

MAT103 - Complementos de Matemática para Contabilidade - FEAUSP

5ª Lista de Exercícios - 2º semestre de 2013

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine a equação da reta tangente em $(p, f(p))$.

a) $f(x) = x^2, p = 2$ b) $f(x) = \frac{1}{x}, p = 2$

c) $f(x) = \sqrt{x}, p = 9$ d) $f(x) = x^2 - x, p = 1$

2. Esboce o gráfico das funções abaixo e mostre que:

a) $g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ -x + 4, & x \geq 1 \end{cases}$ não é derivável em $p = 1$

b) $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 1 \\ 2x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ é derivável em $p = 1$

3. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

a) $g(x) = 6$ b) $g(x) = x^{100}$ c) $g(x) = \frac{1}{x}$

d) $g(x) = \frac{1}{x^3}$ e) $g(x) = \frac{1}{x^7}$

4. Determine a equação da reta tangente e o gráfico da função f em $(p, f(p))$. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

a) $f(x) = \frac{1}{x}, p = 2$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}, p = 1$

5. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

a) $g(x) = \sqrt[4]{x}$ b) $g(x) = \sqrt[6]{x}$

c) $g(x) = \sqrt[8]{x}$ d) $g(x) = \sqrt[9]{x}$

6. Determine a reta que é tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ e paralela à reta $y = 4x + 2$.

7. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = e^x$, no ponto $p = 0$.

8. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \ln x$ no ponto $p = 1$. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

9. Se $f(x) = a^x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, mostre que $f'(x) = a^x \ln a$.

10. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = 5^x$

c) $f(x) = \pi^x$

d) $f(x) = e^x$

11. Seja $g(x) = \log_a x$, onde $a > 0$ e $a \neq 1$. Mostre que $g'(x) = \frac{1}{x \ln a}$.

12. Calcule $g'(x)$.

a) $g(x) = \log_3 x$

b) $g(x) = \log_5 x$

c) $g(x) = \log_\pi x$

d) $g(x) = \ln x$

13. Calcule $f'(p)$ para:

a) $f(x) = \operatorname{sen} x, p = \frac{\pi}{4}$

b) $f(x) = \cos x, p = \frac{\pi}{3}$

c) $f(x) = \operatorname{tg} x, p = \frac{\pi}{3}$

d) $f(x) = \sec x, p = 0$

14. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = 3x^2 + 5$

b) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

c) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$

d) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$

e) $f(x) = 3x + \frac{1}{x}$

f) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}$

g) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2$

h) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$

15. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $g(x) = x^3 + \frac{1}{x}$ no ponto $(1, g(1))$.

16. Seja $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Esboce o sinal de $f'(x)$;

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;

c) Esboce, utilizando as informações acima, o gráfico de f .

17. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é igual a:

a) $\frac{x}{x^2 + 1}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

c) $\frac{3x^2 + 3}{5x - 3}$

d) $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

e) $5x + \frac{x}{x - 1}$

f) $\sqrt{x} + \frac{3}{x^3 + 2}$

18. Seja $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

- a) Determine os pontos do gráfico de g em que as retas tangentes, nestes pontos, são paralelas ao eixo x ;
- b) Estude o sinal de $g'(x)$;
- c) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$;
- d) Esboce o gráfico de g , utilizando (a), (b) e (c).

19. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $3x^2 + 5\cos x$ | b) $\frac{\cos x}{x^2 + 1}$ |
| c) $x \operatorname{sen} x$ | d) $x^2 \operatorname{tg} x$ |
| e) $\frac{x+1}{\operatorname{tg} x}$ | f) $\frac{3}{\operatorname{sen} x + \cos x}$ |
| g) $\sqrt{x} \sec x$ | h) $4 \sec x + \cot x$ |

20. Seja $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

- a) Estude o sinal de $f'(x)$;
- b) Esboce o gráfico de f .

21. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

- | | |
|-----------------------|------------------------------|
| a) $x^2 e^x$ | b) $3x + 5 \ln x$ |
| c) $e^x \cos x$ | d) $\frac{1 + e^x}{1 - e^x}$ |
| e) $x^2 \ln x + 2e^x$ | f) $\frac{x+1}{x \ln x}$ |

22. Sejam f, g e h funções deriváveis. Verifique que

$$[f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)]' = f'(x)g(x)h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x).$$

23. Calcule $f'(x)$.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $x e^x \cos x$ | b) $x^2 \cdot \cos x \cdot (1 + \ln x)$ |
| c) $e^x \operatorname{sen} x \cos x$ | d) $(1 + \sqrt{x}) e^x \operatorname{tg} x$ |