

## MAT3210 — CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### LISTA DE EXERCÍCIOS 3

PROFESSOR: PAOLO PICCIONE

**Exercício 1.** Determine o interior<sup>1</sup> do conjunto  $A$  dado:

- (1)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y < 0\}$ ;
- (2)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{Q}\}$ ;
- (3)  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1\}$ ;
- (4)  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z \notin \mathbb{Q}\}$ .

**Exercício 2.** Estude as curvas de nível das seguintes funções:

- (1)  $f(x, y) = 2x^2 - 4xy + y^2$ ;
- (2)  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ ;
- (3)  $f(x, y) = \frac{y^2}{x^2 + y^2}$ ;
- (4)  $f(x) = \frac{x}{y - 2}$ .

**Exercício 3.** Verdadeiro ou falso?

- (1) A interseção entre um aberto e um fechado é um conjunto fechado.
- (2) A interseção entre um compacto e um fechado é um conjunto compacto.
- (3) A união de quatro conjuntos fechados é um conjunto fechado.
- (4)  $\emptyset$  e  $\mathbb{R}^n$  são os únicos subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$  que são simultaneamente abertos e fechados.
- (5) Uma bola fechada é um conjunto fechado.
- (6) Se  $A_1, A_2$  e  $A_3$  são conjuntos abertos, então  $(A_1 \cap A_2) \cup A_3$  é aberto.
- (7) Dados 3 pontos  $p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{R}^n$ , então necessariamente
$$\text{dist}(p_1, p_2) + \text{dist}(p_2, p_3) > \text{dist}(p_1, p_3).$$
- (8) Se  $A_1$  e  $A_2$  são abertos, e  $F$  é fechado, então  $(A_1 \cap A_2)^c \cap F$  é aberto.

---

Data: 25 de Setembro de 2013.

<sup>1</sup>Lembramos que o *interior* de um conjunto  $A \subset \mathbb{R}^n$  é o subconjunto  $A^\circ \subset A$  que consiste de todos os *pontos internos* de  $A$ .