MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

2 de julho de 2015

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- A nota nesta prova substituirá a menor entre as notas da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais; $\mathbb{R}^2$ é o conjuntos dos pares ordenados de números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x, $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x, $a \in \,]0,1[\bigcup]1,+\infty[$; $\tan x$ é a *tangente* de x; $\sec x$ é a *secante* de x.
- Para intervalos abertos useremos a notação: $]a,b[$.
- $A \bigcup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\mathbf{A}}$

Questão 1. *Calcule a derivada da função inversa* f^{-1} *no punto* y_0*, sabendo que* $y_0 = f(x_0)$*,* $f^{-1}(y_0) = 5$*,* $f'(3) = -2$*,* $f(3) = 5$*,* $f'(5) = 3$*.*

(a) $\frac{1}{3}$;

(b) $-\frac{1}{2}$;

(c) $\frac{1}{y_0}$;

(d) $\frac{x_0}{y_0}$;

(e) $\frac{1}{5}$.

Questão 2. *Calcule a área da região* R *dada por:*

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\pi \leq x \leq 0,\ \sin x \leq y \leq 0\right\}.$$

(a) 2;

(b) $-\cos 1$;

(c) 1;

(d) $\cos 1$;

(e) -2.

Questão 3. *Se* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *é uma função tal que* $f'(x) > 0$ *e* $f''(x) > 0$ *para todo* $x \in [a, b]$*. Qual das seguintes afirmações sobre a* f *é verdadeira?*

(a) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;

(b) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;

(c) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;

(d) $f(x) = e^{-x}$;

(e) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$.

Questão 4. *Determine o domínio da função* $f(x) = \sqrt{1 - x} \cdot \ln(1 + x)$*.*

(a) $]-1, 1]$;

(b) $]-\infty, -1[\ \bigcup\ [1, +\infty[$;

(c) $[-1, 1[$;

(d) $]1, +\infty[$;

(e) $]-\infty, 1[$.

Questão 5. *Calcule o limite* $L = \lim_{n\to\infty} n\sin(1/n)$.

(a) $L = 1$;
(b) $L = \frac{1}{2}$;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = \infty \cdot \sin 0$;
(e) $L = 0$.

Questão 6. *Seja* $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja* $x_0 \in \mathbb{R}$ *um ponto onde* $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 3$. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 não é um ponto crítico da f;
(b) x_0 é um máximo local da f;
(c) x_0 é um mínimo local da f;
(d) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
(e) x_0 úm ponto de inflexão para f.

Questão 7. *Seja* $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. *Estude* f *com relação a máximos e mínimos.*

(a) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
(b) 0 e 2 são máximos locais;
(c) 1 e 0 são máximos locais;
(d) 0 e 2 são mínimos locais;
(e) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global.

Questão 8. *Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?*

(i) *Todo ponto crítico de uma função derivável é um extremo local.*
(ii) *Se* $x_0 \in\,]a,b[$ *é um máximo local para a função derivável*

$$f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

então $f'(x_0) = 0$.
(iii) *Se* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *é contínua, e* $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$, *então* f *admite máximo.*

(a) Nenhuma;
(b) As afirmações (i) e (iii);
(c) As afirmações (ii) e (iii);
(d) Somente (i) é verdadeira;
(e) Todas.

Questão 9. *Resolva a desigualdade* $|x-2|+|x+2| \geq 6$.

(a) $x \in [-2, 2[$;
(b) $x \in]-4, -3] \bigcup [2, 4[$;
(c) $x \in]-3, -2[\bigcup]2, 4[$;
(d) $x \in]-\infty, -3] \bigcup [3, +\infty[$;
(e) $x \in]-3, 0[$.

Questão 10. *Calcule a integral* $\int_0^2 xe^x \, \mathrm{d}x$.

(a) $1 - e^2$;
(b) $2e^2$;
(c) 0;
(d) $e^2 + 1$;
(e) 1.

Questão 11. *Quais das funções* $F(x)$ *abaixo é uma primitiva da função* $f(x) = x \cos x$*?*

(a) $F(x) = x \sin x + \cos x$;
(b) $F(x) = x \sin x - \cos x$;
(c) $F(x) = -\sin x - x \cos x$;
(d) $F(x) = x \sin x + x \cos x$;
(e) $F(x) = \sin x + x \cos x$.

Questão 12. *Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) \, \mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(b) = 0$;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t) \, \mathrm{d}t$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primtiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t) \, \mathrm{d}t$;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) \, \mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(a) = 0$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t) \, \mathrm{d}t$ é a área da região abaixo do gráfico da f.

Questão 13. *Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = e^{2x}$ *no ponto de absissa* $x = 1$.

(a) $y = e^2 x + 1$;
(b) $y = 2e^{2x}(x - 1)$;
(c) $y - 1 = e^2(x - 1)$;
(d) $y = e^2(2x - 1)$;
(e) $y = e^{2x}(x - 1)$.

Questão 14. *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{3x}$.

(a) $L = \frac{1}{e^3}$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = \frac{1}{e}$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = e^3$.

Questão 15. *Calcule a derivada da função* $F(x) = \int_1^{2x} \sec^2 t \, \mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = 2\cos^2 x$;
(b) $F'(x) = \int_1^{2x} 2\cos t \sin t \, \mathrm{d}t$;
(c) $F'(x) = \sec^2(2x)$;
(d) $F'(x) = 2\sec^2(2x)$;
(e) $F'(x) = 2\sec^2 x$.

Questão 16. *Calcule a soma* $\sum_{k=1}^{N} 4k$.

(a) $2N(N + 1)$;
(b) $4N(N + 1)$;
(c) $\frac{2}{3}N(N + 1)$;
(d) $\frac{3}{2}N(N - 1)$;
(e) $3N(N + 1)$.

Questão 17. *Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{-\frac{1}{3}x^2}$ é para cima:*

(a) $]-\infty, -\sqrt{3}[$ e em $]\sqrt{3}, +\infty[$;
(b) $\left]-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$ e em $\left]\frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty\right[$;
(c) $\left]\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$;
(d) $]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$;
(e) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente.

Questão 18. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2\tan x$ no ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$?*

(a) $\pi y - 2x = 1$;
(b) o gráfico da f não admite reta tangente em $\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$;
(c) $y = 4x + 2 - \pi$;
(d) $y - \pi = 4(x - 2)$;
(e) $y = x + 2 - \pi$.

Questão 19. *Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite*

$$L = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}.$$

(a) $L = -1$;
(b) $L = -\infty$;
(c) $L = \frac{1}{2}$;
(d) $L = 1$;
(e) $L = 0$.

Questão 20. *Calcule a área da região*

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2x^6\right\}.$$

(a) $\frac{2}{5}$;
(b) 0;
(c) $\frac{4}{7}$;
(d) $\frac{2}{7}$;
(e) $\frac{2}{3}$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

2 de julho de 2015

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\textbf{A}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota