

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
3 de Maio de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o logaritmo natural de x ; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

B

Questão 1. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x}$.

- (a) $L = \frac{1}{e}$;
- (b) $L = \frac{1}{e^2}$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = e^2$;
- (e) $L = 1$.

Questão 2. Quais são todas as raízes do polinômio $x^4 - 3x^2 + 2$?

- (a) 1, -1, 2;
- (b) ± 1 e ± 2 ;
- (c) 1 e $\sqrt{2}$;
- (d) ± 1 e $\pm\sqrt{2}$;
- (e) 1 e 2.

Questão 3. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se $f : A \rightarrow B$ é sobrejetora, então f é inversível;
- (b) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f não é sobrejetora;
- (c) se $f : A \rightarrow B$ é inversível, então f é injetora e sobrejetora;
- (d) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f é inversível;
- (e) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f é sobrejetora.

Questão 4. Dada $f(x) = e^{2x}$ e $g(x) = 1 - \cos x$, calcule a composição $h(x) = f(g(x))$.

- (a) $h(x) = \frac{e^2}{e^{2 \cos x}}$;
- (b) $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$;
- (c) $h(x) = \frac{e}{e^{2 \cos x}}$;
- (d) $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$;
- (e) $h(x) = e^{1 - \cos x}$.

Questão 5. Se $f(x) = 1 - x$, então a composta $f(f(x))$ é:

- (a) $(1 - x)^2$;
- (b) $2 + x$;
- (c) $1 - x^2$;
- (d) $1 + x$;
- (e) x .

Questão 6. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3 - x)}{x - 2}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \ln 2$;
- (c) $L = \ln 3$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = -1$.

Questão 7. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = 0$;
- (c) $L = 1$;
- (d) o limite não existe;
- (e) $L = -\infty$.

Questão 8. Qual é a inversa f^{-1} da função $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ dada por $f(x) = \cos x$?

- (a) $f^{-1}(x) = \arccos x$;
- (b) $f^{-1}(x) = \frac{1}{\cos x}$;
- (c) $f^{-1}(x) = \arcsin(\pi - x)$;
- (d) f não admite inversa no intervalo dado;
- (e) $f^{-1}(x) = \arccos(x - \pi)x$.

Questão 9. Qual é o domínio da função $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$?

- (a) $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$;
- (b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$;
- (c) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$;
- (d) $]-\infty, 4[\cup]4, +\infty[$;
- (e) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, +\infty[$.

Questão 10. Se a_n e b_n são seqüências tais que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, e $|b_n| \leq 100$ para todo n , qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 100$;
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 100$;
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$;
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$;
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$.

Questão 11. Resolva a desigualdade: $|2x - 4| + |8 - 3x| < 3$.

- (a) a desigualdade não possui soluções;
- (b) $x \in]\frac{1}{5}, 2[\cup]\frac{8}{3}, 3[$;
- (c) $x \in]\frac{1}{5}, 2[\cup]\frac{7}{3}, 3[$;
- (d) $x \in]\frac{8}{3}, 3[$;
- (e) $x \in]\frac{1}{5}, \frac{3}{5}[\cup]\frac{8}{3}, 3[$.

Questão 12. Considere as duas afirmações:

- (i) Se $f : B \rightarrow C$ e $g : A \rightarrow B$ são injetoras, então $f \circ g : A \rightarrow B$ é injetora;
- (ii) Se $f : B \rightarrow C$ é injetora e $g : A \rightarrow B$ é sobrejetora, então $f \circ g : A \rightarrow B$ é inversível.

Escolha a opção correta.

- (a) são ambas falsas;
- (b) (i) é verdadeira e (ii) é falsa;
- (c) (ii) é verdadeira só se $A = B = C$;
- (d) (ii) é verdadeira e (i) é falsa;
- (e) são ambas verdadeiras.

Questão 13. Resolva a desigualdade: $\frac{3x}{x^2 - 4} < 1$.

- (a) $x \in \mathbb{R}$;
- (b) $x \in]-4, -2[\cup]1, 2[$;
- (c) $x \in]-4, -2[$;
- (d) $x \in]-4, -2[\cup]0, 2[$;
- (e) $x \in]1, 2[$.

Questão 14. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = \frac{\sin \infty}{\infty}$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = \frac{1}{2}$.

Questão 15. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$.

- (a) o limite não existe;
- (b) $L = -2$;
- (c) $L = -\infty$;
- (d) $L = 2$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 16. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\tan(5x)}$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = \frac{5}{2}$;
- (c) $L = 2$;
- (d) $L = \frac{2}{5}$;
- (e) $L = 0$.

Questão 17. Calcule $a = \log_3 \left(\frac{1}{27} \right)$.

- (a) $a = \log_3 3$;
- (b) $a = \frac{1}{3}$;
- (c) $a = 3$;
- (d) $a = \frac{1}{9}$;
- (e) $a = -3$.

Questão 18. Quais são as soluções da desigualdade $1 < |2x - 1| \leq 3$?

- (a) $x \in [-1, 0] \cup]1, 2[$;
- (b) $x \in [-1, 0[$;
- (c) $x \in]1, 2]$;
- (d) $x \in [-1, 0[\cup]1, 2]$;
- (e) $x \in]-1, 0] \cup]1, 2]$.

Questão 19. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ a função $f(x) = 3^{2x}$. Calcule a inversa $f^{-1} :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$.

- (a) $f^{-1}(x) = \log_3(2x)$;
- (b) f não admite inversa, pois não é sobrejetora;
- (c) $f^{-1}(x) = 3^{\frac{1}{2}x}$;
- (d) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log_3 x$;
- (e) $f^{-1}(x) = (\log_3 x)^{\frac{1}{2}}$.

Questão 20. Que letra do alfabeto grego é η ?

- (a) sigma;
- (b) ni;
- (c) eta;
- (d) delta;
- (e) alpha.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
3 de Maio de 2012

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **B**

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| 1 | a | b | c | d | e |
| 2 | a | b | c | d | e |
| 3 | a | b | c | d | e |
| 4 | a | b | c | d | e |
| 5 | a | b | c | d | e |
| 6 | a | b | c | d | e |
| 7 | a | b | c | d | e |
| 8 | a | b | c | d | e |
| 9 | a | b | c | d | e |
| 10 | a | b | c | d | e |
| 11 | a | b | c | d | e |
| 12 | a | b | c | d | e |
| 13 | a | b | c | d | e |
| 14 | a | b | c | d | e |
| 15 | a | b | c | d | e |
| 16 | a | b | c | d | e |
| 17 | a | b | c | d | e |
| 18 | a | b | c | d | e |
| 19 | a | b | c | d | e |
| 20 | a | b | c | d | e |

Deixe em branco.

| Corretas | Erradas | Nota |
|-----------------|----------------|-------------|
| | | |