

MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática
para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

29 de Junho de 2011

PROVA A

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais, e \mathbb{R}^2 é o conjunto de pares ordenados de números reais: $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$.
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- Intervalos *abertos* são denotados com $]a, b[$.

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = -1$. Calcule o limite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos(2x)}.$$

- (a) $L = 0$;
- (b) O limite não existe;
- (c) $L = -\frac{1}{2}$;
- (d) $L = -\frac{1}{4}$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 2. Qual é o polinômio $P_1(x)$ de grau menor ou igual a 1 que melhor aproxima a função $f(x) = \sin x$ perto do ponto $x_0 = \frac{\pi}{4}$?

- (a) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \frac{\pi}{4})$;
- (b) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$;
- (c) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \frac{\pi}{4})$;
- (d) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$;
- (e) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Questão 3. Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções deriváveis, com:

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1, f'(1) = 1, f'(2) = -2, f'(3) = -1$$

$$g(1) = 1, g(2) = 3, g(3) = 2, g'(1) = 2, g'(2) = 1, g'(3) = 0.$$

Se $h = f \circ g$, calcule o valor de $h'(2)$.

- (a) $h'(2) = 6$;
- (b) $h'(2) = 3$;
- (c) $h'(2) = -2$;
- (d) $h'(2) = -1$;
- (e) $h'(2) = 1$.

Questão 4. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 + 3x$, e seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sua inversa. Calcule a derivada $g'(14)$.

- (a) f não admite inversa;
- (b) $\frac{1}{15}$;
- (c) $\frac{1}{f'(14)}$;
- (d) $f'(\frac{1}{14})$;
- (e) 15.

Questão 5. *Determine todos os pontos críticos da função*

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 1.$$

- (a) $-1, 0$ e 1 ;
- (b) $\frac{-8 \pm \sqrt{124}}{6}$;
- (c) $-5, 0$ e 1 ;
- (d) $5, 0$ e 1 ;
- (e) $\frac{1}{4}, \frac{4}{3}$ e $\frac{5}{2}$.

Questão 6. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) Se $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f admite mínimo;
- (b) Se $f''(x_0) > 0$, então x_0 é um mínimo local da f ;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é diferenciável, e $x_0 \in]a, b[$ é um extremo local da f , então x_0 é um ponto crítico da f ;
- (d) Se $x_0 \in [a, b]$ é um máximo da f , então $f'(x_0) = 0$;
- (e) Se x_0 é um ponto crítico da f , então x_0 é um extremo local da f .

Questão 7. *Qual dos seguintes é um dos teoremas de Cálculo estudados nesse curso?*

- (a) Teorema do Valor Ordinário (TVO);
- (b) Teorema de Rolle;
- (c) Teorema de Cauchy;
- (d) Teorema de Weierstrass;
- (e) Teorema de Grönwall.

Questão 8. *Calcular o máximo M e o mínimo m da função*

$$f(x) = \cos x - \sin x$$

no intervalo $[0, 2\pi]$.

- (a) $M = 1, m = -\sqrt{2}$;
- (b) $M = \sqrt{2}, m = -1$;
- (c) $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$;
- (d) $M = 1, m = 0$;
- (e) $M = 1, m = -1$.

Questão 9. Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f tem máximo em a e mínimo em b ;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $c \in]a, b[$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ para todo x ;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f toma todos os valores entre $f(a)$ e $f(b)$.

Questão 10. Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c)(f(b) - f(a)) = (b - a)$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então para todo $c \in]a, b[$ temos $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ não é uma função constante, então não existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$.

Questão 11. Qual é a derivada de $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$?

- (a) $f'(x) = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$;
- (b) $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{2x}}$;
- (c) $f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$;
- (d) $f'(x) = 2$;
- (e) $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

Questão 12. Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^2}$.

- (a) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite;
- (b) $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2x}$;
- (c) $L = \frac{1}{2}$;
- (d) $L = \frac{e^0}{0}$;
- (e) $L = 0$.

Questão 13. O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função $f(x) = \ln(2 + 2 \sin x)$ no intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$?

- (a) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{2}[$ tal que $\ln(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$;
- (b) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{2}[$ tal que $\ln c = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$;
- (c) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{2}[$ tal que $\ln 2 = \frac{\pi \cos c}{2+2 \sin c}$;
- (d) nenhuma das alternativas;
- (e) Que existe $c \in]0, \frac{\pi}{2}[$ tal que $\ln 2 = \frac{\pi \ln(2+2 \sin c)}{2}$.

Questão 14. Calcule a derivada segunda $f''(x)$ da função $f(x) = x^2 e^x$.

- (a) $f''(x) = (x^2 + 2x)e^x$;
- (b) $f''(x) = (x^2 + 4x)e^x$;
- (c) $f''(x) = 2e^x$;
- (d) $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$;
- (e) $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$.

Questão 15. Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2x + e^x$ no ponto de abscissa 1?

- (a) $y = 2x$;
- (b) $y = ex$;
- (c) $y = -(2 + e)x$;
- (d) $y = (2 + e)x$;
- (e) $y = (2 - e)x$.

Questão 16. Em quais dos intervalos dados a função $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ é crescente?

- (a) $]0, +\infty[$;
- (b) $] -\infty, 0[$ e $]0, +\infty[$;
- (c) $] -e, +\infty[$;
- (d) $] -\infty, e[$;
- (e) $] -\infty, 0[$.

Questão 17. Qual das seguintes afirmações é consequência do Teorema de Weierstrass?

- (a) A função $f(x) = x^{13} - 2e^{3x} + \ln(1 + x^2)$ admite mínimo em $[-3, -1]$;
- (b) A função $f(x) = x$ não admite mínimo em $]0, 1[$;
- (c) A função $f(x) = x^3$ não admite máximo em $[0, \infty[$;
- (d) A função $f(x) = x^2$ admite máximo em $(0, 1]$;
- (e) A função $f(x) = \text{sen}(x)$ admite máximo e mínimo em $(0, 3\pi)$.

Questão 18. Em quais dos intervalos dados o gráfico da função $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$ tem concavidade para cima?

- (a) $] -\infty, 1[$;
- (b) $] -\infty, -1[$ e $]0, +\infty[$;
- (c) $] -1, +\infty[$;
- (d) $] -\infty, 0[$ e $]1, +\infty[$;
- (e) $]0, 1[$.

Questão 19. Suponha que $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma função derivável, e com $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ e $f'(x) > 0$ para todo x . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $f^{-1}(0) = 1$ e $f^{-1}(1) = 0$;
- (b) f não admite máximo em $[0, 1]$;
- (c) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = f(0) - f(1)$;
- (d) A função inversa $f^{-1} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é crescente;
- (e) f não é inversível.

Questão 20. Qual é o polinômio $P_2(x)$ de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função $f(x) = e^{\cos x}$ perto do ponto $x_0 = 0$?

- (a) $P_2(x) = ex^2$;
- (b) $P_2(x) = ex + ex^2$;
- (c) $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$;
- (d) $P_2(x) = e - ex + ex^2$;
- (e) $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$.

MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — **A**

29 de Junho de 2011

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota