

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB
10 de julho de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- A nota da SUB substituirá a menor das notas entre a P1 e a P2 no cálculo da média final.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

A

Questão 1. Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função $f(x) = \frac{\cos x}{x}$.

- (a) somente $y = 0$;
- (b) $x = 0$ e $y = 0$;
- (c) $y = 1$;
- (d) $x = 1$;
- (e) o gráfico não admite nenhuma assíntota.

Questão 2. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{x^2 - 1}$.

- (a) $L = -2$;
- (b) $L = -\infty$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) o limite não existe;
- (e) $L = 2$.

Questão 3. Calcule a soma $\sum_{k=1}^N 4k$.

- (a) $2N(N + 1)$;
- (b) $3N(N + 1)$;
- (c) $\frac{1}{2}N(N + 1)$;
- (d) $\frac{3}{2}N(N - 1)$;
- (e) $\frac{2}{3}N(N + 1)$.

Questão 4. Determine a derivada da função $F(x) = \int_0^{2x} \cos^5 t \, dt$.

- (a) $F'(x) = 2 \cos^5(2x)$;
- (b) $F'(x) = \cos^5(2x)$;
- (c) $F'(x) = 5 \cos^4(2x)$;
- (d) $F'(x) = 5 \cos^4(2x) \sin(2x)$;
- (e) $F'(x) = 5 \int_0^{2x} \cos^2 t \, dt$.

Questão 5. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) < 0$ e $f''(x) < 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?

- (a) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
- (b) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (c) $f(x) = e^{-x}$;
- (d) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
- (e) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$.

Questão 6. Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é para baixo:

- (a) $]-\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (b) $]-\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
- (c) $]-1, 1[$;
- (d) $]0, +\infty[$;
- (e) \mathbb{R} , pois a função exponencial é crescente.

Questão 7. Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{2x}$ no ponto de abscissa $x = 1$.

- (a) $y = e^2(2x - 1)$;
- (b) $y = e^{2x}(x - 1)$;
- (c) $y - 1 = e^2(x - 1)$;
- (d) $y = 2e^{2x}(x - 1)$;
- (e) $y = e^2x + 1$.

Questão 8. Determine o ponto $x_0 \in [-1, 3]$ onde a função $f(x) = x(1 - x^2)$ atinge seu mínimo no intervalo $[-1, 3]$.

- (a) $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
- (b) $x_0 = 3$;
- (c) $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
- (d) f não admite máximo;
- (e) $x_0 = -1$.

Questão 9. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 3$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
- (b) x_0 um ponto de inflexão para f ;
- (c) x_0 é um máximo local da f ;
- (d) x_0 é um mínimo local da f ;
- (e) x_0 não é um ponto crítico da f .

Questão 10. Calcule a derivada da função inversa f^{-1} no ponto y_0 , sabendo que $y_0 = f(x_0)$, $f^{-1}(y_0) = 3$, $f'(3) = -2$, $f(3) = 5$, $f'(5) = 3$.

- (a) $\frac{1}{y_0}$;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) $\frac{1}{3}$;
- (d) $\frac{1}{5}$;
- (e) $\frac{x_0}{y_0}$.

Questão 11. Considere a função $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$. Qual dos seguintes é um ponto de inflexão da f ?

- (a) $-\frac{1}{3}$;
- (b) $\frac{1}{3}$;
- (c) $\frac{1}{2}$;
- (d) $\frac{2}{3}$;
- (e) 0.

Questão 12. Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é uma primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(b) = 0$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primitiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t) dt$ é a área da região abaixo do gráfico da f ;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é uma primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(a) = 0$.

Questão 13. Considere a função $f(x) = x^2 e^x + x$. Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:

- (a) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (b) f admite máximo e mínimo em \mathbb{R} ;
- (c) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = e + 1$;
- (d) existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = 4$;
- (e) f é decrescente em $[0, 1]$.

Questão 14. Calcule a área da região R dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, -\sin x \leq y \leq 0\}.$$

- (a) $\cos 2$;
- (b) -2 ;
- (c) $-\cos 2$;
- (d) 2 ;
- (e) 1 .

Questão 15. Calcule a integral $\int_0^2 x e^x dx$.

- (a) $2e^2$;
- (b) $e^2 + 1$;
- (c) $e^2 - 1$;
- (d) 0 ;
- (e) $1 - e^2$.

Questão 16. Resolva a desigualdade $|2 - x| + |x + 2| < 6$.

- (a) $x \in]-3, 3[$;
- (b) $x \in]-4, -3] \cup [2, 4[$;
- (c) $x \in]-3, 0[$;
- (d) $x \in]-3, -2[\cup]2, 4[$;
- (e) $x \in [-2, 2[$.

Questão 17. Qual é o comportamento da função $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$ no intervalo $]0, 1[$?

- (a) tem concavidade para baixo;
- (b) a função não está definida em todo o intervalo;
- (c) decrescente;
- (d) crescente;
- (e) constante.

Questão 18. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) f não admite derivada segunda;
- (b) $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$;
- (c) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$;
- (d) $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
- (e) $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

Questão 19. Determine o domínio da função $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{1+x}}$.

- (a) $[-1, 1]$;
- (b) $]1, +\infty[$;
- (c) $] -\infty, 1[$;
- (d) $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$;
- (e) $] -1, 1[$.

Questão 20. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}$.

- (a) $-\infty$;
- (b) 0;
- (c) $+\infty$;
- (d) o limite não existe;
- (e) 1.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova SUB
10 de julho de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **A**

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota