

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 3

30.06.2010

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- A prova consiste em 15 questões. Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10.5** pontos; cada questão correta vale **0.7** pontos e *cada questão errada implica num desconto de 0.1 ponto.*
- **Boa Prova!**

**Notações e Terminologia Utilizada na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- A derivada de uma função  $f$  é denotada com  $f'$ .  
A derivada segunda é  $f''$ .
- Um *extremo local* de uma função  $f$  é um ponto de mínimo ou de máximo local da  $f$ .
- Um *ponto de inflexão* de uma função  $f$  é um ponto onde muda a concavidade do gráfico de  $f$ .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

**Fi-E**

**Questão 1.** Determine o ponto  $P$  da hipérbola  $y = \frac{2}{x}$ ,  $x > 0$ , mais próximo da origem.

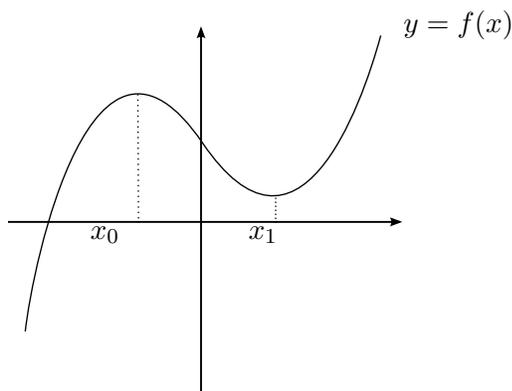
- (a)  $P = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ;
- (b)  $P = (1, 2)$ ;
- (c)  $P = (2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ;
- (d)  $P = (\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\sqrt{2})$ ;
- (e)  $P = (2, 1)$ .

**Questão 2.** Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função  $f$  dada?

$$f(x) = e^{-x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) um;
- (b) quatro;
- (c) dois;
- (d) três;
- (e) zero.

**Questão 3.** Considere a função polinomial  $f(x) = x^3 - 3ax + b$ , cujo gráfico é dado abaixo. Note que  $f$  possui dois pontos críticos distintos,  $x_0$  um máximo local e  $x_1$  um mínimo local. Qual das condições é necessariamente satisfeita?

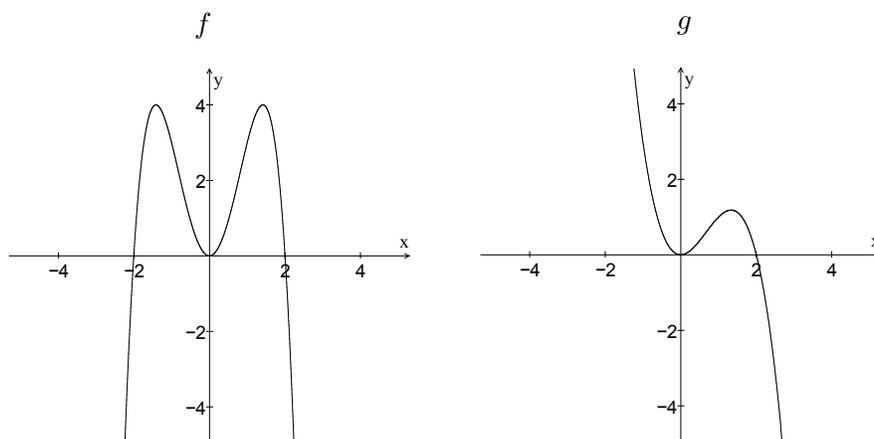


- (a)  $a > 0$  e  $b - 2a\sqrt{a} < f(0) < b + 2a\sqrt{a}$ ;
- (b)  $a > 0$  e  $b < 0$ ;
- (c)  $a < 0$  e  $b + 2a\sqrt{a} < b < b - 2a\sqrt{a}$ ;
- (d)  $a > 0$  e  $f(-\sqrt{a}) < f(\sqrt{a})$ ;
- (e)  $a < 0$  e  $2a\sqrt{a} < b < -2a\sqrt{a}$ .

**Questão 4.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  admite máximo e mínimo.
- (b) Se  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável,  $f(0) = 0$  e  $f(1) = 2$ , então existe  $\xi \in ]0, 1[$  tal que  $f'(\xi) = 2$ ;
- (c) Se  $x_0 \in [a, b]$  é um ponto de máximo da  $f$  em  $[a, b]$ , então  $f'(x_0) = 0$ ;
- (d) Se  $f''(x_0) = 0$ , então  $x_0$  é um ponto de inflexão;
- (e) Se  $f'(x_0) = 0$ , então  $x_0$  é um máximo ou um mínimo local da  $f$ .

**Questão 5.** Considere os gráficos das funções polinomiais  $f$  e  $g$  abaixo.



Então  $f$  e  $g$  são dadas por:

- (a)  $f(x) = x^2 + x + 1$ ;  $g(x) = -x^3 + x$ ;
- (b)  $f(x) = -x^4 + 4x^2$ ;  $g(x) = -x^3 + 2x^2$ ;
- (c)  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2$ ;  $g(x) = -x^3$ ;
- (d)  $f(x) = -x^4 - x^2$ ;  $g(x) = x^3 - 2x^2$ ;
- (e)  $f(x) = x^4 - 4x^2$ ;  $g(x) = -x^3 + x^2$ .

**Questão 6.** Qual é a área do maior retângulo inscrito numa circunferência de raio  $R$ ?

- (a)  $2R^2$ ;
- (b)  $2R$ ;
- (c)  $\frac{R^2}{2}$ ;
- (d)  $R^2$ ;
- (e)  $\pi R^2$ .

**Questão 7.** Uma função derivável  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisfaz as seguintes condições:

- $f'(x) < 0$  em  $]-\infty, 2[$  e em  $]4, 6[$ ;
- $f'(x) > 0$  em  $]2, 4[$  e em  $]6, +\infty[$ ;
- $f(2) = 1$ ,  $f(4) = 2$ ,  $f(6) = -1$ .

Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (a)  $x = 4$  é um ponto de máximo absoluto da  $f$ ;
- (b)  $x = 6$  é um ponto de mínimo absoluto da  $f$ ;
- (c)  $x = 2$  é um ponto de máximo local da  $f$ ;
- (d)  $f$  não é contínua em  $x = 4$ ;
- (e)  $f$  não admite máximo.

**Questão 8.** Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = (2 - x)e^{x^2}.$$

- (a)  $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$  é um máximo local,  $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$  é um mínimo local;
- (b)  $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$  é um mínimo local,  $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$  é um máximo local;
- (c)  $x = 0$  é um mínimo local e  $x = 2$  é um máximo local;
- (d)  $x = 0$  é um máximo local e  $x = 2$  é um mínimo local;
- (e)  $f$  não possui extremos locais.

**Questão 9.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x^2}$ .

- (a)  $L = e$ ;
- (b)  $L = -\infty$ ;
- (c)  $L = 1$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = 0$ .

**Questão 10.** Calcule a derivada segunda da função  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ .

(a)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 4x + 2) - 2}{x^3}$ ;

(b)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - 2x + 1) - x}{x^4}$ ;

(c)  $f''(x) = \frac{e^x (x^3 - x + 2) - 2x}{x^4}$ ;

(d)  $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 4x + 2) - 4x}{x^4}$ ;

(e)  $f''(x) = \frac{e^x (x^2 - 2x + 2) - 2}{x^3}$ .

**Questão 11.** Em qual dos intervalos dados a função  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  é crescente?

(a)  $]1, +\infty[$ ;

(b)  $]\frac{1}{2}, +\infty[$ ;

(c)  $]0, 1[$ ;

(d)  $]0, \sqrt{2}[$ ;

(e)  $]2, +\infty[$ .

**Questão 12.** Calcule o máximo  $M$  e o mínimo  $m$  da função

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$$

no intervalo  $[0, 3]$ .

(a)  $m = 0$  e  $M = 20$ ;

(b)  $m = 0$  e  $M = 72$ ;

(c)  $m = 18$  e  $M = 72$ ;

(d)  $m = 18$  e  $M = 20$ ;

(e)  $m = 0$  e  $M = 18$ .

**Questão 13.** Determine e classifique os extremos locais da função

$$f(x) = 2x^3 + 6x + 2.$$

(a)  $x = 1$  é um ponto de máximo local;

(b)  $f$  não possui extremos locais;

(c)  $x = 0$  é um ponto de máximo local;

(d)  $x = 1$  é um ponto de mínimo local;

(e)  $x = 0$  é um ponto de máximo local e  $x = 1$  é um ponto de mínimo local.

**Questão 14.** Em qual intervalo o gráfico da função  $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$  tem concavidade para cima?

- (a)  $] \frac{a+b+c}{2}, +\infty[;$
- (b)  $] \frac{a+b+c}{6}, +\infty[;$
- (c)  $] \frac{a+b+c}{3}, +\infty[;$
- (d)  $] -\infty, \frac{a+b+c}{3}[;$
- (e)  $] -\infty, \frac{a+b+c}{2}[.$

**Questão 15.** Qual das seguintes retas é uma assíntota para a função

$$f(x) = \frac{4x^2 - 6x + 2}{2x + 4}$$

quando  $x \rightarrow +\infty$ ?

- (a)  $y = 2x + 4;$
- (b)  $y = 2x - 14;$
- (c)  $y = 2x - \frac{3}{2};$
- (d)  $y = 2x - 7;$
- (e)  $y = 4x - 6.$

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 3

30 de Junho de 2010

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** **Fi-E**

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>