

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
25 de junho de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- | |
|--|
| Esta prova tem peso $\frac{3}{2}$ no cálculo da média final. |
|--|
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

A

Questão 1. *Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$:*

- (a) ± 1 ;
- (b) não há, pois $e^{-\frac{1}{2}x^2} > 0$, para qualquer x ;
- (c) $\frac{1}{2}$;
- (d) 0;
- (e) 1 e 0.

Questão 2. *Calcule a área da região*

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^5\}.$$

- (a) $\frac{1}{5}$;
- (b) 0;
- (c) 4;
- (d) $\frac{2}{5}$;
- (e) 5.

Questão 3. *Calcule a derivada da função $F(x) = \int_1^{2x} \cos^2 t \, dt$.*

- (a) $F'(x) = \int_1^{2x} 2 \cos t \sin t \, dt$;
- (b) $F'(x) = 2 \cos^2 x$;
- (c) $F'(x) = 2 \sin^2 x$;
- (d) $F'(x) = \cos^2(2x)$;
- (e) $F'(x) = 2 \cos^2(2x)$.

Questão 4. *Determine o domínio da função $f(x) = \ln(1-x) \sqrt{1+x}$.*

- (a) $[-1, 1]$;
- (b) $]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[$;
- (c) $]-\infty, 1[$;
- (d) $]1, +\infty[$;
- (e) $[-1, 1[$.

Questão 5. *Calcule a integral $\int_0^1 x e^x \, dx$.*

- (a) $1 - e^2$;
- (b) 0;
- (c) $2e^2$;
- (d) $e^2 + 1$;
- (e) 1.

Questão 6. Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t) dt$ é a área da região abaixo do gráfico da f ;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(b) = 0$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primitiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(a) = 0$.

Questão 7. Calcule a área da região R dada por:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, -\sin x \leq y \leq 0 \right\}.$$

- (a) $\cos 1$;
- (b) $-\cos 1$;
- (c) 2;
- (d) 1;
- (e) -2 .

Questão 8. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$;
- (b) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
- (c) f não admite derivada segunda;
- (d) $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$;
- (e) $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$.

Questão 9. No intervalo $] -1, 0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$?

- (a) a função não está definida em todo o intervalo;
- (b) tem concavidade para baixo;
- (c) decrescente;
- (d) constante;
- (e) crescente.

Questão 10. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é para cima:

- (a) \mathbb{R} , pois a função exponencial é crescente;
- (b) $] -\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (c) $] -\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (d) $] -1, 1[$;
- (e) $]0, +\infty[$.

Questão 11. Considere a função $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$. Determine os pontos de inflexão da f :

- (a) $\frac{1}{3}$;
- (b) $-\frac{1}{3}$;
- (c) 0;
- (d) $\frac{1}{2}$;
- (e) $\frac{2}{3}$.

Questão 12. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \tan x$ no ponto de coordenadas $(\frac{\pi}{4}, 1)$?

- (a) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$;
- (b) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;
- (c) o gráfico da f não admite reta tangente em $(\frac{\pi}{4}, 1)$;
- (d) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;
- (e) $\pi y - 2x = 1$.

Questão 13. *Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?*

- (i) *Todo ponto crítico de uma função derivável é um extremo local.*
- (ii) *Se $x_0 \in]a, b[$ é um máximo local para a função derivável*

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

$$\text{então } f'(x_0) = 0.$$

- (iii) *Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, e $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$, então f admite mínimo.*

- (a) Nenhuma;
- (b) As afirmações (ii) e (iii);
- (c) Todas;
- (d) As afirmações (i) e (iii);
- (e) Somente (i) é verdadeira.

Questão 14. *Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 3$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) x_0 é um máximo local da f ;
- (b) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (c) x_0 é um mínimo local da f ;
- (d) x_0 não é um ponto crítico da f ;
- (e) x_0 um ponto de inflexão para f .

Questão 15. *Seja $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Estude f com relação a máximos e mínimos.*

- (a) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
- (b) 1 e 0 são máximos locais;
- (c) 0 e 2 são mínimos locais;
- (d) 0 e 2 são máximos locais;
- (e) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global.

Questão 16. *Quanto vale o limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$?*

- (a) $-\infty$;
- (b) o limite não existe;
- (c) 0;
- (d) 1;
- (e) $+\infty$.

Questão 17. Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\sin^2 x}.$$

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \frac{1}{2}$;
- (c) $L = 1$;
- (d) $L = -1$;
- (e) $L = -\infty$.

Questão 18. Determine uma primitiva $F(x)$ da função $f(x) = x^2 - x + 1$.

- (a) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 2$;
- (b) $F(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 2$;
- (c) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$;
- (d) $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$;
- (e) $F(x) = 2x - 1$.

Questão 19. Calcule uma primitiva $F(x)$ da função $f(x) = x \sin x$.

- (a) $F(x) = -\sin x - x \cos x$;
- (b) $F(x) = x \sin x + x \cos x$;
- (c) $F(x) = \sin x - x \cos x$;
- (d) $F(x) = \sin x + x \cos x$;
- (e) $F(x) = x \sin x - \cos x$.

Questão 20. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) < 0$ e $f''(x) > 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?

- (a) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (b) $f(x) = e^{-x}$;
- (c) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
- (d) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
- (e) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
25 de junho de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **A**

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota