

## MAT 112 — Lista de Exercícios 3

*Prof. Paolo Piccione*

24 de abril de 2013

Nos exercícios a seguir,  $B$  denota uma base ortonormal orientada positivamente de  $\mathbf{V}^3$ .

- (1) Calcule o produto vetorial  $v \wedge w$ , onde  $v = (1, 0, 2)_B$  e  $w = (-1, 2, -1)_B$ .
- (2) Dados os vetores  $v_1 = (2, -1, 1)_B$ ,  $v_2 = (-1, -1, -1)_B$  e  $v_3 = (0, 1, 2)_B$ , determine se  $C = (v_1, v_2, v_3)$  é uma base de  $\mathbf{V}^3$ , e nesse caso estabelecer se é orientada positivamente ou negativamente.
- (3) Use o procedimento de Gram–Schmidt para ortonormalizar a base  $C$  do Exercício (2).
- (4) Seja  $w_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)_B$  e  $w_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)_B$ . Determine um vetor  $w_3$  com a propriedade que  $(w_1, w_2, w_3)$  seja uma base ortonormal orientada negativamente.
- (5) Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $2v_1$ ,  $-v_2$  e  $v_3$ , onde  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  são dados no Exercício (2).
- (6) Prove que o produto misto satisfaz as seguintes propriedades:  
 $(v_3 \wedge v_1) \cdot v_2 = (v_1 \wedge v_2) \cdot v_3$  e  $(v_2 \wedge v_3) \cdot v_1 = (v_1 \wedge v_2) \cdot v_3$ , para qualquer tripla de vetores  $v_1, v_2, v_3 \in \mathbf{V}^3$ .
- (7) Prove que o produto misto de três vetores, dois dos quais sejam paralelos, é nulo.
- (8) Determine um vetor de norma igual a 2, que seja perpendicular ao plano gerado pelos dois vetores  $v_1 = (2, 0, -1)_B$  e  $v_2 = (1, 1, 1)_B$ . Quantos destes vetores existem?
- (9) Escreva o vetor  $v = (2, 2, 2)_B$  como combinação linear dos vetores  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$  determinados no Exercício (4).
- (10) Calcule a área do paralelogramo gerado pelos vetores  $v = (1, 2, 3)_B$  e  $w = (3, 2, 1)_B$ .