

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320 e MAC5770)

Lista 3 - Exercícios E11 a E15 + Bônus

Árvores

Data para entrega dos exercícios: 28/março/2016 (\*)

- E11.** Prove que se  $G$  é uma árvore tal que  $\Delta(G) \geq k$ , então  $G$  tem pelo menos  $k$  folhas.
- E12.** Prove que um grafo conexo  $G$  possui pelo menos  $|A(G)| - |V(G)| + 1$  circuitos.
- E13.** Existem grafos simples com exatamente duas árvores geradoras distintas? Justifique. (Duas árvores geradoras  $T$  e  $T'$  de um mesmo grafo são distintas se  $A(T) \neq A(T')$ .)
- E14.** Prove que todo grafo conexo  $G$ , simples e não-trivial, tem um árvore geradora  $T$  tal que  $G - A(T)$  é desconexo.
- E15.** Seja  $G$  um grafo conexo,  $T_1$  e  $T_2$  árvores geradoras distintas de  $G$ , e seja  $\alpha$  uma aresta de  $T_1$ . Prove que existe uma aresta  $\beta$  em  $T_2$  tal que  $T_1 - \alpha + \beta$  é uma árvore geradora de  $G$ .

---

BÔNUS

[Bônus-1]

Definição: Uma  $k$ -coloração dos vértices de um grafo é uma atribuição de no máximo  $k$  cores distintas aos vértices desse grafo tal que vértices adjacentes recebem cores distintas.

Definição: Dizemos que um grafo é *equi-bicolorido* se tem uma 2-coloração de seus vértices com igual número de vértices de cada cor.

EXERCÍCIO: Prove que toda árvore equi-bicolorida tem pelo menos uma folha de cada cor.  
(\*) Faça até duas provas distintas e entregue o que conseguir fazer até o dia 16/março.

---

RECOMENDAÇÕES

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>(1) Resolver os exercícios numa folha sulfite. (Pode ser manuscrito.)</li><li>(2) Colocar o seu nome completo. Indicar se MAC0320 ou MAC5770.</li><li>(3) Escrever o enunciado antes de cada exercício.</li><li>(4) Deixar um espaçamento duplo entre as linhas para facilitar a correção.</li><li>(5) Usar a terminologia adotada.</li><li>(6) Caprichar na apresentação.</li><li>(7) Entregar no início da aula da data de entrega, ou enviar por e-mail antes da aula.</li></ol> |
|---|

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!