

# MAT 230 — Geometria e Desenho Geométrico I.

## Lista de Exercícios 1

*Prof. Paolo Piccione*

- (1) Prove que os pontos  $P = (1, 2)$ ,  $Q = (0, \sqrt{3})$  e  $R = (2, \sqrt{3})$  são colineares no plano hiperbólico e determine qual dos três está entre os outros dois.
- (2) Prove que os pontos  $P = (-1, -3)$ ,  $Q = (0, 1)$  e  $R(4, 4)$  são colineares no plano de Moulton e verifique que  $P-Q-R$ .
- (3) Mostre que numa geometria métrica as linhas, as semi-retas e os segmentos são conjuntos convexos.
- (4) O conjunto  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$  é convexo na geometria hiperbólica? Motive a sua resposta.
- (5) Sejam  $A, B$  dois pontos distintos numa geometria métrica. Prove que existem pontos  $C, D$  e  $E$  tais que  $C-A-B$ ,  $A-D-B$ ,  $A-B-E$ ,  $\overline{CA} \equiv \overline{AD} \equiv \overline{DB} \equiv \overline{BE}$ .
- (6) Dados os pontos  $A = (1, 1)$ ,  $B = (3, 1)$  no plano  $\mathcal{H}$  da geometria hiperbólica, encontre o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ .
- (7) Encontre o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$  no plano de Moulton, onde  $A = (-1, 0)$  e  $B = (1, 1)$ .
- (8) Encontre o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$  na geometria do taxista, onde  $A = (-1, 0)$  e  $B = (1, 1)$ .
- (9) Calcule o comprimento do segmento  $\overline{AB}$  no plano de Moulton e na geometria do taxista, onde  $A = (-1, -1)$  e  $B = (2, 3)$ .
- (10) Numa geometria métrica, sejam  $s_1$  e  $s_2$  duas semi-retas que não sejam ambas contidas numa linha  $\ell$ . Prove que ou  $s_1 \cap s_2$  é vazio ou contém exatamente um ponto. Dê exemplos onde as duas situações ocorrem na geometria analítica, na geometria hiperbólica, no plano de Moulton e na geometria do taxista.
- (11) Existe um segmento na geometria do taxista que não é um segmento da geometria analítica? Existe uma semi-reta na geometria do taxista que não é uma semi-reta da geometria analítica? Comente.
- (12) Considere uma geometria métrica onde vale o postulando da separação do plano. Mostre que dada uma linha  $\ell$  e um segmento  $\overline{AB}$  tal que  $A, B \notin \ell$  e  $\overline{AB} \cap \ell \neq \emptyset$ . Prove que  $A$  e  $B$  ficam em lados opostos de  $\ell$ .
- (13) Mostre que na geometria do plano rasgado **não** vale o postulando da separação do plano.
- (14) Numa geometria métrica, mostre que um conjunto  $A$  é convexo se e só se a interseção de qualquer segmento com  $A$  é um segmento.
- (15) Mostre que no plano hiperbólico vale o axioma de separação.