

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 1

26.04.2010

2010120

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{3}{25}$  de ponto (0.12).*
- **Boa Prova!**

**Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais, e  $\mathbb{N}$  denota o conjunto dos números inteiros não negativos.
- Dadas funções  $f$  e  $g$ , a composta é indicada por  $f \circ g$ .
- $\log$  denota a função logaritmo em base  $e$  (logaritmo natural).
- Dado  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a$  denota o logaritmo em base  $a$ .
- A função  $\tan x$  é a *tangente*.

**Qui-B**

**Questão 1.** Seja  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = \log(1+x)$ . Qual é o domínio de  $f \circ g$ ?

- (a)  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ;
- (b)  $]0, 1[$ ;
- (c)  $]0, +\infty[$ ;
- (d)  $] -1, +\infty[$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 2.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{2x}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{2}$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = +\infty$ ;
- (d)  $L = 1$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 3.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 1$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$ ;
- (b) se  $a_n$  é uma sequência limitada, e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$ ;
- (c) se  $a_n$  é limitada, então existe o limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;
- (d) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = +\infty$ ;
- (e) se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$ .

**Questão 4.** Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\log_{1/2}(x^2 - 3x + 5/2) \geq \frac{1}{2}.$$

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $]1, +\infty[$ ;
- (c)  $]2, +\infty[$ ;
- (d)  $[1, 2]$ ;
- (e)  $] -\infty, 1[ \cup ]2, +\infty[$ .

**Questão 5.** Determine: a forma explícita da sequência  $a_n$  definida pela fórmula:  $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ , e pelas condições iniciais:  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 5$ .

- (a)  $a_n = 1 + 2^n$ ;
- (b)  $a_n = 3 + 2n$ ;
- (c)  $a_n = n^2 + n + 3$ ;

- (d)  $a_n = 1 + 2^{n+1}$ ;  
 (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 6.** Sejam  $a \in \mathbb{R}$ , e  $f, g : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções tais que

$$f(x) \leq g(x) \leq f(x) + \frac{1}{x}$$

para todo  $x$ . Suponha que existe o limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \pi$ . Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (a) nenhuma das outras respostas;  
 (b)  $g$  é decrescente;  
 (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \pi$ ;  
 (d)  $g$  é crescente;  
 (e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \pi + \frac{1}{\pi}$ .

**Questão 7.** Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (a) se  $f : A \rightarrow B$  é injetora e sobrejetora, então  $f$  é inversível;  
 (b) toda função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  inversível é injetora;  
 (c) toda função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é ou par ou ímpar;  
 (d) toda função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pode ser escrita como soma de uma função não negativa e uma função negativa;  
 (e) toda função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pode ser escrita como soma de uma função par e uma função ímpar.

**Questão 8.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin(2x)}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{2}$ ;  
 (b)  $L = \log 2$ ;  
 (c)  $L = \frac{1}{2} \log 2$ ;  
 (d)  $L = +\infty$ ;  
 (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 9.** Sejam  $(\mathcal{A}_n)_{n \in \mathbb{N}}$  uma família de afirmações, cada uma das quais pode ser ou verdadeira ou falsa. Suponha que:

- $\mathcal{A}_0$  é verdadeira;
- se  $\mathcal{A}_n$  é verdadeira, então  $\mathcal{A}_{n+2}$  também é verdadeira.

O que podemos deduzir?

- (a)  $\mathcal{A}_n$  é verdadeira para todo  $n > 2$ ;  
 (b)  $\mathcal{A}_{n+2}$  é verdadeira para todo  $n \in \mathbb{N}$ ;

- (c)  $\mathcal{A}_n$  é falsa para todo  $n > 2$ ;
- (d)  $\mathcal{A}_{2n}$  é verdadeira para todo  $n \in \mathbb{N}$ ;
- (e)  $\mathcal{A}_n$  é falsa para todo  $n > 0$ .

**Questão 10.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , onde  $a_n$  é definida por recorrência pela fórmula  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , e  $a_0 = 0$ .

- (a)  $L = 0$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $L = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ;
- (e) não existe o limite.

**Questão 11.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n!}$ .

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = \frac{n^2}{(n-1)!}$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 12.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x e^{x-1}}$ .

- (a)  $L = 0$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = \tan(e^{-1})$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $L = \frac{1}{e}$ .

**Questão 13.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{4x^3 + 2x - 3} \right)^{3x-1}$ .

- (a)  $L = e^3$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = e^{9/4}$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $L = e$ .

**Questão 14.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \right)$ .

- (a)  $L = -\infty$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = +\infty$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $L = 0$ .

**Questão 15.** Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\frac{|x - 1|}{x^2 - 5x + 6} < 0.$$

- (a)  $]2, 3[$ ;
- (b)  $]1, 3[$ ;
- (c)  $]1, 2[ \cup ]3, +\infty[$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $] -\infty, 1[ \cup ]2, 3[$ .

**Questão 16.** Que letra do alfabeto grego é:  $\eta$ ?

- (a) “ni” minúsculo;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) “gama” maiúsculo;
- (d) “eta” minúsculo;
- (e) “ni” maiúsculo.

**Questão 17.** Seja  $a_n$  uma sequência não crescente. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) existe o limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;
- (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;
- (c)  $a_n = \frac{1}{n}$ ;
- (d)  $a_n$  é limitada;
- (e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ .

**Questão 18.** Determine o conjunto das soluções da desigualdade:

$$|2x - 4| + |8 - 3x| < 3.$$

- (a)  $] \frac{9}{5}, 2[ \cup ]3, +\infty[$ ;
- (b)  $] \frac{9}{5}, 3[$ ;

- (c)  $] -\frac{9}{5}, 2[$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $] -\infty, 2[$ .

**Questão 19.** Calcule a função inversa  $f^{-1}(y)$  da função  $f : [\pi, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$  definida por  $f(x) = \cos x$ .

- (a)  $f^{-1}(y) = \arccos y + \frac{3\pi}{2}$ ;
- (b)  $f^{-1}(y) = \arccos y$ ;
- (c)  $f^{-1}(y) = \arcsin y + \frac{3\pi}{2}$ ;
- (d)  $f^{-1}(y) = \arccos y + \pi$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 20.** Sejam  $f$  e  $g$  duas funções reais tais que  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$

0. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$ , pois  $\frac{f(x)}{0} = \infty$  para todo  $x$ ;
- (c)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ , pois  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ;
- (d)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ , pois  $\frac{0}{g(x)} = 0$  para todo  $x$ ;
- (e)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ , pois  $\frac{0}{0} = 1$ .

MAT 104 — Cálculo 1  
Prof. Paolo Piccione

Prova 1  
26.04.2010

2010120

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Folha de Respostas Qui-B

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e