MAT 2219 — CÁLCULO III
TURMA 10

LISTA DE EXERCÍCIOS 5

PROF. PAOLO PICCIONE
MONITOR: ELKIN CARDENAS DIAZ

Exercício 1. *Encontrar uma representação paramétrica para as seguintes superfícies*

(1) *A parte superior do elipsoide* $4x^2 + 9y^2 + z^2 = 36$.
(2) *A porção do cilindro* $x^2 + y^2 = 4$ *compreendida entre os planos* $z = 1$ *e* $z = 4$.
(3) *A parte da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *que está acima do plano* $z = \sqrt{2}$.
(4) *A porção do plano* $z = x + 2$ *que está dentro do cilindro* $x^2 + y^2 = 1$.
(5) $x = h(y, z), \quad (y, z) \in \Gamma$.

Exercício 2. *Determine uma equação nas coordenadas* x, y, z *para as seguintes superfícies*

(1) $\boldsymbol{r}(u, v) = a\cos(u)\cos(v)\, i + b\sin(u)\cos(v)\, j + c\sin(v)\, k;\ 0 \le u \le 2\pi,\ -\frac{\pi}{2} \le v \le \frac{\pi}{2}$.
(2) $\boldsymbol{r}(u, v) = au\cos(v)\, i + bu\sin(v)\, j + u^2\, k;\ 0 \le u,\ 0 \le v \le 2\pi$.
(3) $\boldsymbol{r}(u, v) = au\cosh(v)\, i + bu\sinh(v)\, j + u^2\, k;\ u, v \in \mathbb{R}$.

Exercício 3. *Determine o área da porção do plano* $x + y + z = a$ *que fica dentro do cilindro* $x^2 + y^2 = b^2$.

Exercício 4. *Calcular o área da superfície* $z^2 = x^2 + y^2$ *desde* $z = 0$ *até* $z = 1$.

Exercício 5. *Calcular o área da superfície* $z = x^2 + y^2$ *desde* $z = 0$ *até* $z = 4$.

Exercício 6. *Calcular o área das seguintes superfícies*

(1) $z^2 = 2xy$ *com* $0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b,\ z \ge 0$.
(2) $z = a^2 - (x^2 + y^2)$ *com* $\frac{a^2}{4} \le x^2 + y^2 \le a^2$.
(3) $3z^2 = (x + y)^3$ *com* $x + y \le 2,\ x \ge 0,\ y \ge 0$.
(4) $3z = x^{3/2} + y^{3/2}$ *com* $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x$.
(5) $z = y^2$ *com* $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$.
(6) $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ *com* $0 \le 3(x^2 + y^2) \le z^2,\ z \ge 2$.

Data: 4 de novembro de 2015.

Exercício 7. *Seja S uma superfície dada em coordenadas cilíndricas por uma equação da forma $z = f(r,\theta)$, $(r,\theta) \in \Omega$. Mostre que se f é continuamente diferenciável então*

$$\text{área de } S = \iint_\Omega \sqrt{r^2[f_r(r,\theta)]^2 + [f_\theta(r,\theta)]^2 + r^2}\, dr\, d\theta,$$

sempre que o integrando seja diferente de zero no interior de Ω.

Exercício 8. *Use o exercício acima para calcular o área das seguintes superfícies*

(1) $z = r + \theta;\quad 0 \le r \le 1,\ 0 \le \theta \le \pi.$
(2) $z = r\, e^\theta;\quad 0 \le r \le a,\ 0 \le \theta \le 2\pi.$

Exercício 9. *Avaliar a integral de superfície $\iint_S f(x,y,z)\, d\sigma$ onde*

(1) $f(x,y,z) = xy$ *e S é a porção no primeiro octante do plano* $x + 2y + 3z = 6$.
(2) $f(x,y,z) = xyz$ *e S é a porção no primeiro octante do plano* $x + y + z = 1$.
(3) $f(x,y,z) = x^2 z$ *e S é parte do cilindro $x^2 + z^2 = 1$ compreendida entre os plano $y = 0$ e $y = 2$, e acima do xy-plano.*
(4) $f(x,y,z) = x^2 + y^2$ *e S é o hemisfério* $z = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}$.
(5) $f(x,y,z) = x^2 + y^2$ *e S é parte do paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ que fica acima do xy-plano.*