MAT 2219 — CÁLCULO III
TURMA 10

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

PROF. PAOLO PICCIONE
MONITOR: ELKIN CARDENAS DIAZ

Exercício 1. *Calcular a integral de línea* $\int_C \boldsymbol{h(r)} \cdot d\boldsymbol{r}$ *onde*

(1) $\boldsymbol{h}(x, y) = y\, i + x\, j$ *e* $\boldsymbol{r}(u) = u\, i + u^2\, j$, $u \in [0, 1]$.
(2) $\boldsymbol{h}(x, y) = x\, i + y\, j$ *e* $\boldsymbol{r}(u) = u\, i + u^2\, j$, $u \in [0, 1]$.
(3) $\boldsymbol{h}(x, y) = y\, i + x\, j$ *e* $\boldsymbol{r}$ *é uma parametrização da circunferência unidade percorrida no sentido horário.*
(4) $\boldsymbol{h}(x, y) = (x - y)\, i + xy\, j$ *e* $\boldsymbol{r}$ *é uma parametrização do segmento de reta de* $(2, 3)$ *a* $(1, 2)$.
(5) $\boldsymbol{h}(x, y) = y\, i - x\, j$ *e* $\boldsymbol{r}$ *é uma parametrização do triângulo com vértices* $(-2, 0)$, $(2, 0)$ *e* $(0, 2)$ *percorrido no sentido anti-horário.*
(6) $\boldsymbol{h}(x, y) = (x + y)\, i(y^2 - x)\, j$ *e* $\boldsymbol{r}$ *é uma parametrização da curva fechada que começa em (-1,0) vai ao longo do eixo x até (1,0) e volta para (-1,0) pela parte superior da circunferência unidade.*
(7) $\boldsymbol{h}(x, y, z) = yz\, i + x^2\, j + xz\, k$ *e* $\boldsymbol{r}$ *é uma parametrização do segmento de reta* $(0, 0, 0)$ *a* $(1, 1, 1)$.
(8) $\boldsymbol{h}(x, y, z) = yz\, i + x^2\, j + xz\, k$ *e* $\boldsymbol{r}(u) = u\, i + u^2\, j + u^3\, k$, $u \in [0, 1]$.

Exercício 2. *Seja* $C : \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(u),\ u \in [a, b]$ *uma curva suave e* $\boldsymbol{q}$ *um campo de vetores constante. Mostre que*

$$\int_C \boldsymbol{q} \cdot d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{q} \cdot (\boldsymbol{r}(b) - \boldsymbol{r}(a)).$$

Exercício 3. *Um objeto se move ao longo da hélice circular* $\boldsymbol{r}(u) = \cos(u)\, i + \sin(u)\, j + u\, k$ *desde o ponto (1,0,0) até* $(1, 0, 2\pi)$. *Uma das forças que atuam sobre o objeto é dada por* $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^2\, i + xy\, j + z^2\, k$. *Calcular o trabalho realizado por* $\boldsymbol{F}$.

Exercício 4. *Um objeto se move ao longo da curva poligonal que mune os pontos (0,0,0), (1,0,0), (1,1,0) e (1,1,1) nessa ordem indicada. Uma das forças que atuam sobre o objeto é dada por* $\boldsymbol{F}(x, y, z) = yz\, i + xz\, j + xy\, k$. *Calcular o trabalho realizado por* $\boldsymbol{F}$.

Data: 4 de novembro de 2015.

Exercício 5. *Avaliar a integral de línea* $\int_C \boldsymbol{h(r)} \cdot d\boldsymbol{r}$ *onde* C *é o quadrado com vértices (0,0), (1,0), (1,1) e (0,1) percorrido no sentido anti-horário e* $\boldsymbol{h}(x,y) = (3x^2y + xy^2 - 1)\, i + (x^3 + x^2y + 4y^3)\, j$.

[Dica: Mostre que $\boldsymbol{h}$ *é um gradiente]*

Exercício 6. *Nos seguintes exercícios verificar que* $\boldsymbol{h}$ *é um gradiente, encontrar* f *tal que* $\nabla f = \boldsymbol{h}$ *e calcular a integral de línea* $\int_C \boldsymbol{h(r)} \cdot d\boldsymbol{r}$.

(1) $\boldsymbol{h}(x,y) = xy^2\, i + yx^2\, j$, $\boldsymbol{r}(u) = u\, i + u^2\, j$, $u \in [0,2]$.
(2) $\boldsymbol{h}(x,y) = (3x^2y^3 + 2x)\, i + (3x^3y^2 - 4y)\, j$, $\boldsymbol{r}(u) = u\, i + e^u\, j$, $u \in [0,1]$.
(3) $\boldsymbol{h}(x,y) = (2x\sin(y) - e^x)\, i + x^2\cos(y)\, j$, $\boldsymbol{r}(u) = \cos(u)\, i + u\, j$, $u \in [0,\pi]$.
(4) $\boldsymbol{h}(x,y) = (e^{2y} - 2xy)\, i + (2xe^{2y} - x^2 + 1)\, j$, $\boldsymbol{r}(u) = ue^u\, i + (u+1)\, j$, $u \in [0,1]$.

Exercício 7. *Calcular* $\int_C y\, dx + yz\, dy + z(x-1)\, dz$ *onde* C *é a curva de interseção da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *com o cilindro* $(x-1)^2 + y^2 = 1$ *percorrida desde o ponto (2,0,0) até (0,0,2).*

Exercício 8. *Calcular* $\int_C x^2y\, dx + y\, dy + zx\, dz$ *onde* C *é a curva de interseção do cilindro* $y - 2z^2 = 1$ *com o plano* $z = x + 1$ *percorrida desde o ponto (0,3,1) até (1,9,2).*