

MAT 104 — Cálculo 1  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB — 05.07.2010

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- A prova consiste em 15 questões. Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10.5** pontos; cada questão correta vale **0.7** pontos e *cada questão errada implica num desconto de 0.1 ponto.*
- A prova SUB é *semi-aberta*, ou seja, caso o aluno entregue a prova para correção, a nota entrará necessariamente no cálculo da nota final, substituindo a menor entre a nota da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

**Notações e Terminologia Utilizada na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- A derivada de uma função  $f$  é denotada com  $f'$ .  
A derivada segunda é  $f''$ .
- Dadas funções  $f$  e  $g$ , a composta é indicada por  $f \circ g$ .
- $\log$  denota a função logaritmo em base  $e$  (logaritmo natural). Para  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a x$  é o logaritmo em base  $a$ .
- Um *extremo local* de uma função  $f$  é um ponto de mínimo ou de máximo local da  $f$ .
- Um *ponto de inflexão* de uma função  $f$  é um ponto onde muda a concavidade do gráfico de  $f$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

D

**Questão 1.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^4}$ .

- (a)  $L = 0$ ;
- (b)  $L = \frac{n^2}{(n-1)!}$ ;
- (c)  $L = \frac{\infty!}{\infty^3}$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 2.** Calcule a derivada segunda da função  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ .

- (a)  $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 4x + 2) - 4x}{x^4}$ ;
- (b)  $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 2x + 2) - 2}{x^3}$ ;
- (c)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - x + 2) - 2x}{x^4}$ ;
- (d)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 2x + 1) - x}{x^4}$ ;
- (e)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 4x + 2) - 2}{x^3}$ .

**Questão 3.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável, e com inversa  $f^{-1}$ . Sabendo que  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 3$ ,  $f(3) = 4$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f'(1) = 1$ ,  $f'(3) = 4$ , calcule  $(f^{-1})'(3)$ .

- (a) 1;
- (b)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (c)  $-\frac{1}{4}$ ;
- (d)  $\frac{1}{4}$ ;
- (e)  $\frac{1}{2}$ .

**Questão 4.** Determine o único ponto crítico  $x_0$  da função  $f(x) = \frac{\log x}{x}$ .

- (a)  $x_0 = -1$ ;
- (b)  $x_0 = 0$ ;
- (c)  $x_0 = \frac{1}{e}$ ;
- (d)  $x_0 = 1$ ;
- (e)  $x_0 = e$ .

**Questão 5.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se  $a_n$  é limitada, então existe o limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;
- (b) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = +\infty$ ;
- (c) se  $a_n$  é uma sequência limitada, e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$ ;
- (d) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$ ;
- (e) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 1$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$ .

**Questão 6.** Sejam  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções deriváveis, tais que:

$$f(0) = 1, \quad g(2) = 2, \quad f'(0) = 4, \quad g'(0) = -1, \quad f(2) = 3, \\ f'(2) = -2, \quad g(3) = -2, \quad g'(3) = 4.$$

Calcule  $(g \circ f)'(2)$ .

- (a) 12;
- (b) -4;
- (c) 8;
- (d) 6;
- (e) -8.

**Questão 7.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{\sin(2x)}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = \log 3$ ;
- (c)  $L = \frac{3^0 - 1}{\sin 0}$ ;
- (d)  $L = \frac{3}{2}$ ;
- (e)  $L = \log(\sqrt{3})$ .

**Questão 8.** Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\log_{1/2}(x^2 - 3x + 5/2) < 1.$$

- (a)  $[1, 2]$ ;
- (b)  $] -\infty, 2[$ ;
- (c)  $]2, +\infty[$ ;
- (d)  $]1, +\infty[$ ;
- (e)  $] -\infty, 1[ \cup ]2, +\infty[$ .

**Questão 9.** Qual das seguintes retas é uma assíntota para a função

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$$

quando  $x \rightarrow +\infty$ ?

- (a)  $y = 2x + 4$ ;
- (b)  $y = 2x - 7$ ;
- (c)  $y = 2x - 14$ ;
- (d)  $y = 2x - \frac{3}{2}$ ;
- (e)  $y = 4x - 6$ .

**Questão 10.** Sejam  $(\mathcal{A}_n)_{n \in \mathbb{N}}$  uma família de *afirmações*, cada uma das quais pode ser ou verdadeira ou falsa. Suponha que:

- $\mathcal{A}_5$  é verdadeira;
- se  $\mathcal{A}_n$  é verdadeira, então  $\mathcal{A}_{n+2}$  também é verdadeira.

O que podemos deduzir?

- (a)  $\mathcal{A}_n$  é falsa para todo  $n < 5$ ;
- (b)  $\mathcal{A}_{n+2}$  é verdadeira para todo  $n \geq 5$ ;
- (c)  $\mathcal{A}_n$  é falsa para todo  $n > 5$ ;
- (d)  $\mathcal{A}_{2n+1}$  é verdadeira para todo  $n \geq 2$ ;
- (e)  $\mathcal{A}_{2n}$  é verdadeira para todo  $n > 2$ .

**Questão 11.** Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = (2 - x)e^{x^2}.$$

- (a)  $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$  é um mínimo local,  $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$  é um máximo local;
- (b)  $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$  é um máximo local,  $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$  é um mínimo local;
- (c)  $f$  não possui extremos locais;
- (d)  $x = 0$  é um máximo local e  $x = 2$  é um mínimo local;
- (e)  $x = 0$  é um mínimo local e  $x = 2$  é um máximo local.

**Questão 12.** Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função  $f$  dada?

$$f(x) = e^{x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) quatro;
- (b) um;
- (c) dois;
- (d) três;
- (e) nenhum.

**Questão 13.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se  $x_0 \in [a, b]$  é um ponto de máximo da  $f$  em  $[a, b]$ , então  $f'(x_0) = 0$ ;
- (b) Se  $f''(x_0) = 0$ , então  $x_0$  é um ponto de inflexão;
- (c) Se  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável,  $f(0) = 0$  e  $f(2) = 2$ , então existe  $\xi \in ]0, 2[$  tal que  $f'(\xi) = 1$ ;
- (d) Se  $f'(x_0) = 0$ , então  $x_0$  é um máximo ou um mínimo local da  $f$ ;
- (e) Se  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável,  $f(0) = 0$  e  $f(1) = 2$ , então existe  $\xi \in ]0, 1[$  tal que  $f'(\xi) = 1$ .

**Questão 14.** Seja  $P$  o ponto do plano cujas coordenadas são  $(1, -1)$ . Determine o ponto  $Q$  pertencente ao gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{x}$ , com  $x > 0$ , com a propriedade que a reta por  $P$  e  $Q$  seja tangente ao gráfico da  $f$  no ponto  $Q$ .

- (a)  $Q = \left( \sqrt{2} - 1, \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \right)$ ;
- (b)  $Q = \left( \sqrt{2} + 1, \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \right)$ ;
- (c)  $Q = \left( \frac{1}{\sqrt{2} - 1}, \sqrt{2} - 1 \right)$ ;
- (d)  $Q = \left( \sqrt{2} - 1, \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \right)$ ;
- (e)  $Q = \left( \frac{1}{\sqrt{2} + 1}, \sqrt{2} + 1 \right)$ .

**Questão 15.** Em qual dos intervalos dados a função  $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$  é crescente?

- (a)  $]0, 1[$ ;
- (b)  $]1, +\infty[$ ;
- (c)  $]2, +\infty[$ ;
- (d)  $]0, \sqrt{2}[$ ;
- (e)  $] \frac{1}{2}, +\infty[$ .

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

5 de Julho de 2010

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Turma:  FÍSICA

QUÍMICA

**Folha de Respostas**  D

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota