

MAT112 - VETORES E GEOMETRIA
LISTA DE EXERCÍCIOS 3

MONITORA: DAIANA VIANA

Questão 1. Determine quais dos conjuntos abaixo são LI:

- a) $\{(1, 1, 2), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$.
- b) $\{(1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 2, 2)\}$.
- c) $\{(1, 0, 1), (0, 0, 1), (2, 0, 5)\}$

Questão 2. Prove que se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LI, então $(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}, \vec{u} - \vec{v}, 3\vec{v})$ também é LI, o mesmo sucedendo com $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} + \vec{w}, \vec{v} + \vec{w})$.

Questão 3. Seja $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ LI. Dado $\vec{t}$ qualquer, sabemos que existem α, β, γ tais que $\vec{t} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$. Prove que $(\vec{u} + \vec{t}, \vec{v} + \vec{t}, \vec{w} + \vec{t})$ é LI se, e somente se, $\alpha + \beta + \gamma + 1 \neq 0$.

Questão 4. Prove que $(\vec{u}, \vec{v})$ é LI se, e somente se, $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v})$ é LI.

Questão 5. Prove que $(\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}, 2\vec{u} + \vec{v} + 3\vec{w}, \vec{u} + 8\vec{v} + 3\vec{w})$ é LD quaisquer que sejam os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Questão 6. Determine m de modo que os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sejam LD, onde $\vec{u} = (1, m + 1, m + 2)$, $\vec{v} = (1, 0, m)$ e $\vec{w} = (0, 2, 3)$.

Questão 7. Considere $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dois vetores não paralelos. Determine α e β nos casos seguintes, sabendo que:

- a) $(2\alpha - 2\beta)\vec{u} + (\alpha + \beta - 2)\vec{v} = \vec{0}$.
- b) $(\alpha + \beta - 2)\vec{u} + (\alpha + \beta - 1)\vec{v} = \vec{0}$.

Questão 8. Sejam $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ três vetores de $\mathbb{V}^3$. Prove que

- a) Se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ são LD então $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ são LD.
- b) Se $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ são LI então $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ são LI.

Questão 9. Sendo $\mathcal{E}$ uma base, verifique se $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ formam uma base, nos casos:

- a) $\vec{f}_1 = (1, 1, 1)_{\mathcal{E}}, \vec{f}_2 = (2, 2, 1)_{\mathcal{E}}$ e $\vec{f}_3 = (1, 1, 2)_{\mathcal{E}}$
- b) $\vec{f}_1 = (1, 2, 3)_{\mathcal{E}}, \vec{f}_2 = (4, 5, 6)_{\mathcal{E}}$ e $\vec{f}_3 = (7, 8, 9)_{\mathcal{E}}$
- c) $\vec{f}_1 = (1, 2, 1)_{\mathcal{E}}, \vec{f}_2 = (-1, -1, 1)_{\mathcal{E}}$ e $\vec{f}_3 = (-2, -1, 0)_{\mathcal{E}}$

Questão 10. Para que valores de a os vetores $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ formam uma base?

- a) $\vec{f}_1 = (a, 1, a)_\mathcal{E}, \vec{f}_2 = (1, a, 1)_\mathcal{E}$ e $\vec{f}_3 = (0, 0, 1)_\mathcal{E}$
- b) $\vec{f}_1 = (a, a, 1)_\mathcal{E}, \vec{f}_2 = (3, 1, -1)_\mathcal{E}$ e $\vec{f}_3 = (2a - 3, 2a - 1, 3)_\mathcal{E}$
- c) $\vec{f}_1 = (2a, 1, 1)_\mathcal{E}, \vec{f}_2 = (0, a, 2)_\mathcal{E}$ e $\vec{f}_3 = (a, a, 1)_\mathcal{E}$

Questão 11. Considere fixada uma base de vetores $\mathcal{B} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. Sejam $\vec{f}_1 = (1, 1, 1)_\mathcal{B}, \vec{f}_2 = (1, 0, 1)_\mathcal{B}$ e $\vec{f}_3 = (0, 1, 1)_\mathcal{B}$.

- a) Mostre que $\mathcal{C} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ é uma base de $\mathbb{V}^3$.
- b) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{u} = (1, 2, 3)_\mathcal{C}$ na base $\mathcal{B}$.
- c) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{v} = (1, 2, 3)_\mathcal{B}$ na base $\mathcal{C}$

Questão 12. Dê a matriz mudança de base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ para a base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ nos casos abaixo:

- a) $\vec{f}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$
 $\vec{f}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$
 $\vec{f}_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$
- b) $\vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_3$
 $\vec{f}_2 = 3\vec{e}_1$
 $\vec{f}_3 = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$

E-mail address: daiana@ime.usp.br