

MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática  
para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

29 de Junho de 2011

PROVA C

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais, e  $\mathbb{R}^2$  é o conjunto de pares ordenados de números reais:  $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ .
- $\sin x$  é a função “seno de  $x$ ”;  $\ln x$  é a função “logaritmo natural de  $x$ ”.
- Intervalos *abertos* são denotados com  $]a, b[$ .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

**Questão 1.** Calcular o máximo  $M$  e o mínimo  $m$  da função

$$f(x) = \cos x - \sin x$$

no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

- (a)  $M = 1, m = -\sqrt{2}$ ;
- (b)  $M = 1, m = -1$ ;
- (c)  $M = 1, m = 0$ ;
- (d)  $M = \sqrt{2}, m = -1$ ;
- (e)  $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$ .

**Questão 2.** Determine todos os pontos críticos da função

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 1.$$

- (a)  $-1, 0$  e  $1$ ;
- (b)  $5, 0$  e  $1$ ;
- (c)  $\frac{-8 \pm \sqrt{124}}{6}$ ;
- (d)  $-5, 0$  e  $1$ ;
- (e)  $\frac{1}{4}, \frac{4}{3}$  e  $\frac{5}{2}$ .

**Questão 3.** Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções deriváveis, com:

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1, f'(1) = 1, f'(2) = -2, f'(3) = -1$$

$$g(1) = 1, g(2) = 3, g(3) = 2, g'(1) = 2, g'(2) = 1, g'(3) = 0.$$

Se  $h = f \circ g$ , calcule o valor de  $h'(2)$ .

- (a)  $h'(2) = -1$ ;
- (b)  $h'(2) = 1$ ;
- (c)  $h'(2) = 3$ ;
- (d)  $h'(2) = 6$ ;
- (e)  $h'(2) = -2$ .

**Questão 4.** Em quais dos intervalos dados a função  $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$  é crescente?

- (a)  $]0, +\infty[$ ;
- (b)  $]-\infty, 0[$ ;
- (c)  $]-\infty, 0[$  e  $]0, +\infty[$ ;
- (d)  $]-e, +\infty[$ ;
- (e)  $]-\infty, e[$ .

**Questão 5.** Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(b) - f(a) = f(c)(b - a)$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  tem máximo em  $a$  e mínimo em  $b$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  é derivável em  $c \in ]a, b[$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$  para todo  $x$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  toma todos os valores entre  $f(a)$  e  $f(b)$ .

**Questão 6.** Qual é o polinômio  $P_2(x)$  de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função  $f(x) = e^{\cos x}$  perto do ponto  $x_0 = 0$ ?

- (a)  $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$ ;
- (b)  $P_2(x) = ex^2$ ;
- (c)  $P_2(x) = e - ex + ex^2$ ;
- (d)  $P_2(x) = ex + ex^2$ ;
- (e)  $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$ .

**Questão 7.** Qual é a derivada de  $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$ ?

- (a)  $f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$ ;
- (b)  $f'(x) = 2$ ;
- (c)  $f'(x) = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$ ;
- (d)  $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$ ;
- (e)  $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{2x}}$ .

**Questão 8.** Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c)(f(b) - f(a)) = (b - a)$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então para todo  $c \in ]a, b[$  temos  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  não é uma função constante, então não existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = 0$ .

**Questão 9.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$  e  $f''(0) = -1$ . Calcule o limite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos(2x)}.$$

- (a)  $L = -\frac{1}{2}$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = -\frac{1}{4}$ ;
- (d) O limite não existe;
- (e)  $L = 0$ .

**Questão 10.** O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função  $f(x) = \ln(2 + 2 \sin x)$  no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ?

- (a) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{2}[$  tal que  $\ln 2 = \frac{\pi \ln(2+2 \sin c)}{2}$ ;
- (b) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{2}[$  tal que  $\ln c = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$ ;
- (c) nenhuma das alternativas;
- (d) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{2}[$  tal que  $\ln 2 = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$ ;
- (e) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{2}[$  tal que  $\ln(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$ .

**Questão 11.** *Suponha que  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  é uma função derivável, e com  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  e  $f'(x) > 0$  para todo  $x$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) existe  $c \in ]0, 1[$  tal que  $f'(c) = f(0) - f(1)$ ;
- (b) A função inversa  $f^{-1} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  é crescente;
- (c)  $f$  não é inversível;
- (d)  $f$  não admite máximo em  $[0, 1]$ ;
- (e)  $f^{-1}(0) = 1$  e  $f^{-1}(1) = 0$ .

**Questão 12.** *Calcule a derivada segunda  $f''(x)$  da função  $f(x) = x^2e^x$ .*

- (a)  $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$ ;
- (b)  $f''(x) = (x^2 + 4x)e^x$ ;
- (c)  $f''(x) = 2e^x$ ;
- (d)  $f''(x) = (x^2 + 2x)e^x$ ;
- (e)  $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$ .

**Questão 13.** *Qual das seguintes afirmações é consequência do Teorema de Weierstrass?*

- (a) A função  $f(x) = x^{13} - 2e^{3x} + \ln(1 + x^2)$  admite mínimo em  $[-3, -1]$ ;
- (b) A função  $f(x) = \text{sen}(x)$  admite máximo e mínimo em  $(0, 3\pi)$ ;
- (c) A função  $f(x) = x^3$  não admite máximo em  $[0, \infty[$ ;
- (d) A função  $f(x) = x$  não admite mínimo em  $]0, 1[$ ;
- (e) A função  $f(x) = x^2$  admite máximo em  $(0, 1]$ .

**Questão 14.** *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = 2x + e^x$  no ponto de abscissa 1?*

- (a)  $y = 2x$ ;
- (b)  $y = ex$ ;
- (c)  $y = -(2 + e)x$ ;
- (d)  $y = (2 - e)x$ ;
- (e)  $y = (2 + e)x$ .

**Questão 15.** Em quais dos intervalos dados o gráfico da função  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$  tem concavidade para cima?

- (a)  $]-\infty, 1[$ ;
- (b)  $]-\infty, 0[$  e  $]1, +\infty[$ ;
- (c)  $]-\infty, -1[$  e  $]0, +\infty[$ ;
- (d)  $]0, 1[$ ;
- (e)  $]-1, +\infty[$ .

**Questão 16.** Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite:  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^2}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{2}$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2x}$ ;
- (d)  $L = \frac{e^0}{0}$ ;
- (e) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite.

**Questão 17.** Qual dos seguintes é um dos teoremas de Cálculo estudados nesse curso?

- (a) Teorema de Gralange;
- (b) Teorema de Weiesmar;
- (c) Teorema do Valor Ordinário (TVO);
- (d) Teorema de Cauchy;
- (e) Teorema de Rolle.

**Questão 18.** Qual é o polinômio  $P_1(x)$  de grau menor ou igual a 1 que melhor aproxima a função  $f(x) = \sin x$  perto do ponto  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ?

- (a)  $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ ;
- (b)  $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;
- (c)  $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ ;
- (d)  $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;
- (e)  $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Questão 19.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se  $x_0 \in [a, b]$  é um máximo da  $f$ , então  $f'(x_0) = 0$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é diferenciável, e  $x_0 \in ]a, b[$  é um extremo local da  $f$ , então  $x_0$  é um ponto crítico da  $f$ ;
- (c) Se  $f''(x_0) > 0$ , então  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (d) Se  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  admite mínimo;
- (e) Se  $x_0$  é um ponto crítico da  $f$ , então  $x_0$  é um extremo local da  $f$ .

**Questão 20.** Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^3 + 3x$ , e seja  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sua inversa. Calcule a derivada  $g'(14)$ .

- (a) 15;
- (b)  $\frac{1}{15}$ ;
- (c)  $f'(\frac{1}{14})$ ;
- (d)  $f$  não admite inversa;
- (e)  $\frac{1}{f'(14)}$ .

MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática para contabilidade e administração  
Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — **C**  
29 de Junho de 2011

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

|           |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|
| <b>1</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>2</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>3</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>4</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>5</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>6</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>7</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>8</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>9</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>10</b> | a | b | c | d | e |
| <b>11</b> | a | b | c | d | e |
| <b>12</b> | a | b | c | d | e |
| <b>13</b> | a | b | c | d | e |
| <b>14</b> | a | b | c | d | e |
| <b>15</b> | a | b | c | d | e |
| <b>16</b> | a | b | c | d | e |
| <b>17</b> | a | b | c | d | e |
| <b>18</b> | a | b | c | d | e |
| <b>19</b> | a | b | c | d | e |
| <b>20</b> | a | b | c | d | e |

Deixe em branco.

| Corretas | Erradas | Nota |
|----------|---------|------|
|          |         |      |