

MAT 1351 - Cálculo I - Licenciatura em Física - IFUSP
Primeiro Semestre de 2017 - Diurno
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

LISTA 0 - Recordação

Verifique os resultados abaixo. Mantenha esta lista e as demonstrações sob fácil acesso.

1. Binômio de Newton

$$(a + b)^n = \sum_{p=0}^{p=n} \binom{n}{p} a^p b^{n-p}, \forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Sugestão: Por indução. Lembrete: $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ e $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$, $p = 0, 1, 2, \dots, n$.

2. Progressão Geométrica

$$s_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}, \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 1, \forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

3. Uma Fatoração Polinomial

$$x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1), \forall n \in \mathbb{N}.$$

4. Um Produto Notável

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \forall n \in \mathbb{N}.$$

5. Teorema Todo polinômio de grau ímpar e coeficientes reais têm ao menos uma raiz real.

Sugestão: Mostre que se $z \in \mathbb{C}$ é raiz então \bar{z} também é raiz.

6. Raízes de $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $n \geq 1$, com coeficientes, a_i , inteiros:

(i) Se $\alpha \in \mathbb{Z}$ é raiz então $\alpha | a_0$.

(ii) Se $\alpha = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ é raiz, $\text{mdc}(p, q) = 1$, então p divide a_0 e q divide a_n .

7. Resolva algumas equações de segundo grau sem a **fórmula de Baskhara** e então prove-a.

8. Sejam α, β em \mathbb{R} .

$$(a) \quad \text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha\text{cos}\beta - \text{sen}\beta\text{cos}\alpha \quad (b) \quad \text{cos}(\alpha - \beta) = \text{cos}\alpha\text{cos}\beta + \text{sen}\alpha\text{sen}\beta.$$

$$(c) \quad \text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}\alpha\text{cos}\beta - \text{sen}\alpha\text{sen}\beta \quad (d) \quad \text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha\text{cos}\beta + \text{sen}\beta\text{cos}\alpha.$$

9. **Desigualdade Triangular** $|a + b| \leq |a| + |b|, \forall a, b \in \mathbb{R}$.

10. O número $\sqrt{2}$ é irracional.

11. **Distância de Ponto a Reta.** A equação geral de uma reta no plano cartesiano é

$$r : ax + by + c = 0, \text{ com } a \text{ ou } b \text{ não nulo.}$$

Dado $P_o = (x_o, y_o) \in \mathbb{R}^2$, a distância de P_o à reta r é dada pela fórmula

$$\text{dist}(P_o; r) = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$