

MAT 105 - Vetores e Geometria Analítica

PROVA 1

Prof. Paolo Piccione

Regras: O teste consiste de 15 problemas. Cada problema admite apenas **uma** resposta correta; preencha a folha de respostas no final da prova. **Cada resposta correta vale 0.7 pts, cada resposta errada vale -0.1 pt, cada resposta em branco vale 0 pt.**

A última folha dessa prova pode ser utilizada para marcar as próprias respostas e conferir com o gabarito. **Não é necessário entregar a folha final.**

(1) Seja A uma matriz 3×4 , B uma matriz coluna 3×1 , $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, e considere o sistema de três equações em quatro incógnitas $AX = B$. Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?

- (a) O sistema admite infinitas soluções.
- (b) Se o sistema homogêneo $AX = 0$ admitir infinitas soluções, então também $AX = B$ admite infinitas soluções.
- (c) O sistema admite pelo menos uma solução.
- (d) Se o sistema admitir uma solução, então ele admite infinitas soluções.
- (e) nenhuma das anteriores.

(2) Seja $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calcule $B = A^2 - 2A^T$.

- (a) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 7 & -4 & 6 \end{pmatrix}$
- (b) $B = 0$
- (c) $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 7 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$
- (d) $B = (A - 2)(A - T)$
- (e) nenhuma das anteriores.

(3) Seja A uma matriz $n \times n$, tal que $AB = BA$ para toda matriz B de tamanho $n \times n$. Qual das seguintes afirmações é (necessariamente) verdadeira?

- (a) $A = 0$
 - (b) A^2 é um múltiplo da identidade
 - (c) $A = I_n$
 - (d) A é uma potência de B .
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(4) Encontre a matriz 2×2 , A , que satisfaz: $\left[A^T - 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
 - (b) $A = \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
 - (c) $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 11 & -3 \end{pmatrix}$
 - (d) $A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 11 & -3 \end{pmatrix}$
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(5) Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ e seja $B = \text{adj}(A)$ a sua adjunta. Calcule a entrada b_{23} da B .

- (a) 5
 - (b) 2
 - (c) -2
 - (d) -5
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(6) Seja A uma matriz 3×3 com $\det(A) = -1$, e B a matriz obtida multiplicando a segunda linha de A por 2. Calcule $\det(A + B)$.

- (a) -3
 - (b) -2
 - (c) -12;
 - (d) -4
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(7) Sejam A , B e C matrizes $n \times n$. Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?

- (a) $\det(A + B + C) = \det(A) + \det(B) + \det(C)$;
 - (b) $\det(A \cdot B \cdot C^T) = \det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C)$;
 - (c) $\det(A \cdot B) = \det(A \cdot C)$;
 - (d) $\det(A \cdot B + C) = \det(A) \cdot \det(B) + \det(C)$.
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(8) Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = A^{-1}$ a sua inversa. Calcule a entrada b_{21} da B .

- (a) $-\frac{1}{2}$
 - (b) 1
 - (c) $\frac{1}{2}$
 - (d) -1
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(9) Seja A a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calcule o determinante de A .

- (a) 0
 - (b) 12
 - (c) -3
 - (d) 4
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(10) Sejam A , B e C matrizes 3×3 , e suponha que $\det(A^{-1}) = 3$, $\det(B^T) = 2$ e $C = 2 \cdot I_3$, onde I_3 é a matriz identidade 3×3 . Calcule o determinante da matriz $A^2 C^T B^{-1}$.

- (a) 36
 - (b) $\frac{1}{9}$
 - (c) $\frac{4}{9}$
 - (d) $-\frac{1}{9}$
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(11) Seja A uma matriz 3×3 e $\text{adj}(A)$ a sua adjunta; suponha que o produto $A \cdot \text{adj}(A)$ tem determinante 64. Calcule o determinante de A .

- (a) 2
 - (b) 4
 - (c) 8
 - (d) 16
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(12) Calcule o posto da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 4
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(13) Sejam A e B duas matrizes 3×3 tais que $AB = 0$. Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira? (O enunciado correto do exercício deveria especificar que $B \neq 0$; nesse caso a resposta correta seria a (c). Na forma apresentada, a resposta correta é a (e).)

- (a) A ou B é a matriz nula;
 - (b) $AB = BA$;
 - (c) A não é inversível;
 - (d) A é inversível.
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(14) Resolva o sistema $AX = B$, com $A = \begin{pmatrix} 1 & -11 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (a) $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$;
 - (b) O sistema não admite solução;
 - (c) $X = t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, t, s \in \mathbb{R}$;
 - (d) $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 - (e) nenhuma das anteriores.
-

(15) Resolva o sistema $AX = B$, com $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(a) $X = t \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t, s \in \mathbb{R};$

(b) $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};$

(c) $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R};$

(d) O sistema não admite solução;

(e) nenhuma das anteriores.

FOLHA DE RESPOSTAS

Essa folha será utilizada para a avaliação da sua prova.

Nome:

Número USP:

Assinatura:

PROVA D

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
(14)	
(15)	

RESPOSTAS MARCADAS

Copie aqui as respostas marcadas, e fique com essa folha para sua conferência.

NON É NECESSÁRIO ENTREGAR ESSA FOLHA!!!!

PROVA D

	<i>Resposta</i>	<i>Gabarito</i>
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		
(5)		
(6)		
(7)		
(8)		
(9)		
(10)		
(11)		
(12)		
(13)		
(14)		
(15)		

LEMBRETE: *para calcular sua nota, multiplique o número de respostas corretas por 0.7, o número de respostas erradas por -0.1 e some os resultados. Desconsidere as respostas deixadas em branco.*