

MAT 103 — Complementos de Matemática para  
Contabilidade e Administração

Prova 2 — D

26 de Junho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale **0,5** ponto.
- O peso da prova é: 1. A nota final é obtida como média aritmética das notas da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

**Questão 1.** Considere a função  $f : [-2, 0] \rightarrow [0, 18]$  dada por  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 18$ , que é estritamente crescente. Seja  $g : [0, 18] \rightarrow [-2, 0]$  a sua função inversa. Calcule a derivada da  $g$  no ponto 14.

- (a)  $g'(14) = 3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1$ ;
- (b)  $g'(14) = 8$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $g'(14) = \frac{1}{8}$ ;
- (e)  $g'(14) = \frac{1}{3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1}$ .

**Questão 2.** Que letra é  $\Psi$ , e de qual alfabeto?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) É a “pharaó” maiúscula, do alfabeto egípcio;
- (c) É a “sigma” minúscula, do alfabeto grego;
- (d) É a “psi” maiúscula, do alfabeto grego;
- (e) É a “aleph”, do alfabeto ebraico.

**Questão 3.** Seja  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável duas vezes e  $x_0$  um ponto de  $]a, b[$ . Assuma que  $f'(x_0) = 0$  e  $f''(x_0) > 0$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Para  $x$  próximo a  $x_0$ ,  $x \neq x_0$ ,  $f(x) < f(x_0)$ ;
- (b)  $x_0$  é o ponto de máximo da  $f$  em  $]a, b[$ ;
- (c) Para  $x$  próximo a  $x_0$ ,  $x \neq x_0$ ,  $f(x) > f(x_0)$ ;
- (d)  $x_0$  é o ponto de mínimo da  $f$  em  $]a, b[$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 4.** Sejam  $f$ ,  $g$  e  $h$  três funções deriváveis. Qual é a derivada de  $F(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)$ ?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $F' = f'g + g'h + h'f$ ;
- (c)  $F' = f'g'h'$ ;
- (d)  $F' = f'gh + fg'h'$ ;
- (e)  $F' = f'gh + fg'h + fgh'$ .

**Questão 5.** Considere a função  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$  e o ponto  $x_0 = -1$ . Quais das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ ;
- (b)  $x_0$  é um ponto de máximo local da  $f$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $x_0$  não é um extremo local da  $f$ ;
- (e)  $x_0$  é um ponto de mínimo local da  $f$ .

**Questão 6.** Sejam  $f$  e  $g$  duas funções deriváveis, com  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $f'(2) = -1$ ,  $g(1) = 3$ ,  $g(2) = -4$ ,  $g'(1) = -2$ ,  $g'(2) = 5$ . Seja  $h = g \circ f$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $h(2) = 3$  e  $h'(2) = 2$ ;
- (b)  $h(2) = 3$  e  $h'(2) = 5$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $h(2) = 6$  e  $h'(2) = -6$ ;
- (e)  $h(2) = -4$  e  $h'(2) = -5$ .

**Questão 7.** Em qual dos intervalos dados o gráfico da função  $f(x) = e^{-x^2}$  tem concavidade para baixo?

- (a)  $]-\infty, 0[$ ;
- (b)  $]0, +\infty[$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $]-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}[$ ;
- (e)  $]-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}[$ .

**Questão 8.** Sejam  $f$  e  $g$  duas funções que admitem derivada segunda. Qual é a derivada segunda da função  $h = f^2 - fg$ ?

- (a)  $h'' = (f')^2 + f''g''$ ;
- (b)  $h'' = (f'')^2 - f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (c)  $h'' = (f')^2 + ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (d)  $h'' = 2(f')^2 + 2ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 9.** Calcule a derivada da função  $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x)$ .

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$ ;
- (c)  $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{2x}}$ ;
- (d)  $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$ ;
- (e)  $f'(x) = \frac{e^x}{1 + x^2}$ .

**Questão 10.** Quais são os pontos críticos da função

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 12,$$

e de que tipo?

- (a)  $x = -1$  é um máximo local e  $x = 3$  é um mínimo local;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c)  $x = -1$  é um mínimo local e  $x = 3$  é um máximo local;
- (d)  $x = -3$  é um mínimo local e  $x = 1$  é um máximo local;
- (e)  $x = -3$  é um máximo local e  $x = 1$  é um mínimo local.

**Questão 11.** Se  $f$  é uma função derivável no intervalo  $[a, b]$  e  $f'(x) < 0$  em todo ponto  $x$  de  $[a, b]$ , então:

- (a)  $f$  é estritamente decrescente em  $[a, b]$ ;
- (b)  $f$  tem concavidade para abaixo em  $[a, b]$ ;
- (c)  $f$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $f$  tem concavidade para cima em  $[a, b]$ .

**Questão 12.** Qual é a derivada de  $f(x) = \sin(2x)$ ?

- (a)  $f'(x) = 2 \cos(2x)$ ;
- (b)  $f'(x) = -\cos(2x)$ ;
- (c)  $f'(x) = \cos(2x)$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $f'(x) = -2 \cos(2x)$ .

**Questão 13.** Considere a função  $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - x^2 - 1$  no intervalo  $[0, 1]$ . Usando o Teorema do Valor Médio, podemos afirmar que:

- (a) existe um ponto  $x_0 \in ]0, 1[$  tal que  $f'(x_0) = 0$ ;
- (b) em nenhum ponto de  $[0, 1]$  a derivada da  $f$  é nula;
- (c) em todo ponto de  $[0, 1]$  a derivada da  $f$  é nula;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) existe um ponto  $x_0 \in ]0, 1[$  tal que  $f'(x_0) = 20$ .

**Questão 14.** Se  $f(x) = \ln(3x^2 - 9x + 1)$ , quanto vale o limite da derivada  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ ?

- (a)  $L = 1$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = -\infty$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $L = +\infty$ .

**Questão 15.** Determine os pontos críticos da função  $f(x) = e^{2x^3+3x^2-12x+6}$ .

- (a)  $x_1 = -1, x_2 = 2$ ;
- (b)  $f$  não tem pontos críticos;
- (c)  $x_1 = -2, x_2 = 1$ ;
- (d)  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -3$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 16.** *Quais são os pontos críticos da função*

$$f(x) = xe^{(x-1)(x+5)},$$

*e de que tipo?*

- (a)  $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$  é um máximo local e  $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$  é um mínimo local;
- (b)  $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$  é um máximo local e  $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$  é um mínimo local;
- (c)  $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$  é um mínimo local e  $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$  é um máximo local;
- (d)  $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$  é um mínimo local e  $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$  é um máximo local;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 17.** *Qual das seguintes desigualdades vale para todo  $x, y \geq 1$ ?*

- (a)  $|\arctg x - \arctg y| \leq \frac{1}{2}|x - y|$ ;
- (b)  $|\arctg x - \arctg y| \geq \frac{1}{2}|x - y|$ ;
- (c)  $|\arctg x - \arctg y| \leq \frac{1}{4}|x - y|$ ;
- (d)  $|\arctg x - \arctg y| \geq \frac{1}{4}|x - y|$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 18.** *Qual é a derivada segunda da função  $f(x) = x^2 e^{\sin x}$ ?*

- (a)  $f''(x) = 2xe^{\sin x} + x^2 \cos x e^{\sin x}$ ;
- (b)  $f''(x) = e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin x]$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $f''(x) = e^{\sin x} [2 - 4x \cos x + x^2 \cos^3 x + 2x \sin x]$ ;
- (e)  $f''(x) = e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^3 x - 2x \sin x]$ .

**Questão 19.** *Dada a função  $f(x) = \ln(1+3x^2)$ , qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a)  $f$  não está definida no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c)  $f$  é estritamente decrescente no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (d)  $f$  é estritamente crescente no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (e) O gráfico da  $f$  tem concavidade para cima no intervalo  $[-2, -1]$ .

**Questão 20.** *Sejam  $f$  e  $g$  duas funções definidas no intervalo  $[a, b]$ , com  $f < 0$ ,  $g < 0$ ,  $f' < 0$  e  $g' < 0$  em todo ponto de  $[a, b]$ . Qual das seguintes afirmações vale?*

- (a) A soma  $f + g$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ ;
- (b) O produto  $f \cdot g$  é estritamente decrescente em  $[a, b]$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $f$  e  $g$  são estritamente crescentes em  $[a, b]$ ;
- (e) O produto  $f \cdot g$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ .

MAT 103 — Complementos de Matemática para  
Contabilidade e Administração

Prova 2 — D

26 de Junho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e