

## Introdução à Teoria dos Grafos (MAC-5770)

### LISTA 1

#### Conceitos e Resultados Básicos

**Data para entrega da lista: 10/março/2003**

1. Prove que se  $G$  é um grafo sem vértices isolados e  $|A(G)| < |V(G)|$ , então  $G$  tem pelo menos 2 vértices de grau 1.
2. Considere um campeonato de xadrez onde cada dois jogadores disputam no máximo uma partida entre si. Prove que em qualquer etapa de um tal campeonato há sempre (pelo menos) dois jogadores que realizaram exatamente o mesmo número de partidas. Formule o problema na linguagem de grafos e resolva-o.
3. Um grafo  $G$  é auto-complementar se  $G$  é isomorfo ao seu complemento. Mostre que se  $G$  é um grafo simples auto-complementar então  $|V(G)| \equiv 0 \pmod{4}$  ou  $|V(G)| \equiv 1 \pmod{4}$ .
4. Mostre que não existe nenhum grafo simples  $G$  tal que tanto  $G$  como o seu complemento  $\bar{G}$  são desconexos. Existem grafos  $G$  tais que  $G$  e  $\bar{G}$  são ambos conexos? Justifique.
5. Se  $G$  é um grafo simples com  $1 \leq |V(G)| \leq 2n$  e  $g(v) \geq n$  para todo  $v$  em  $V(G)$ , então  $G$  é conexo.

RECOMENDAÇÃO: Resolver os exercícios numa folha sulfite, escrevendo o enunciado antes de cada exercício. Deixar um <b>espaçamento duplo</b> entre as linhas para facilitar a correção. Caprichar na apresentação. Usar a terminologia adotada. Pode ser manuscrito.
---

**Resolver individualmente!**