

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB
2 de julho de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco*.
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- | |
|--|
| A nota nesta prova substituirá a menor entre as notas da P1 e da P2. |
|--|
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais; $\mathbb{R}^2$ é o conjunto dos pares ordenados de números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$; $\tan x$ é a *tangente* de x ; $\sec x$ é a *secante* de x .
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

C

Questão 1. Determine o domínio da função $f(x) = \sqrt{1-x} \cdot \ln(1+x)$.

- (a) $[-1, 1[$;
- (b) $]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[$;
- (c) $]1, +\infty[$;
- (d) $] -1, 1]$;
- (e) $]-\infty, 1[$.

Questão 2. Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?

- (i) Todo ponto crítico de uma função derivável é um extremo local.
- (ii) Se $x_0 \in]a, b[$ é um máximo local para a função derivável

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

$$\text{então } f'(x_0) = 0.$$

- (iii) Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, e $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$, então f admite máximo.

- (a) Todas;
- (b) As afirmações (ii) e (iii);
- (c) Nenhuma;
- (d) As afirmações (i) e (iii);
- (e) Somente (i) é verdadeira.

Questão 3. Calcule a soma $\sum_{k=1}^N 4k$.

- (a) $3N(N+1)$;
- (b) $4N(N+1)$;
- (c) $\frac{3}{2}N(N-1)$;
- (d) $2N(N+1)$;
- (e) $\frac{2}{3}N(N+1)$.

Questão 4. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2 \tan x$ no ponto de coordenadas $(\frac{\pi}{4}, 2)$?

- (a) $y = x + 2 - \pi$;
- (b) o gráfico da f não admite reta tangente em $(\frac{\pi}{4}, 2)$;
- (c) $\pi y - 2x = 1$;
- (d) $y = 4x + 2 - \pi$;
- (e) $y - \pi = 4(x - 2)$.

Questão 5. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{-\frac{1}{3}x^2}$ é para cima:

- (a) $] -\infty, -\sqrt{3}[$ e em $]\sqrt{3}, +\infty[$;
- (b) $] -\sqrt{3}, \sqrt{3}[$;
- (c) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;
- (d) $] -\infty, -\frac{\sqrt{3}}{2}[$ e em $]\frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty[$;
- (e) $]\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty[$.

Questão 6. Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primitiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(a) = 0$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t) dt$ é a área da região abaixo do gráfico da f ;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(b) = 0$.

Questão 7. Seja $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. Estude f com relação a máximos e mínimos.

- (a) 0 e 2 são máximos locais;
- (b) 1 e 0 são máximos locais;
- (c) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
- (d) 0 e 2 são mínimos locais;
- (e) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global.

Questão 8. Calcule a área da região R dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\pi \leq x \leq 0, \sin x \leq y \leq 0\}.$$

- (a) $\cos 1$;
- (b) 1;
- (c) 2;
- (d) $-\cos 1$;
- (e) -2 .

Questão 9. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{3x}$.

- (a) $L = \frac{1}{e}$;
- (b) $L = e^3$;
- (c) $L = 1$;
- (d) $L = \frac{1}{e^3}$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 10. Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}.$$

- (a) $L = \frac{1}{2}$;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = -1$;
- (d) $L = 0$;
- (e) $L = -\infty$.

Questão 11. Calcule a derivada da função $F(x) = \int_1^{2x} \sec^2 t \, dt$.

- (a) $F'(x) = 2 \sec^2 x$;
- (b) $F'(x) = 2 \sec^2(2x)$;
- (c) $F'(x) = 2 \cos^2 x$;
- (d) $F'(x) = \sec^2(2x)$;
- (e) $F'(x) = \int_1^{2x} 2 \cos t \sin t \, dt$.

Questão 12. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (b) x_0 não é um ponto crítico da f ;
- (c) x_0 um ponto de inflexão para f ;
- (d) x_0 é um máximo local da f ;
- (e) x_0 é um mínimo local da f .

Questão 13. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) > 0$ e $f''(x) > 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?

- (a) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (b) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
- (c) $f(x) = e^{-x}$;
- (d) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (e) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$.

Questão 14. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin(1/n)$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = \infty \cdot \sin 0$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = \frac{1}{2}$;
- (e) $L = 0$.

Questão 15. Calcule a área da região

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x^6\}.$$

- (a) 0;
- (b) $\frac{2}{7}$;
- (c) $\frac{2}{3}$;
- (d) $\frac{2}{5}$;
- (e) $\frac{4}{7}$.

Questão 16. Calcule a derivada da função inversa f^{-1} no ponto y_0 , sabendo que $y_0 = f(x_0)$, $f^{-1}(y_0) = 5$, $f'(3) = -2$, $f(3) = 5$, $f'(5) = 3$.

- (a) $\frac{x_0}{y_0}$;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) $\frac{1}{3}$;
- (d) $\frac{1}{y_0}$;
- (e) $\frac{1}{5}$.

Questão 17. Resolva a desigualdade $|x - 2| + |x + 2| \geq 6$.

- (a) $x \in]-3, -2[\cup]2, 4[;$
- (b) $x \in [-2, 2[;$
- (c) $x \in]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[;$
- (d) $x \in]-4, -3] \cup [2, 4[;$
- (e) $x \in]-3, 0[.$

Questão 18. Quais das funções $F(x)$ abaixo é uma primitiva da função $f(x) = x \cos x$?

- (a) $F(x) = x \sin x - \cos x;$
- (b) $F(x) = \sin x + x \cos x;$
- (c) $F(x) = x \sin x + \cos x;$
- (d) $F(x) = -\sin x - x \cos x;$
- (e) $F(x) = x \sin x + x \cos x.$

Questão 19. Calcule a integral $\int_0^2 x e^x dx$.

- (a) $1 - e^2;$
- (b) $0;$
- (c) $1;$
- (d) $2e^2;$
- (e) $e^2 + 1.$

Questão 20. Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{2x}$ no ponto de abscissa $x = 1$.

- (a) $y = e^2(2x - 1);$
- (b) $y = e^{2x}(x - 1);$
- (c) $y = 2e^{2x}(x - 1);$
- (d) $y - 1 = e^2(x - 1);$
- (e) $y = e^2x + 1.$

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB
2 de julho de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas C

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota