

**PERFIL DE COMPONENTES DE UM GRAFO ALEATÓRIO
GEOMÉTRICO**

Y. KOHAYAKAWA

Data de entrega: em aberto

Introdução. Este desafio é baseado em um exemplo geométrico discutido em sala (veja os programas 3.8 e 3.20 de Sedgewick). Lembre que definimos um certo grafo geometricamente naquele exemplo. Queremos descobrir o ‘perfil de componentes’ daqueles grafos: dado um grafo G , denotemos aqui por $c(G)$ o número de componentes conexos em G . Seja G_1, \dots, G_c uma ordenação dos componentes de G em ordem decrescente de número de vértices (isto é, $|V(G_1)| \geq \dots \geq |V(G_c)|$). Ademais, seja $L_i(G) = |V(G_i)|$ para todo i . O *perfil de componentes* de G é o vetor

$$\text{perf}(G) = (L_1(G), \dots, L_c(G)), \quad (1)$$

onde $c = c(G)$. Será também conveniente considerar o *perfil normalizado* de G , definido como

$$\widetilde{\text{perf}}(G) = \frac{1}{N}(L_1(G), \dots, L_c(G)), \quad (2)$$

onde $N = |V(G)|$.

Descrição do problema. Suponha dados N e $0 \leq d \leq 1$. Suponha ainda que $x_1, \dots, x_N \in [0, 1]^2$ são n pontos no quadrado unitário. Definimos um grafo $G = (V, E)$ com $V = [N] = \{1, \dots, N\}$ e

$$E = \{\{i, j\} : \|x_i - x_j\| < d\}. \quad (3)$$

Estamos interessados em $\text{perf}(G)$, quando os x_i são pontos aleatórios de $[0, 1]^2$, distribuídos uniforme e independentemente. Estamos particularmente interessados no caso em que $N \rightarrow \infty$, mas d^2N não é ‘nem muito pequeno e nem muito grande’.

Seu programa. Em sua versão mais simples, seu programa deve receber N e d como entrada (opções de linha de comando $-N$ e $-d$). Ele deve então gerar os x_i ($1 \leq i \leq N$), computar o grafo G , e imprimir $c(G)$, $\text{perf}(G)$ e $\widetilde{\text{perf}}(G)$.

O usuário deve também poder fornecer N e r (opção $-r$), com os quais seu programa deve determinar d , definido pela relação

$$r = \pi d^2 N. \quad (4)$$

Seu programa deve também aceitar uma semente para $\text{rand}()$, através da opção $-s$.

Execuções típicas de seu programa seriam como segue:

```
prompt$ d1 -N1000 -d0.02
prompt$ d1 -N1000 -d0.02 -s31415
prompt$ d1 -N1000 -d0.03
```

e

Versão (preliminar) de 8 de março de 2012, 15:16.

```
prompt$ d1 -N1000 -r0.5
prompt$ d1 -N1000 -r1.0
prompt$ d1 -N1000 -r2.0
prompt$ d1 -N1000 -r2.5
prompt$ d1 -N1000 -r3.0
```

Experimentos. Experimente executar seu programa para valores grandes de N e r variando de valores pequenos (digamos, 0.01) até valores grandes (digamos, 100).

Observações

1. Comparem entre vocês o desempenho de seus programas.
2. Não deixem de incluir um relatório em suas soluções.
3. Entreguem suas soluções no Paca.

Observação final. Enviem dúvidas para a lista de discussão da disciplina.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, RUA DO MATÃO 1010, 05508-090 SÃO PAULO, SP

Endereço eletrônico: yoshi@ime.usp.br