3}{4}\right[$;

(d) $]-\infty, 0[$ e $\left]\frac{3}{4}, +\infty\right[$;

(e) $\left]-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right[$.

Questão 19. *Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo* x*, do gráfico da função* $f(x) = \cosh x$*,* $0 \leq x \leq 1$*.*

(a) $\dfrac{\pi}{4}(e^2 + e^{-2} + 4)$;

(b) $\pi(e^2 - e^{-2} + 4)$;

(c) $\dfrac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 4)$;

(d) $\pi(e^2 - e^{-2} + 1)$;

(e) $\dfrac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 1)$.

Questão 20. *Usando o Teorema de De L'Hôpital, determine qual das seguintes afirmações está correta.*

(a) Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x\to x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x\to x_0} g'(x) = -\infty$,
e $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;

(b) Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x\to x_0} f'(x) = 2$, $\lim_{x\to x_0} g'(x) = -3$,
e $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;

(c) Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x\to x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x\to x_0} g'(x) = -\infty$,
então $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;

(d) Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x\to x_0} f'(x) = 2$, $\lim_{x\to x_0} g'(x) = 1$,
e $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;

(e) Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x\to x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x\to x_0} g'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to x_0} f(x) = 3$
e $\lim_{x\to x_0} g(x) = 0$, então $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$.

MAT 133 — Cálculo II

Turma 2014210

Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — $\boxed{\textbf{C}}$

17 de Outubro de 2014

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota