

MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática
para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

21 de Julho de 2011

Prova REC — **B**

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- A nota final do curso é a média entre a nota da primeira avaliação e a nota da REC.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais, e \mathbb{R}^2 é o conjunto de pares ordenados de números reais: $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$.
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- Intervalos *abertos* são denotados com $]a, b[$.

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

Questão 1. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x^3 + 6x$, e seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sua inversa. Calcule a derivada $g'(-4)$.

- (a) $\frac{1}{12}$;
- (b) f não admite inversa;
- (c) 12;
- (d) $f'(-1)$;
- (e) $\frac{1}{6}$.

Questão 2. Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $c \in]a, b[$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ para todo x ;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f tem máximo em a e mínimo em b ;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f(c)(b - a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f toma todos os valores entre $f(a)$ e $f(b)$.

Questão 3. Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções deriváveis, com:

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1, f'(1) = 1, f'(2) = -2, f'(3) = -2$$

$$g(1) = 1, g(2) = 3, g(3) = 2, g'(1) = 2, g'(2) = -1, g'(3) = 0.$$

Se $h = f \circ g$, calcule o valor de $h'(2)$.

- (a) $h'(2) = 2$;
- (b) $h'(2) = 6$;
- (c) $h'(2) = 1$;
- (d) $h'(2) = 3$;
- (e) $h'(2) = -2$.

Questão 4. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2x + e^x$ no ponto de abscissa 1?

- (a) $y = (2 + e)x$;
- (b) $y = ex$;
- (c) $y = (2 - e)x$;
- (d) $y = -(2 + e)x$;
- (e) $y = 2x$.

Questão 5. Qual das seguintes afirmações é consequência do Teorema de Weierstrass?

- (a) A função $f(x) = \cos(x)$ admite máximo mas não admite mínimo em $]0, \frac{\pi}{3}]$;
- (b) A função $f(x) = x^3$ admite máximo em $[0, \infty[$;
- (c) A função $f(x) = x$ não admite mínimo em $[0, 1[$;
- (d) A função $f(x) = e^{\cos^2 x}$ admite mínimo em $[-3, -1]$;
- (e) A função $f(x) = x^2$ admite máximo em $]0, 1]$.

Questão 6. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se $x_0 \in [a, b]$ é um máximo da f , então $f'(x_0) = 0$;
- (b) Se $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f admite mínimo;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é diferenciável, e $x_0 \in]a, b[$ é um mínimo local da f , então x_0 é um ponto crítico da f ;
- (d) Se $f''(x_0) > 0$, então x_0 é um mínimo local da f ;
- (e) Se x_0 é um ponto crítico da f , então x_0 é um extremo local da f .

Questão 7. Determine o maior domínio possível no qual fica bem definida

a função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}} + \ln(x^2 - 9)$.

- (a) $] -\infty, \sqrt{2}[\cup]4, \infty[$;
- (b) $] -\infty, \sqrt{2}[\cup]4, +\infty[$;
- (c) $]3, +\infty[$;
- (d) $]4, \infty[$;
- (e) $] -\infty, 3[$.

Questão 8. Calcule a derivada segunda $f''(x)$ da função $f(x) = x^2 e^x$.

- (a) $f''(x) = (x^2 + 2x)e^x$;
- (b) $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$;
- (c) $f''(x) = 2e^x$;
- (d) $f''(x) = (x^2 + 4x)e^x$;
- (e) $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$.

Questão 9. Qual é a derivada de $f(x) = \ln(1 - e^{\cos x})$?

- (a) $f'(x) = \frac{-\sin x e^{\cos x}}{1 - e^{\cos x}}$;
- (b) $f'(x) = \frac{\sin x e^{\cos x}}{1 - e^{\cos x}}$;
- (c) $f'(x) = \frac{1}{1 - e^{-\sin x}}$;
- (d) $f'(x) = -\sin x e^{\cos x}$;
- (e) $f'(x) = \frac{-e^{\cos x}}{1 - e^{\cos x}}$.

Questão 10. O conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade $|16 - 2^x| \leq 16$ é:

- (a) $[-5, 5]$;
- (b) $] -\infty, 5]$;
- (c) $[-4, 5]$;
- (d) $] -\infty, 4]$;
- (e) $[4, 5]$.

Questão 11. Determine todos os pontos críticos da função

$$f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 30x^2 - 1.$$

- (a) $\frac{-8 \pm \sqrt{124}}{6}$;
- (b) 5, 0 e 1;
- (c) -5, 0 e 1;
- (d) -1, 0 e 1;
- (e) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{2}$.

Questão 12. O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função $f(x) = e^{\sin(2x)}$ no intervalo $[0, \frac{\pi}{4}]$?

- (a) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{4}[$ tal que $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$;
- (b) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{4}[$ tal que $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$;
- (c) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{4}[$ tal que $e^{\sin(2c)} = e - 1$;
- (d) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{4}[$ tal que $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$;
- (e) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{4}[$ tal que $-2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$.

Questão 13. Qual é o polinômio $P_2(x)$ de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função $f(x) = e^{\cos x}$ perto do ponto $x_0 = 0$?

- (a) $P_2(x) = ex + ex^2$;
- (b) $P_2(x) = e - ex + ex^2$;
- (c) $P_2(x) = ex^2$;
- (d) $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$;
- (e) $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$.

Questão 14. Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c)(f(b) - f(a)) = (b - a)$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ não é uma função constante, então não existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então para todo $c \in]a, b[$ temos $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$.

Questão 15. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = -2$. Calcule o limite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin(2x^2)}.$$

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = 0$;
- (c) $L = \frac{1}{2}$;
- (d) $L = -\frac{1}{4}$;
- (e) $L = -\frac{1}{2}$.

Questão 16. Assinale a alternativa que contém o valor correto de

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^3 + 1)}{7x^3}$$

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = 7$;
- (d) $L = 0$;
- (e) $L = \frac{1}{7}$.

Questão 17. Considere $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Assinale a alternativa que contém a afirmação verdadeira a respeito do limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x)$$

- (a) Se $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$, então o limite acima vale 0;
- (b) O limite pode não existir, mesmo que f e g sejam limitadas;
- (c) Se $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ e g é limitada, então o limite acima vale $+\infty$;
- (d) Se $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$, então o limite acima vale $+\infty$;
- (e) Se f e g são limitadas, então o limite sempre existe.

Questão 18. Em quais dos intervalos dados o gráfico da função $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$ tem concavidade para acima?

- (a) $] -\infty, -1[$ e $] 0, +\infty[$;
- (b) $] -1, +\infty[$;
- (c) $] 0, 1[$;
- (d) $] -\infty, 0[$ e $] 1, +\infty[$;
- (e) $] -\infty, 1[$.

Questão 19. Suponha que $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma função derivável, e com $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ e $f'(x) < 0$ para todo x . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) f não é inversível;
- (b) $f^{-1}(0) = 0$ e $f^{-1}(1) = 1$;
- (c) existe $c \in] 0, 1[$ tal que $f'(c) = f(0) - f(1)$;
- (d) f não admite máximo em $[0, 1]$;
- (e) A função inversa $f^{-1} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é derivável e tem derivada negativa.

Questão 20. Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite: $L =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x^2}.$$

(a) $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}}{4x};$

(b) $L = \frac{1}{2};$

(c) $L = 1;$

(d) $L = \frac{e^0}{0};$

(e) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite.

MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

Prova REC — **B**

21 de Julho de 2011

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| 1 | a | b | c | d | e |
| 2 | a | b | c | d | e |
| 3 | a | b | c | d | e |
| 4 | a | b | c | d | e |
| 5 | a | b | c | d | e |
| 6 | a | b | c | d | e |
| 7 | a | b | c | d | e |
| 8 | a | b | c | d | e |
| 9 | a | b | c | d | e |
| 10 | a | b | c | d | e |
| 11 | a | b | c | d | e |
| 12 | a | b | c | d | e |
| 13 | a | b | c | d | e |
| 14 | a | b | c | d | e |
| 15 | a | b | c | d | e |
| 16 | a | b | c | d | e |
| 17 | a | b | c | d | e |
| 18 | a | b | c | d | e |
| 19 | a | b | c | d | e |
| 20 | a | b | c | d | e |

Deixe em branco.

| Corretas | Erradas | Nota |
|----------|---------|------|
| | | |