

**MAT 1352 - CÁLCULO II - IFUSP - Período Diurno**  
**Segundo semestre de 2016**  
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

**Fórmulas: Volumes, Áreas de Superfícies e Comprimento**

Seja  $A = \{(x, y) : a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$ ,  $f$  contínua e positiva em  $[a, b]$ .

1. Volume do sólido gerado pela rotação de  $A$ , em torno do eixo  $x$ :

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx \quad \text{ou} \quad V = \pi \int_a^b y^2 dx, y = y(x).$$

2. Volume do sólido gerado pela rotação de  $A$ , em torno do eixo  $y$ :

$$V = 2\pi \int_a^b xf(x) dx \quad \text{ou} \quad V = 2\pi \int_a^b xy dx, y = y(x).$$

Suponhamos  $f$  não necessariamente positiva.

3. Volume de um sólido qualquer:

$$V = \int_a^b A(x) dx.$$

$A(x)$  é a área da intersecção do sólido de revolução gerado pela rotação de  $A$  em torno do eixo  $Ox$  com o plano perpendicular ao eixo  $x$  e passando pelo ponto de abscissa  $x$ .

Suponhamos, abaixo,  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  positiva e com derivada contínua.

4. Área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico de  $f$  em torno de  $Ox$ :

$$A_x = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

5. Área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico de  $f$  em torno de  $Oy$ :

$$A_y = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

6. Comprimento do gráfico de  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^1$  mas não necessariamente positiva:

$$\text{comprimento}(\text{Gr}(f)) = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

7. Comprimento de uma curva  $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ ,  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\gamma$  de classe  $C^1$ :

$$\text{comprimento}(\gamma) = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt.$$