Cálculo II

Lista de Exercícios

1. Calcular as derivadas das expressões abaixo, usando as fórmulas de derivação:

a) $y = x^2 + 4x$

b) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$

c) $y = \dfrac{x^3}{2} + \dfrac{3x}{2}$

d) $y = \sqrt[3]{x}$

e) $f(x) = \left(3x + \dfrac{1}{x}\right) \cdot (6x - 1)$

f) $y = \dfrac{x^5}{a+b} - \dfrac{x^2}{a-b} - x$

g) $y = \dfrac{(x+1)^3}{x^{3/2}}$

h) $y = x(2x-1)(3x+2)$

i) $y = \dfrac{2x^4}{b^2 - x^2}$

j) $y = \dfrac{a-x}{a+x}$

k) $y = \left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^3$

l) $y = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

m) $y = \left(1 + \sqrt[3]{x}\right)^3$

n) $y = \dfrac{2x^2 - 1}{x\sqrt{1+x^2}}$

o) $y = \left(x^2 - a^2\right)^5$

2. Nos exercícios abaixo encontrar a derivada das funções dadas.

a) f(r) = πr^2

b) f(x) = $14 - \frac{1}{2} x^{-3}$

c) f(x) = $(3x^5 - 1)(2 - x^4)$

d) f(x) = $7(ax^2 + bx + c)$

e) f(t) = $\dfrac{3t^2 + 5t - 1}{t - 1}$

f) f(s) = $(s^2 - 1)(3s-1)(5s^2 + 2s)$

g) f(t) = $\dfrac{2 - t^2}{t - 2}$

h) $f(x) = \dfrac{1}{2x^4} + \dfrac{2}{x^6}$

3. Calcular a derivada.

a) f(x) = $10(3x^2 + 7x + 3)10$

b) f(x) = $\sqrt[3]{(3x^2 + 6x - 2)^2}$

c) f(x) = $\dfrac{7x^2}{2(\sqrt[5]{3x+1})} + \sqrt{3x+1}$

d) f(x) = $2e^{3x^2 + 6x + 7}$

e) f(x) = $\dfrac{a^{3x}}{b^{3x^2 - 6x}}$

f) f(s) = $\dfrac{1}{2}(a + bs)^{\ln(a+bs)}$

g) f(x) = $\operatorname{sen}^3(3x^2 + 6x)$

h) f(t) = $\dfrac{\sqrt{e^t - 1}}{\sqrt{e^t + 1}}$

i) f(x) = $1/a\,(bx^2 + c) - \ln x$

j) f(x) = $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x$

k) f(x) = $e^{2x} \cos 3x$

l) f(x) = $\operatorname{sen}^2(x/2) \cdot \cos^2(x/2)$

m) f(x) = $\log_2(3x - \cos 2x)$

n) f(t) = $e^{2 \cos 2t}$

4. Nos exercícios abaixo calcular as derivadas sucessivas até a ordem n indicada.

a) $y = 3x^4 – 2x$; n = 5

b) $y = 1/e^x$; n = 4

5. Calcule as derivadas abaixo **através da definição** $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

a) $f(x) = 3x + 2$

c) $f(x) = 1 – 4x^2$

b) f(x) = $\frac{1}{x+2}$

d) $f(x) = 2x^2 – x – 1$

e) $f(x)=4x-3$

f) $f(x)=5-2x$

g) $f(x)=x^2-3$, no ponto x = 2

h) $f(x)=x^2+2x$, no ponto x = 3

i) $f(x)=x^3$

6. Utilize a **definição de derivada** nas atividades abaixo:

a) Determine a derivada de $f(x) = 5x^2$ no ponto $x_0 = 5$.

b) Determine a derivada de $f(x) = -3x + 2$ no ponto $x_0 = 2$.

c) Determine a derivada de $f(x) = x^2 – 6x + 2$ no ponto $x_0 = 3$.

d) Determine a derivada de $f(x) = x^2 + 3x + 7$ no ponto $x_0 = 0$.

e) Determine a derivada de f(x) = $\sqrt[3]{x}$ no ponto $x_0 = 0$.

7. Para cada função f(x), determine a derivada f’(x) no ponto x_0 indicado:

$a)\, f(x)=x^2 \quad para\ x_0=4$

$b)\, f(x)=2x+3 \quad para\ x_0=3$

$c)\, f(x)=-3x \quad para\ x_0=1$

$d)\, f(x)=x^2-3x \quad para\ x_0=2$

$e)\, f(x)=x^2-4 \quad para\ x_0=0$

$f)\, f(x)=5x^4+x^3-6x^2+9x-4 \quad para\ x_0=0$

$g)\, f(x)=\frac{1}{x} \quad para\ x_0=2$

$h)\, f(x)=\frac{5x^2+3x-9}{x^2+5} \quad para\ x_0=5$

$i)\, f(x)=x^2-3x+4 \quad para\ x_0=6$

8. Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = x^3 + x + 3$ no ponto de abscissa $x_0 = 0$.

9.Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = x^2 - 3 + 4$ no ponto (1, f(1)).

10. Determine uma equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2x^2 + 3$ que seja paralela reta y = 8x + 3.

11. Encontre a reta tangente à curva $y = \dfrac{6+x}{3-x}$ no ponto $P = (0,2)$

12. Encontre a reta tangente à curva $\left(\dfrac{4x^2 - 2x}{x^2}\right)^2$ no ponto $P = (1,4)$

13. Obter a derivada da função $y = 5x^3 - x^2 + 3$ em um ponto genérico.

14. Obter a derivada da função $y = (2x^2 - 3)^2$ no ponto $P = (1,1)$

15. Obter a derivada da função $y = \sqrt{x^2 + a^2}$ em um ponto genérico.

16. Obter a derivada da função $f(v) = \dfrac{1}{\sqrt{v-1}} = (v-1)^{-1/2}$ no ponto $P = (2,1)$

17. Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação abaixo onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Determine a velocidade e aceleração nos valores indicados:

a) $S(t) = 2t^2 + 10t - 1$. Determine a velocidade no instante t = 3 s.

b) $S(t) = t^2 + 3t$. Determine a velocidade no instante t = 2 s.

c) $S(t) = t^3 + t^2 + 2t + 1$. Determine a velocidade no instante t = 1 s e aceleração em t = 2 s.

18. O movimento de um objeto ocorre ao longo de uma reta horizontal, de acordo com a função horária:

$$s = f(t) = t^2 + 2t - 3$$

sabendo-se que a unidade de comprimento é o metro e de tempo, o segundo, calcule a velocidade no instante $t_0 = 2$ s.

19. Dada a função horária de um movimento retilíneo $s = f(t) = 2t^2 – t$, determine a distância em km percorrida e a velocidade em km/h ao fim de 5 h.

20. Determine a aceleração de uma partícula no instante $t_0 = 5$, sabendo que sua velocidade obedece à função $v(t) = 2t^2 + 3t + 1$. (velocidade: m/s; tempo: s)

21. Determine a aceleração, no instante t = 1 s, de um móvel que tem velocidade variável segundo a expressão $v(t) = \sqrt{t}$ (t em segundos e v em metros/segundo).

22. O lucro de uma empresa pela venda diária de x peças, é dado pela função: $L(x) = -x^2 + 14x - 40$. Quantas peças devem ser vendidas diariamente para que o lucro seja máximo?

23. Em um retângulo de área igual a 64 m², determine o menor perímetro possível.