

MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione
27 de Novembro de 2012

Prova 2 — **D**

2012210

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Calcule a integral definida $\int_1^e x \ln^2 x \, dx$.

- (a) $\frac{e^2 - 1}{3}$;
- (b) $e^2 - 1$;
- (c) $\frac{e - 1}{4}$;
- (d) 0;
- (e) $\frac{e^2 - 1}{4}$.

Questão 2. Calcule a integral definida $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, dx$.

- (a) 0;
- (b) $\frac{1}{4}$;
- (c) $\frac{1}{3}$;
- (d) $\frac{1}{2}$;
- (e) $-\frac{1}{4}$.

Questão 3. Calcule a integral indefinida $\int \frac{dx}{1 + (x + 3)^2}$.

- (a) $\ln(1 + (x + 3)^2) + C$;
- (b) $\operatorname{arctg}(x + 3) + C$;
- (c) $\ln^2(1 + (x + 3)^2) + C$;
- (d) $\ln \left| \frac{x+3}{x+1} \right| + C$;
- (e) $\operatorname{arctg}(x + 3)^2 + C$.

Questão 4. Determine a solução da equação diferencial com dado inicial:

$$y' = 1 + y, \quad y(0) = 1.$$

- (a) $y(x) = 1 - x$;
- (b) $y(x) = \ln(1 + x)$;
- (c) $y(x) = 2e^x - 1$;
- (d) $x' = x$;
- (e) $x = Ax + B$.

Questão 5. Determine todas as soluções da equação diferencial $y' = 2xy$.

- (a) $y = e^{2x} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
- (b) $y = Ce^{2x}, \quad C \in \mathbb{R}$;
- (c) $y = Ce^{-x}, \quad C \in \mathbb{R}$;
- (d) $y = Ce^{x^2}, \quad C \in \mathbb{R}$;
- (e) $y = e^{x^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$.

Questão 6. Calcule a integral indefinida $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$.

- (a) $\frac{1}{x^2 + 1} + C$;
- (b) $\ln(x^2 + 1) + C$;
- (c) $\ln(x + 1/x) + C$;
- (d) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + C$;
- (e) $\ln\sqrt{x^2 + 1} + C$.

Questão 7. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Calcule a derivada da função:

$$F(x) = \int_x^{x^2} f(t) dt.$$

- (a) $F'(x) = 2xf(x)$;
- (b) $F'(x) = f(x^2) - f(x)$;
- (c) $F'(x) = 2xf(x^2) - f(x)$;
- (d) F não é derivável;
- (e) $F' = \int_x^{x^2} f'(t) dt$.

Questão 8. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua e negativa, o que representa o número $I = \int_a^b f(x) dx$?

- (a) I é a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (b) I é a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (c) I é menos a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (d) I é igual a $-(f(b) - f(a))$;
- (e) I é menos a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x , com $a \leq x \leq b$.

Questão 9. Calcule a integral indefinida $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$

- (a) $\ln(1 + e^{2x}) + C$;
- (b) $-\ln(1 + e^{2x}) + C$;
- (c) $\ln(1 + e^x) + C$;
- (d) $\operatorname{arctg}(1 + e^{2x}) + C$;
- (e) $\operatorname{arctg}(e^x) + C$.

Questão 10. Seja F uma primitiva da f . Calcule a integral definida

$$I = \int_1^2 2xf(x^2) dx.$$

- (a) $I = F(2) - F(1)$;
- (b) $I = 2F(2) - F(1)$;
- (c) $I = 4F(4) - F(1)$;
- (d) $I = F(4) - F(1)$;
- (e) $I = f(4) - f(1)$.

Questão 11. Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt = F(b)$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f ;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a, b]$.

Questão 12. Calcule a integral indefinida $\int x^2 e^x dx$.

- (a) $x^2 e^x + 2e^x + C$;
- (b) $x^2 e^x - 2x e^x + C$;
- (c) $\frac{1}{3} x^3 e^x + C$;
- (d) $x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C$;
- (e) $\frac{1}{3} x^3 e^x + x^2 e^x + C$.

Questão 13. Calcule a integral indefinida $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$.

- (a) $\ln(1 + \cos^2 x) + C$;
- (b) $\arctg(\sin x) + C$;
- (c) $\ln(1 + \sin^2 x) + C$;
- (d) $\ln(\sin x) + C$;
- (e) $\arctg(1 + \sin^2 x) + C$.

Questão 14. Calcule a integral definida $\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$.

- (a) $\frac{15}{18}$;
- (b) $\frac{13}{8}$;
- (c) $\frac{15}{8}$;
- (d) $\frac{8}{15}$;
- (e) $\frac{18}{5}$.

Questão 15. Considere as seguintes afirmações sobre as funções contínuas $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$:

- (A) Se $f \geq g$ em $[a, b]$, então $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$.
- (B) Se $\int_a^b f(x)g(x) dx = 0$ então $f(x)g(x) = 0$ para todo $x \in [a, b]$.
- (C) A derivada da função $F(x) = \int_a^x f(t)g(t) dt$ é $F'(x) = f(x)g(x)$ para todo x .

Qual delas é verdadeira?

- (a) (A) e (B) são verdadeiras, (C) é falsa;
- (b) (B) e (C) são verdadeiras, (A) é falsa;
- (c) são todas verdadeiras;
- (d) são todas falsas;
- (e) (A) e (C) são verdadeiras, (B) é falsa.

Questão 16. Calcule a derivada da função $F(x) = \int_0^{2x} e^{t^2} dt$.

- (a) $F'(x) = e^{x^2}$;
- (b) $F'(x) = e^{4x^2}$;
- (c) $F'(x) = \int_0^{2x} 2te^{t^2} dt$;
- (d) $F'(x) = 2e^{4x^2}$;
- (e) $F'(x) = 2e^{x^2}$.

Questão 17. Calcule a integral indefinida $\int \frac{x}{x+1} dx$.

- (a) $x - \ln|x+1| + C$;
- (b) $-x \ln|x+1| + C$;
- (c) $\ln|x+1| + C$;
- (d) $x \ln|x+1| + C$;
- (e) $x + \ln|x+1| + C$.

Questão 18. Calcule a integral definida $\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx$.

- (a) $\frac{14}{3}$;
- (b) 14;
- (c) 16;
- (d) $\frac{1}{3}$;
- (e) $\frac{16}{3}$.

Questão 19. Calcule a integral definida $\int_0^3 x \sqrt{1+x} dx$.

- (a) $\frac{115}{16}$;
- (b) $\frac{116}{115}$;
- (c) $\frac{16}{15}$;
- (d) $\frac{16}{115}$;
- (e) $\frac{116}{15}$.

Questão 20. O volume V de um sólido de revolução obtido pela rotação ao redor do eixo x da região limitada por $x = a$, $x = b$, $y = 0$ e $y = f(x)$, onde f é uma função contínua e positiva no intervalo $[a, b]$, é dado por

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx.$$

Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da função $f(x) = \sin x$, no intervalo $[0, \pi]$.

- (a) $V = 0$;
- (b) $V = \pi^2$;
- (c) $V = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$;
- (d) $V = \frac{\pi^2}{2}$;
- (e) $V = \frac{\pi}{2}$.

MAT 133 — Cálculo II
Turma 2012210
Prof. Paolo Piccione
Prova 2 — **D**
27 de Novembro de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota