

1ª Lista de Exercícios para entregar : P.I.F., Cardinalidade, Inequações

- (1) (a) Mostre que, se $f : A \rightarrow B$ e E, F são subconjuntos de A , então $f(E \cup F) = f(E) \cup f(F)$, e $f(E \cap F) \subset f(E) \cap f(F)$.
(b) Mostre que, se $f : A \rightarrow B$ e G, H são subconjuntos de B , então $f^{-1}(G \cap H) = f^{-1}(G) \cap f^{-1}(H)$.
- (2) Dê um exemplo de funções f, g tais que $f \neq g$, tais que $f \circ g = g \circ f$.
(a) Mostre que $\mathbb{N}$ pode ser escrito como união de uma família infinita de conjuntos infinitos.
(b) Mostre que a união enumerável de conjuntos enumeráveis é um conjunto enumerável.
- (3) Usando o Princípio de Indução Finita prove que as seguintes afirmações são verdadeiras:
(a) Vale a desigualdade $2^n < n!$ para cada $n \geq 4$.
(b) Para $r \neq 0$ fixado, $1 + r + r^2 + \cdots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$, para todo $n \in \mathbb{N}$.
- (4) Determine os valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfazem as seguintes desigualdades:

a) $|4x - 5| < 13$

b) $|x^2 - 1| \leq 3$ c) $|x + 1| + |x - 2| = 7$

d) $|x| + |x + 1| < 2$

e) $3|x| \leq 2 - x$ f) $4 < |x + 2| + |x - 1| < 5$