

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB  
2 de julho de 2015

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco*.
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- |  |
|--|
| A nota nesta prova substituirá a menor entre as notas da P1 e da P2. |
|--|
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais;  $\mathbb{R}^2$  é o conjunto dos pares ordenados de números reais.
- $\sin x$  é a função *seno* de  $x$ ,  $\ln x$  é o *logaritmo natural* de  $x$ ;  $\log_a x$  é o *logaritmo em base  $a$*  de  $x$ ,  $a \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ ;  $\tan x$  é a *tangente* de  $x$ ;  $\sec x$  é a *secante* de  $x$ .
- Para intervalos abertos usaremos a notação:  $]a, b[$ .
- $A \cup B$  denota a *união* dos conjuntos  $A$  e  $B$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

**D**

**Questão 1.** Calcule a integral  $\int_0^2 x e^x dx$ .

- (a)  $2e^2$ ;
- (b)  $e^2 + 1$ ;
- (c)  $1 - e^2$ ;
- (d) 1;
- (e) 0.

**Questão 2.** Calcule a área da região  $R$  dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\pi \leq x \leq 0, \sin x \leq y \leq 0\}.$$

- (a) 1;
- (b)  $\cos 1$ ;
- (c)  $-\cos 1$ ;
- (d) 2;
- (e)  $-2$ .

**Questão 3.** Quais das funções  $F(x)$  abaixo é uma primitiva da função  $f(x) = x \cos x$ ?

- (a)  $F(x) = \sin x + x \cos x$ ;
- (b)  $F(x) = x \sin x + \cos x$ ;
- (c)  $F(x) = x \sin x - \cos x$ ;
- (d)  $F(x) = x \sin x + x \cos x$ ;
- (e)  $F(x) = -\sin x - x \cos x$ .

**Questão 4.** Calcule a derivada da função  $F(x) = \int_1^{2x} \sec^2 t dt$ .

- (a)  $F'(x) = 2 \sec^2(2x)$ ;
- (b)  $F'(x) = \sec^2(2x)$ ;
- (c)  $F'(x) = 2 \cos^2 x$ ;
- (d)  $F'(x) = \int_1^{2x} 2 \cos t \sin t dt$ ;
- (e)  $F'(x) = 2 \sec^2 x$ .

**Questão 5.** Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = 2 \tan x$  no ponto de coordenadas  $(\frac{\pi}{4}, 2)$ ?

- (a)  $y = x + 2 - \pi$ ;
- (b)  $y - \pi = 4(x - 2)$ ;
- (c) o gráfico da  $f$  não admite reta tangente em  $(\frac{\pi}{4}, 2)$ ;
- (d)  $y = 4x + 2 - \pi$ ;
- (e)  $\pi y - 2x = 1$ .

**Questão 6.** Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = e^{2x}$  no ponto de abscissa  $x = 1$ .

- (a)  $y = e^2(2x - 1)$ ;
- (b)  $y - 1 = e^2(x - 1)$ ;
- (c)  $y = 2e^{2x}(x - 1)$ ;
- (d)  $y = e^2x + 1$ ;
- (e)  $y = e^{2x}(x - 1)$ .

**Questão 7.** Calcule a derivada da função inversa  $f^{-1}$  no ponto  $y_0$ , sabendo que  $y_0 = f(x_0)$ ,  $f^{-1}(y_0) = 5$ ,  $f'(3) = -2$ ,  $f(3) = 5$ ,  $f'(5) = 3$ .

- (a)  $\frac{x_0}{y_0}$ ;
- (b)  $\frac{1}{5}$ ;
- (c)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (d)  $\frac{1}{3}$ ;
- (e)  $\frac{1}{y_0}$ .

**Questão 8.** Seja  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ . Estude  $f$  com relação a máximos e mínimos.

- (a) 0 e 2 são mínimos locais;
- (b) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global;
- (c) 0 e 2 são máximos locais;
- (d) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
- (e) 1 e 0 são máximos locais.

**Questão 9.** Calcule a área da região

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x^6\}.$$

- (a)  $\frac{2}{7}$ ;
- (b) 0;
- (c)  $\frac{2}{5}$ ;
- (d)  $\frac{4}{7}$ ;
- (e)  $\frac{2}{3}$ .

**Questão 10.** Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?

- (i) Todo ponto crítico de uma função derivável é um extremo local.
- (ii) Se  $x_0 \in ]a, b[$  é um máximo local para a função derivável

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

$$\text{então } f'(x_0) = 0.$$

- (iii) Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, e  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ , então  $f$  admite máximo.

- (a) Nenhuma;
- (b) Somente (i) é verdadeira;
- (c) As afirmações (ii) e (iii);
- (d) Todas;
- (e) As afirmações (i) e (iii).

**Questão 11.** Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função tal que  $f'(x) > 0$  e  $f''(x) > 0$  para todo  $x \in [a, b]$ . Qual das seguintes afirmações sobre  $f$  é verdadeira?

- (a)  $f$  é crescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (b)  $f(x) = e^{-x}$ ;
- (c)  $f$  é crescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ ;
- (d)  $f$  é decrescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (e)  $f$  é decrescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ .

**Questão 12.** Resolva a desigualdade  $|x - 2| + |x + 2| \geq 6$ .

- (a)  $x \in ]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$ ;
- (b)  $x \in ]-4, -3] \cup [2, 4[$ ;
- (c)  $x \in ]-3, -2[ \cup ]2, 4[$ ;
- (d)  $x \in ]-3, 0[$ ;
- (e)  $x \in [-2, 2[$ .

**Questão 13.** Calcule a soma  $\sum_{k=1}^N 4k$ .

- (a)  $4N(N + 1)$ ;
- (b)  $3N(N + 1)$ ;
- (c)  $2N(N + 1)$ ;
- (d)  $\frac{3}{2}N(N - 1)$ ;
- (e)  $\frac{2}{3}N(N + 1)$ .

**Questão 14.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja  $x_0 \in \mathbb{R}$  um ponto onde  $f(x_0) = 0$ ,  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = 3$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (b)  $x_0$  não é um ponto crítico da  $f$ ;
- (c)  $x_0$  é um ponto de inflexão para  $f$ ;
- (d)  $x_0$  é um máximo local da  $f$ ;
- (e)  $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$ .

**Questão 15.** Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}.$$

- (a)  $L = \frac{1}{2}$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = 1$ ;
- (d)  $L = -1$ ;
- (e)  $L = -\infty$ .

**Questão 16.** Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é a primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(a) = 0$ ;
- (b) Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (c) Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é a primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(b) = 0$ ;
- (d) Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  é uma primitiva da função  $F$  definida por  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (e) Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável, então  $\int_a^b f(t) dt$  é a área da região abaixo do gráfico da  $f$ .

**Questão 17.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{3x}$ .

- (a)  $L = e^3$ ;
- (b)  $L = \frac{1}{e}$ ;
- (c)  $L = 1$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = \frac{1}{e^3}$ .

**Questão 18.** Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função  $f(x) = e^{-\frac{1}{3}x^2}$  é para cima:

- (a)  $\mathbb{R}$ , pois a função exponencial é crescente;
- (b)  $] -\sqrt{3}, \sqrt{3}[$ ;
- (c)  $] -\infty, -\sqrt{3}[$  e em  $] \sqrt{3}, +\infty[$ ;
- (d)  $] -\infty, -\frac{\sqrt{3}}{2}[$  e em  $] \frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty[$ ;
- (e)  $] \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty[$ .

**Questão 19.** Determine o domínio da função  $f(x) = \sqrt{1-x} \cdot \ln(1+x)$ .

- (a)  $] -1, 1[$ ;
- (b)  $] 1, +\infty[$ ;
- (c)  $] -\infty, -1[ \cup ] 1, +\infty[$ ;
- (d)  $] -\infty, 1[$ ;
- (e)  $] -1, 1[$ .

**Questão 20.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin(1/n)$ .

- (a)  $L = \infty \cdot \sin 0$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = 0$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = \frac{1}{2}$ .

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB  
2 de julho de 2015

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** **D**

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>