

MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione
30 de Novembro de 2012

Prova SUB — C

2012210

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Calcule a integral indefinida $\int \frac{x}{x+2} dx$.

- (a) $x - 2 \ln|x+2| + C$;
- (b) $2x \ln|x+2| + C$;
- (c) $\ln|x+2| + C$;
- (d) $-x \ln|x+2| + C$;
- (e) $x + \ln|x+2| + C$.

Questão 2. Qual é o enunciado correto do Teorema do Valor Médio (TVM)?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(b) - f(a)$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = f(b) + f(a)$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, e $f'(c) = 0$, então c é um ponto de máximo ou de mínimo para f .

Questão 3. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Calcule a derivada da função:

$$F(x) = \int_x^{x^3} f(t) dt.$$

- (a) $F' = \int_x^{x^3} f'(t) dt$;
- (b) $F'(x) = f(x^3) - f(x)$;
- (c) F não é derivável;
- (d) $F'(x) = 3x^2 f(x^3) - f(x)$;
- (e) $F'(x) = 3x^2 f(x)$.

Questão 4. Qual das seguintes funções é ímpar?

- (a) $f(x) = \cos(x^3)$;
- (b) $f(x) = e^{\sin x}$;
- (c) $f(x) = \tan(x^2)$;
- (d) $f(x) = \sin(x^3)$;
- (e) $f(x) = \ln(1 + x^3)$.

Questão 5. Qual é o enunciado correto do Teorema de Weierstrass?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é limitada, então f possui máximo e mínimo em $[a, b]$;
- (c) Se $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f possui máximo e mínimo em $]a, b[$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é contínua;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ possui máximo e mínimo em $[a, b]$, então f é derivável.

Questão 6. Determine o domínio da função $f(x) = \ln(1 + x^5)$.

- (a) $]1, +\infty[$;
- (b) \mathbb{R} ;
- (c) $[1, +\infty[$;
- (d) $] -1, +\infty[$;
- (e) $]0, +\infty[$.

Questão 7. Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2 \sin x \cos x$ no ponto de abscissa $x = \frac{\pi}{4}$.

- (a) $y = \frac{\pi}{2}x$;
- (b) $2y - \pi x = 0$;
- (c) $y = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2})$;
- (d) $y = 1$;
- (e) $y - 1 = x - \frac{\pi}{2}$.

Questão 8. Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f ;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt = F(b)$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$.

Questão 9. *Determine os pontos críticos da função*

$$f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 72x + 5.$$

- (a) $x = 3$;
- (b) f não possui pontos críticos;
- (c) $x = 0$ e $x = 6$;
- (d) $x = 2$ e $x = 3$;
- (e) $x = 3$ e $x = 6$.

Questão 10. *Calcule a derivada da função $F(x) = \int_{2x}^0 e^{t^2} dt$.*

- (a) $F'(x) = -2e^{x^2}$;
- (b) $F'(x) = -e^{x^2}$;
- (c) $F'(x) = e^{-4x^2}$;
- (d) $F'(x) = \int_{2x}^0 2te^{t^2} dt$;
- (e) $F'(x) = -2e^{4x^2}$.

Questão 11. *Calcule a derivada segunda da função $f(x) = \cos(1 + x^2)$.*

- (a) $f''(x) = 2\sin(1 + x^2) + 4x^2 \cos(1 + x^2)$;
- (b) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - 4x^2 \cos(1 + x^2)$;
- (c) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - \cos(1 + x^2)$;
- (d) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2)$;
- (e) $f''(x) = -2\sin(1 + x^2) - 2x \cos(1 + x^2)$.

Questão 12. *Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x}$.*

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = -\infty$;
- (c) $L = 1$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = e$.

Questão 13. Determine a solução da equação diferencial com dado inicial:

$$y' = 1 + y, \quad y(0) = 2.$$

- (a) $y(x) = \ln(2 + x)$;
- (b) $x' = 2x$;
- (c) $y = Ax + B$;
- (d) $y(x) = 2e^x$;
- (e) $y(x) = 3e^x - 1$.

Questão 14. Determine todas as soluções da equação diferencial $y' = 3x^2y$.

- (a) $y = Ce^{-3x^2}$, $C \in \mathbb{R}$;
- (b) $y = e^{x^3} + C$, $C \in \mathbb{R}$;
- (c) $y = Ce^{x^3}$, $C \in \mathbb{R}$;
- (d) $y = Ce^{3x^2}$, $C \in \mathbb{R}$;
- (e) $y = e^{3x^2} + C$, $C \in \mathbb{R}$.

Questão 15. Calcule a integral indefinida $\int x \sin x \, dx$.

- (a) $x \sin x - \cos x + C$;
- (b) $x \cos x - \sin x + C$;
- (c) $-x \cos x + \sin x + C$;
- (d) $x \cos x + \sin x + C$;
- (e) $-x \cos x - \sin x + C$.

Questão 16. Dada a função $f(x) = -8x^4 + 9x^2 - 5$, determine em quais intervalos o gráfico da f tem concavidade para baixo.

- (a) $\left] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty \right[$;
- (b) $\left] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} \left[e \right] \frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty \right[$;
- (c) $\left] -\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}} \right[$;
- (d) $\left] -\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}} \right[$;
- (e) $\left] -\infty, 0 \right[$.

Questão 17. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua e negativa, o que representa o número $I = - \int_a^b f(x) dx$?

- (a) I é menos a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (b) I é igual a $-(F(b) - F(a))$;
- (c) I é a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (d) I é menos a área da região acima do gráfico da f e abaixo do eixo x , com $a \leq x \leq b$;
- (e) I é a área da região abaixo do gráfico da f e acima do eixo x , com $a \leq x \leq b$.

Questão 18. Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{16} - 1}{x^4 - 1}$.

- (a) $L = \frac{1}{4}$;
- (b) $L = +\infty$;
- (c) $L = 0$;
- (d) $L = 4$;
- (e) $L = 1$.

Questão 19. Calcule a derivada de $f(x) = e^x \cos x$.

- (a) $f'(x) = e^x \sin x$;
- (b) $f'(x) = -e^x \sin x + \cos x$;
- (c) $f'(x) = e^x(-\sin x + \cos x)$;
- (d) $f'(x) = e^x + \sin x$;
- (e) $f'(x) = -e^x \cos x$.

Questão 20. Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivada segunda, e seja $c \in]a, b[$. Se $f''(x) > 0$ em $[a, c[$ e $f''(x) < 0$ em $]c, b]$, quais das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $x = c$ é um ponto de inflexão da f ;
- (b) $x = c$ é um mínimo local da f ;
- (c) $x = c$ é um máximo local da f ;
- (d) $f'(c) \neq 0$;
- (e) $x = c$ é um ponto crítico da f .

MAT 133 — Cálculo II
Turma 2012210
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB — **C**
30 de Novembro de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota